

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по стратегическому развитию,
науке и инновациям

кандидат сельскохозяйственных наук, доцент

Е.В. Скрипникова

2026г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Белгородский государственный национальный
исследовательский университет» (НИУ «БелГУ»)

на диссертационную работу Литвинова Владислава Львовича

«Математическое моделирование и исследование резонансных свойств
механических объектов с движущейся границей»,

представленную на соискание ученой степени доктора

физико–математических наук по специальности

1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ»

Актуальность темы исследования

Диссертационная работа посвящена решению фундаментальной научной проблемы, имеющей важное хозяйственное значение для отрасли машиностроения и смежных областей. Исследование направлено на разработку методов математического моделирования, численно–аналитических и численных методов, а также создание алгоритмического и программного обеспечения для анализа динамики и резонансных свойств одномерных механических систем с движущимися границами.

Актуальность темы обусловлена широким распространением таких систем в современной технике: грузоподъемных механизмах, подвесных канатных дорогах, лентопротяжных устройствах, бурильных колоннах, элементах турбин и генераторов. Повышение надежности и безопасности этих

устройств требует точного прогнозирования их динамического поведения, особенно резонансных явлений, возникновение которых может привести к катастрофическим последствиям.

Вместе с тем задачи о колебаниях систем с движущимися границами, связанные с получением решений дифференциальных уравнений в частных производных и интегро-дифференциальных уравнений в переменных во времени областях, в настоящее время изучены недостаточно. При решении используются в основном приближенные методы, так как получение точных решений возможно только в простейших случаях.

До настоящего времени не существует достаточно общего подхода к анализу особенностей динамики таких систем. Большое значение в связи с опасностью резонанса здесь приобретает изучение вынужденных колебаний. Существующие методы позволяют решить лишь узкий круг задач, приводят к громоздким решениям, малоприспособным для практического использования и дают в основном, только качественные оценки резонансных свойств. Резонансные свойства систем с демпфированием практически не рассматривались. Известные аналитические методы ограничены волновым уравнением и граничными условиями первого рода, а приближённые методы дают возможность, главным образом, только получить решение, анализ же его, в связи со сложностью, затруднён. При исследовании механических объектов с движущимися границами авторы статей, как правило, ограничиваются указанием на возможность возникновения резонансных явлений, не приводя их количественных характеристик.

Следует также отметить, что в настоящее время отсутствует не только комплексный подход для математического моделирования колебаний одномерных механических систем с движущимися границами, но во многих случаях и не сформулированы постановки такого рода задач. До настоящего времени задачи о колебаниях таких систем решались в основном при линейной постановке и жёстком закреплении границ, когда отсутствует энергетический обмен через границу. Возникла необходимость в построении более сложных математических моделей продольно-поперечных колебаний объектов с движущимися границами, учитывающих большое число факторов, влияющих на колебательный процесс.

Существующие методы анализа не в полной мере учитывают специфику систем с подвижными границами, такие как нестационарность собственных частот и форм колебаний, сложные граничные условия, взаимосвязь различных типов колебаний и диссипативные процессы. Вышеизложенное подтверждает высокую актуальность диссертационного исследования.

Содержание диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, библиографии, включающей 280 наименований, и четырех приложений. Общий объем диссертации составляет 310 страниц, включая 38 рисунков, 24 таблицы. По объему и структуре работа соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» к оформлению диссертации.

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель, задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, положения, выносимые на защиту.

В первой главе представлен комплексный аналитический обзор современного состояния проблемы математического моделирования колебаний систем с движущимися границами. На основе системного изучения фундаментальных работ, ведущих отечественных и зарубежных исследователей проведен критический анализ существующих методологических подходов. Особое внимание уделено выявлению ключевых нерешенных проблем в области анализа резонансных явлений. Установлено отсутствие универсальных методов исследования установившегося резонанса и прохождения через резонанс с учетом демпфирующих свойств системы. Отмечена недостаточная разработанность количественных методов оценки параметров системы при возникновении резонансных явлений.

Во второй главе предложен математический аппарат для анализа динамики объектов с нестационарными граничными условиями. Доказана теорема об эквивалентности дифференциальной и интегро-дифференциальной постановок краевых задач. Произведена оценка близости решений интегро-дифференциальных уравнений колебаний объектов постоянной длины и соответствующих уравнений колебаний объектов переменной длины. Введены и строго обоснованы понятия собственных функций и собственных чисел для краевых задач в областях с переменными

пределами интегрирования. Предложена методика оценки скорости изменения геометрических параметров системы через введение малого параметра, характеризующего отношение скорости движения границы к скорости распространения упругих волн. Построены интегро-дифференциальные уравнения для некоторых типов задач с интегрируемыми граничными условиями. Приведено разложение интегро-дифференциального уравнения движения объектов переменной длины в бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

В третьей главе предложен разработанный приближенный метод построения решений интегро-дифференциальных уравнений, основанный на непосредственном интегрировании в сочетании с заменой переменных. Метод позволяет учитывать комплексное воздействие внешних факторов, включая силы сопротивления среды, изгибную жесткость и жесткость подложки. Проведена оценка погрешности метода, показавшая, что при выполнении условия медленности движения границ погрешность не превышает 5%. Разработаны асимптотические методы построения решений однородных интегро-дифференциальных уравнений и систем обыкновенных дифференциальных уравнений с изменяющимися параметрами, при помощи которых получены выражения для амплитуд и фаз колебаний. Развита численно-аналитический метод решения волнового уравнения с условиями, заданными на движущихся границах и метод Канторовича-Галеркина для анализа резонансных свойств систем с демпфированием.

В четвертой главе представлено исследование систем с равномерно движущимися границами. Разработан метод преобразования переменных, позволяющий свести задачу для дифференциального уравнения в частных производных к двухточечной краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения и находить собственные частоты объекта, что существенно расширяет аналитические возможности исследования. Изучены закономерности отражения волн от движущихся границ, получены выражения для энергии отраженной волны и проанализированы условия достижения максимума энергии. Показано, что энергия системы увеличивается при

движении границы навстречу волнам и убывает при совпадающем направлении движения.

В пятой главе разработаны нелинейные математические модели продольно–поперечных колебаний механических объектов с движущимися границами. На основе вариационного принципа Гамильтона получены нелинейные дифференциальные уравнения и граничные условия для различных типов систем. Проведен сравнительный анализ линейных и нелинейных моделей, выявивший принципиальные ограничения линейного подхода. Разработан численный метод решения нелинейных задач, позволяющий учитывать энергетический обмен между частями объекта через движущуюся границу.

В шестой главе разработана комплексная методика анализа резонансных явлений в системах с движущимися границами. Предложены подходы к идентификации различных типов резонанса, включая установившийся резонанс и прохождение через резонанс. Исследовано влияние демпфирующих сил на резонансные характеристики систем. Определены условия, при которых необходимо учитывать движение границ и диссипативные процессы при анализе резонансных явлений.

В седьмой главе представлен разработанный программный комплекс «ТВ–ANALYSIS–7» представляющий собой специализированное программное обеспечение и реализующий численно–аналитические, приближенные и численные методы исследования колебательных и резонансных явлений. Программный комплекс прошел апробацию на различных типах механических систем с движущимися границами, продемонстрировав высокую эффективность и точность вычислений. Интерфейс программного комплекса включает систему взаимосвязанных окон, обеспечивающих удобство работы с различными модулями программы. Практическое применение разработанного программного обеспечения продемонстрировало его эффективность для решения прикладных инженерных задач, связанных с анализом динамики систем переменной длины. Программный комплекс зарегистрирован в установленном порядке как программа для ЭВМ.

В **заключении** сформулированы основные научные результаты, полученные в ходе диссертационного исследования.

Оценка изложения результатов диссертационных исследований

Диссертация и автореферат написаны ясным и понятным научным языком. Текст диссертации хорошо структурирован, изложение четкое и последовательное. Формулировки задач, методов и результатов соответствуют общепринятым научным стандартам. Математический аппарат применен корректно. Содержание диссертации достаточно полно и подробно раскрывает постановку, методы и результаты решения рассмотренных задач. Содержание автореферата соответствует содержанию диссертации. Оформление диссертации и автореферата соответствует существующим требованиям. Работа соответствует специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Научная новизна исследования и полученных результатов

В диссертации получены следующие научные результаты, обладающие научной новизной:

1. Впервые проведено обобщение и развитие фундаментальных приближенных и численно–аналитических методов, распространяющее их действие на широкий спектр задач динамики систем с подвижными границами применительно к анализу резонансных свойств одномерных объектов переменной длины, позволяющих учитывать действие на механическую систему демпфирующих сил, жёсткость основания и жёсткость на изгиб, вязкоупругость объекта, а также слабую нестационарность граничных условий, отличных от условий первого рода. Выполнена оценка погрешности приближенных методов.

2. Для моделирования колебаний систем с подвижными границами построены решения однородных интегро–дифференциальных уравнений описывающих движение объектов переменной длины и систем обыкновенных дифференциальных уравнений с изменяющимися параметрами при помощи асимптотических методов. Впервые получены выражения для амплитуд и фаз колебаний.

3. Произведена постановка новых нелинейных краевых задач о колебаниях объектов с движущимися границами в виде математических

моделей, позволяющих учитывать большее число факторов, влияющих на динамический процесс. Впервые проведено сравнительное исследование линейных и нелинейных модельных подходов к описанию колебательных процессов в системах с подвижными границами, выявившее принципиальные ограничения линейных моделей.

4. Разработан оригинальный численный метод для решения нелинейных задач, моделирующих продольно–поперечные колебания систем с изменяющимися во времени граничными условиями.

5. Для моделирования резонансных эффектов систем с демпфированием впервые получены результаты, позволяющие количественно оценить влияние демпфирующих сил и движения границ на амплитуду колебаний, возникающих при прохождении через резонанс.

6. Впервые подробно исследованы колебания и резонансные характеристики пятнадцати механических объектов с движущимися границами, широко распространённых в технике. Используя разработанный программный комплекс проведен анализ новых качественных и количественных свойств разработанных моделей, причём количественные характеристики представлены в виде графиков и таблиц.

Степень достоверности результатов, изложенных в диссертации

Достоверность результатов и обоснованность научных положений диссертационной работы обеспечиваются корректным применением математического аппарата, использованием апробированных программных средств, сопоставлением аналитических и численных решений в частных случаях, адекватностью модельных представлений реальному процессу колебаний одномерных механических систем с движущимися границами, а также преемственностью полученных новых качественных и количественных результатов. Результаты исследований прошли широкую апробацию на многочисленных международных и всероссийских конференциях, принимались к публикации в рецензируемых журналах.

Полнота изложения материалов диссертации в публикациях

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 102 работах, включая 3 монографии, 20 статей в ведущих рецензируемых научных журналах, входящих в утвержденный ВАК Минобрнауки России

«Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук» по специальности 1.2.2 (05.13.18) и приравненных к ним, 33 статьи в сборниках трудов конференций, 39 тезисов докладов, 5 учебных пособий. Получено 2 свидетельства о регистрации программного комплекса. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Основные результаты диссертации докладывались на научных семинарах, международных и всероссийских научных конференциях. Публикации полностью соответствуют теме диссертационного исследования и отражают ее основные научные результаты.

Значимость полученных результатов для развития отрасли науки

Работа выполнялась в рамках тематического плана НИР ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (тема «Математическое моделирование физических, механических, технических и экономических систем и процессов»). Теоретическая значимость работы заключается в развитии и обобщении фундаментальных приближенных и численно–аналитических методов математического моделирования динамики систем с движущимися границами, численных методов решения нелинейных задач при исследовании резонансных свойств объектов, разработке и исследовании новых линейных и нелинейных математических моделей, описывающих колебания объектов с движущимися границами в форме интегро–дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных, определении эквивалентности формулировок задач динамики объектов переменной длины в дифференциальной и интегро–дифференциальной формах, оценке близости решений интегро–дифференциальных уравнений динамики объектов переменной длины к соответствующим интегро–дифференциальным уравнениям с фиксированными параметрами и обосновании новых понятий для нестационарных областей.

Практическая значимость работы заключается в возможности применения разработанных математических методов и моделей, реализованных в специализированном программном комплексе «ТВ–

ANALYSIS-7», в инженерных расчетах, позволяющих на стадии проектирования предотвращать возникновение опасных резонансных явлений в таких объектах, как грузоподъемные установки, канатные дороги, бурильные колонны, ленточные пилы и другие технические системы. Получены свидетельства о регистрации программ для ЭВМ. Результаты диссертации внедрены в учебный процесс ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» и используются в опытно-конструкторской работе ООО «СКТБ «Пластик» и АО «Тяжмаш».

Рекомендации по возможности использования результатов диссертационной работы

Развитые в диссертации теоретические положения и методы решения могут быть рекомендованы к использованию в научно-исследовательской работе в академических институтах, работающих по соответствующей тематике.

Разработанные в диссертации математические модели, алгоритмы и программный комплекс рекомендуются для использования в отраслевых институтах, конструкторских бюро, а также на предприятиях, эксплуатирующих механические системы с движущимися границами, для повышения их надежности и безопасности. Кроме вышеизложенного, полученные в диссертации результаты могут быть рекомендованы для использования в учебном процессе на механико-математических и физических факультетах университетов.

Замечания и рекомендации

1. Приближенные методы построения решений интегро-дифференциальных уравнений и Канторовича – Галеркина позволяют свести интегро-дифференциальное уравнение и дифференциальное уравнение в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Основным условием применения данных методов является ортогональность собственных функций в случае неподвижных границ. В ряде задач 7 главы диссертации ортогональность собственных функций не исследована, но по умолчанию предполагается.

2. В главе 3 (численно-аналитический метод решения) подразумевается, что система функциональных уравнений допускает

бесконечное множество решений. Для полноты изложения и строгости метода желательно было бы привести соответствующее обоснование или пояснить структуру общего решения, что подтвердило бы корректность последующих построений метода.

3. В главе 4 (раздел 4.1.2) рассматривается взаимодействие звена с цилиндрической опорой, но не обсуждается влияние проскальзывания, которое может существенно изменить динамику.

Отмеченные замечания носят частный характер и не влияют на научную и практическую ценность полученных результатов.

Заключение

Диссертация Литвинова Владислава Львовича на тему: «Математическое моделирование и исследование резонансных свойств механических объектов с движущейся границей» является самостоятельной, законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение актуальной научной проблемы, имеющей важное хозяйственное значение для отрасли машиностроения в областях повышения надежности при проектировании широкого круга технических устройств, в которых присутствуют одномерные механические объекты с движущимися границами, заключающейся в обобщении и развитии фундаментальных приближенных, численно-аналитических и численных методов для решения задач рассматриваемого класса, разработке новых математических моделей, описывающих колебания одномерных объектов переменной длины, и создании не имеющих аналогов алгоритмического и программного обеспечения для анализа резонансных свойств технических объектов с движущимися границами. Работа соответствует требованиям, изложенным в пунктах 9–11, 13 и 14 «Положения о присуждении ученых степеней» утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842 (в ред. от 16.10.2024 №1382), предъявляемым к диссертациям на степень доктора наук.

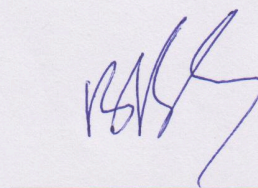
Диссертация выполнена в соответствии с паспортом научной специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Содержание работы соответствует п. 1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений», п. 3

«Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента», п. 4 «Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели» и п. 5 «Разработка новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента или на основе анализа математических моделей».

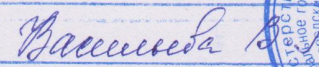

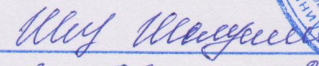
На основании изложенного, считаем, что диссертационное исследование Литвинова Владислава Львовича заслуживает высокой оценки, а его автор – присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Отзыв заслушан и единогласно одобрен на заседании кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет» (Протокол № 7 от 10.02.2026). Присутствовало: 17 чел.

Заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерного моделирования, доктор физико-математических наук, доцент, Васильев В.Б.



«10»02.2026 г.

Личную подпись удостоверяю Специалист отдела кадрового обеспечения Управления организационного и и кадрового обеспечения		
	 « 10 » 02 2026 г.	

Выходные данные организации:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный национальный исследовательский университет»

(ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет»)

Адрес: 308015, Белгородская область, г. Белгород, ул. Победы, д. 85. Телефон: 8(4722)30-12-11. Сайт: <https://bsuedu.ru>. Адрес электронной почты: Info@bsuedu.ru