

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Яновской Елены Александровны «Математические модели нестационарного вязкопластического течения тонких пластических слоёв в неканонических областях», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки)

Современные технологические запросы промышленности, в частности, касающиеся прецизионного изготовления работающих в особых режимах тонких тел и конструкций, требуют создание новых математических моделей деформирования и течения, а также связанных с ними вычислительных методов и процедур. С одной стороны, для универсальности их использования предлагаемые модели должны быть чётки и просты в моделировании, с другой, они должны точно соответствовать реальным физическим процессам и подтверждаться экспериментально с той или иной заданной точностью. Следует также учитывать возможности имеющихся и постоянно развивающихся проблемно-ориентированных программных комплексов. В связи с вышесказанным выбранную в диссертации тему исследования, посвящённого созданию и апробации новых математических моделей, а также как аналитико-численных, так и экспериментальных методов исследования нестационарных течений тонких пластических слоёв в однородных и кусочно-однородных одно- и многосвязных областях (неканонических областях) следует признать **актуальной и важной**.

Работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы, насчитывающего 319 ссылок, и трёх приложений. Объём работы – 336 страниц, имеются 81 рисунок и 16 таблиц.

Во **введении** сформулирована цель диссертации, представлена её структура, перечислены основные научные результаты, выносящиеся на защиту, включая их новизну и практическую значимость, описаны методы и подходы, с помощью которых эти результаты были достигнуты.

В первой главе, опираясь на пионерские в теории пластичности работы А. Надаи, А. А. Ильюшина, В. Прагера, анализируется современное состояние теории течения тел с различными определяющими соотношениями в тонких слоях, включая сложность геометрии области, которая может иметь контурные и продольные рёбра и конические точки, неоднородность, анизотропию как

самого растекающегося слоя, так и контактного трения, эффекты, приносимые пластичностью и вязкоупругостью материала, влияние температуры, учёт упругой деформации сжимающих слоев плит, динамических и инерционных факторов, проявляющихся на стадии, когда толщина изделия становится достаточно малой. Помимо классической задачи Прандтля о прессовании тонкого слоя, рассматриваемой в приближении плоской деформации, речь идёт и о других технологических процессах обработки материалов: прокатка (поперечно-винтовая и радиально-сдвиговая), сферодвижная штамповка, ротационная вытяжка.

Вторая глава, являющаяся самой объёмной и, по-видимому, ключевой в работе, посвящена подробному описанию математического аппарата, лежащего в основе предлагаемых моделей течения в тонком пластическом слое. Развит метод характеристик, с помощью которого в нестационарных задачах проведено интегрирование характеристических систем уравнений с граничными условиями в точках контура области, являющегося линией начального уровня. Аналитически решена задача о течении слоя переменной толщины между наклонными плитами для круговой области с границей, образованной пазами в одном из инструментов. Решена задача о течении неоднородного пластического слоя, имеющего форму сектора, по шероховатым плоскостям. Получено решение задачи о правке листов и полос при одноосном растяжении за пределом упругости. Во всех приложениях как один из этапов осуществляется вывод нелинейного эволюционного дифференциального уравнения, решение которого описывает кинематику процесса растекания и представляет основной практический интерес.

В каждой из оригинальных математических моделей осуществлена программная реализация численных алгоритмов, служащая апробацией теоретических результатов.

Третья глава посвящена развитию новых методик, о которых шла речь во второй главе, касающегося распознавания объектов неканонической формы и экспертного опроса для создания производственных систем. Процессы классификации, по существу, представляют собой постановки некоторых оптимизационных задач. Классификация объектов представлена в виде объединения трёх кластеров и осуществлена в несколько этапов. К подобным объектам отнесены односвязные и многосвязные оболочки и поверхности по признакам геометрической формы. Развита методика дискриминантных функций, нейросетевые алгоритмы, использованные для генерации новых данных с точки зрения вероятностного подхода. В качестве функции потерь выбрана перекрёстная энтропия (3.32), сравнивающая фактический и ожидаемый результаты. Проведена верификация классификатора на

выбранных трёхмерных и генеративных моделях. В результате обоснован поэтапный выбор математической модели заданной сложности для расчёта напряжённо-деформированного состояния (НДС) и параметров прочности изготавливаемого изделия.

В четвёртой главе исследованы вопросы стеснённого формоизменения тонкого пластического слоя. Представлен подход для расчёта кинематики течения и возникающих нагрузок для односвязной области в виде открытого полого параллелепипеда без одной из фронтальных плоскостей, который можно получить сжатием пластического слоя. На основании этого подхода получено полное аналитическое решение соответствующей краевой задачи. Показана принципиальная возможность строить аналогичным методом области более сложной конфигурации, в том числе многосвязные.

Пятая глава посвящена приложениям прикладной теории пластичности применительно к тонкостенным и тонколистовым объектам. Проанализированы и классифицированы виды нагружения в сложном напряжённом состоянии, базовые инвариантные показатели НДС, такие как параметр Надаи – Лоде. Приведены удобные в инженерной практике графоаналитические диаграммы напряжённого и деформированного состояний на девиаторных плоскостях тензоров напряжений и деформаций.

Шестая глава посвящена численному моделированию и экспериментальному подтверждению полученных результатов по сжатию между сближающимися жёсткими плитами тонких пластических слоёв, ограниченных неподвижными стенками. Исследовано сжатие тонких пластин в форме кругового сектора в условиях затруднённого течения. Проведено сравнение результатов по моделям идеальной, вязкой (ньютоновской) жидкостей и жёстко-идеальнопластического тела и их соответствию эксперименту. Обсуждена возможность применения в изучаемых задачах выдвинутой в работах А.А. Ильюшина аналогии с песчаной насыпью.

В заключении в сжатом виде сформулированы основные результаты и выводы диссертации.

Научная новизна диссертации заключается в новых постановках и аналитико-численном решении нового класса краевых и начально-краевых задач, моделирующих квазистатическое и динамическое деформирование пластического материала в тонком слое. Для этого предложены оригинальные математические методы анализа, апробированные на ряде тестовых примеров. **Основной докторский результат** видится в создании и апробации универсального подхода к решению нового класса задач пластического течения

в тонком слое, совмещающего аналитическую, вычислительную и экспериментальную составляющие. Здесь необходимо отметить взаимосвязь трёх факторов: а) существенное развитие математического аппарата сингулярных асимптотических методов применительно к тонкослойным течениям; б) учёт сложности геометрической формы области; в) создание современной методологии и вычислительных алгоритмов, реализующих разноплановые подходы к распознаванию объектов (экспертная классификация, использование нейронных сетей).

Практическая значимость диссертации заключается в возможности применения результатов при расчёте и оптимизации реальных технологических как квазистатических, так и динамических процессов обработки материалов давлением, таких как прессование, вытяжка, штамповка, прокатка. Численные результаты находятся на этапе, готовом для дальнейшего использования квалифицированным заказчиком.

Степень обоснованности и достоверности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации вытекает из использования классического аппарата механики сплошной среды и таких её разделов как теория пластического течения, теория упругопластических процессов, гидродинамика ньютоновской вязкой жидкости, а также математического анализа, асимптотических (в том числе сингулярных) методов и теории уравнений в частных производных. Эти результаты выдерживают тесты на сравнение с признанными результатами других авторов. Теоретические выводы согласуются с экспериментом.

Основные результаты отражены в 67 публикациях автора, среди которых 25 статей в журналах из перечня ВАК Российской Федерации по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки), 10 статей в журналах, индексируемых в наукометрических базах данных WoS и/или Scopus, 3 рецензируемые монографии, 8 работ в других рецензируемых периодических изданиях. Личный вклад автора во всех совместных публикациях не подлежит сомнению. Результаты в достаточной степени апробированы на многих представительных научных мероприятиях, среди которых Международные симпозиумы по проблемам механики деформированного тела, посвященные 110-летию (2021) и 115-летию (2026) со дня рождения А. А. Ильюшина, Самарские чтения (в память об академике А. А. Самарском) (2022), Международные научные конференции по моделированию нелинейных процессов и систем, проводимые в МГТУ «СТАНКИН» (2019, 2021, 2023, 2024). Текст автореферата соответствует

содержанию диссертации и позволяет читателю составить полное представление о ней.

К работе имеются **вопросы и замечания**.

- 1) Было бы целесообразно в каждой из проанализированных в диссертации задач в качестве составной части решения акцентировать внимание на: а) области физической достоверности решения; б) условиях квазистатичности.
- 2) На стр. 14 автореферата и в соответствующих местах диссертации указано, что «не все процессы течения в тонком пластическом слое могут быть описаны и исследованы в рамках упрощённой модели идеальной жидкости». Как известно, модель идеальной жидкости следует из жёстко-идеальнопластической при устремлении предела текучести к нулю. Но при этом нарушается основное требование квазистатичности процесса сжатия тонкого слоя, состоящее в том, что отношение динамического напора к пределу текучести должно быть много меньше квадрата отношения толщины к длине слоя. Следовательно, говорить о идеальной жидкости, например, в классической задаче Прандтля как о каком-то приближении пластической среды в данном процессе неправомерно, даже если в определённых деталях решения похожи.
- 3) В некоторых местах имеются замечания к стилю и орфографии. Выделим следующие. А) В тексте диссертации и автореферате часто упоминаются модель «идеальной жидкости» и модель «вязкой жидкости». Непонятна роль присутствующих здесь кавычек. Б) Не совсем удачно название п. 2.5 «Математическая модель ... в виде параболического уравнения». В) В п. 5.5 во втором выводе по главе 5 говорится об устойчивости процессов протекания пластического формоизменения. Что здесь имеется ввиду под термином «устойчивость»?

Несмотря на сделанные замечания диссертация представляет законченное научное исследование по фундаментальной в математическом моделировании и механике деформируемого твёрдого тела проблеме. Она содержит новые результаты и соответствует требованиям п. п. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении учёных степеней» (постановление Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842) в части, касающейся учёной степени доктора наук. Её автор Яновская Елена Александровна заслуживает присуждение ей учёной степени доктора физико-математических

наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук (специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела), профессор, член-корреспондент РАН, заведующий кафедрой теории упругости механико-математического факультета Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», и. о. директора НИИ механики Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Д.В. Георгиевский

119991 Москва, Ленинские горы, д.1, МГУ

03 марта 2026 г.

Тел.: +7(495)9395539; E-mail: georgiev@mech.math.msu.su

Георгиевский Дмитрий Владимирович

Подпись Д.В. Георгиевского заверяю

Декан механико-математического факультета

МГУ имени М.В. Ломоносова, член-корреспондент РАН



А.И. Шафаревич