

ОТЗЫВ

официального оппонента

**Марчевского Ильи Константиновича на диссертацию
«Математические модели нестационарного течения тонких
пластических слоев в неканонических областях», представленную
Яновской Еленой Александровной
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 1.2.2 - «Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ»**

Актуальность темы диссертации

Современные технологии обработки материалов часто включают использование тонких слоев однородных металлов или композитов, которые испытывают значительные нагрузки и деформации. Точность расчета характеристик таких слоев важна для оптимизации процессов производства, повышения механических свойств изделий и предотвращения дефектов. Развитие новых математических моделей позволит с большей точностью прогнозировать поведение материала и снижать риски производственного брака.

Традиционные методы решения задач механики сплошной среды основаны на упрощающих предположениях относительно геометрии области и граничных условий. Однако промышленные объекты могут иметь сложную конфигурацию границ, описываемых кривыми высших порядков, и неоднородные свойства материала. Точные аналитические методы, предполагающие использование систем уравнений с множеством неизвестных, оказываются неприменимыми для описания и решения сложных задач, в таких ситуациях прибегают к применению численных методов с приближениями, адаптированными к специфическим условиям реальных задач.

Несмотря на востребованность традиционных методов их реализация требует вводить ряд допущений и ограничений:

- сведение пространственной задачи к рассмотрению плоского или осесимметричного случая, что ограничивает их применимость к трехмерным объектам;
- предположение о линейной зависимости напряжения от деформации, хотя реальные материалы демонстрируют нелинейные реакции на нагрузку;
- тела инструментов абсолютно жесткие;
- рассматривают статические условия нагружения.

Новые математические модели и аналитические методы решения задач становятся необходимыми именно потому, что они преодолевают указанные ограничения, предлагая более точные способы оценки характеристик

пластичного течения в неканонических областях. Использование компьютерных симуляторов позволяет расширить число исследуемых параметров процессов течения сплошной среды по поверхностям, а численное решение дифференциальных уравнений, лежащих в основе механики сплошных сред, возможно лишь при наличии высокоэффективных вычислительных алгоритмов и программного обеспечения. Развитие имеющихся и создание новых математических методов и моделей исследования нестационарных течений тонких пластических слоев в неканонических областях – значимая проблема математического моделирования и современных численных методов, являющихся основой создания проблемно-ориентированных комплексов программ для ЭВМ.

Все вышеизложенное доказывает актуальность решаемой автором научной проблемы.

Структура и содержание работы

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы, насчитывающего 319 ссылок, и трёх приложений. Объём работы – 336 страниц, имеются 81 рисунок и 16 таблиц.

Введение содержит обоснование актуальности выбранной темы, определена цель, перечислены задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов диссертации, а также положения, выносимые на защиту.

Первая глава является обзорной, в которой приведен анализ теоретических и практических работ по течению слоев пластической среды по поверхностям. Описана постановка классической задачи Л. Прандтля, полученное им аналитическое решение, а также ряд следствий и гипотез, сформулированных последователями.

Во второй главе сформулированы новые постановки задач течения в тонком пластическом слое и методы решения в моделях «идеальной» и «вязкой» жидкостей. Метод характеристик решения задач нестационарного течения в тонком слое со свободным и затрудненным растеканием дополнен возможностью определения кинематических характеристик. В рамках общей математической модели «вязкой жидкости» получено аналитическое решение. Показано, что различные обобщения классической задачи Л. Прандтля представляют интерес для теоретического анализа сжатия тонкого слоя и при исследовании практических задач о правке плоских заготовок с наложением одноосного растяжения за пределом упругости. Для приведенных случаев доказаны три теоремы по взаимосвязи характеристической полосы с интегральной поверхностью. На основе полученных квадратур решена задача течения слоя переменной толщины, с круговой границей и затеканием сплошной

среды в контурное ребро. Решена задача Коши течения пластического слоя, составленного из разнородных сред в плане и ограниченного односвязным выпуклым контуром, расположенном на абсолютно жесткой поверхности. Показано, что решения не удовлетворяют одному из динамических условий на границе раздела двух пластических сред. Найдено распределение давления и скоростей течения тонкого пластического слоя в области, составленной из двух разнородных сред в виде клина, границы которых образованы лучами, выходящими из начала прямоугольной системы координат. Получено условие, при котором границы рассмотренных областей в процессе растекания остаются прямыми линиями и эволюционное уравнение для восстановления границ области. Поставлена и решена контактная задача о пластическом растяжении полосы из однородного металла силами, которые приложены на зажатых ее торцах. Для тонкого слоя односвязной области в виде полосы с неоднородными свойствами по толщине построена математическая модель для анализа напряжений, возникающих в композите, и сил сжатия, достаточных для пластического деформирования только мягкой компоненты слоя и силовых параметров в момент, когда пластической деформацией будет подвержена более твердая компонента.

В качестве обобщения свободного растекания пластического слоя на плоскости рассмотрено квазилинейное параболическое уравнение, на основе которого выведено эволюционное уравнение для нахождения контура пластической области. Алгоритм реализован в виде программы для ЭВМ.

Третья глава содержит обоснование выбора математической модели течения пластической области, ограниченной контуром сложной геометрии. Адекватному выбору математической модели для решения задачи МДТТ в конкретном случае при известной топологии объекта и размерных характеристиках предшествует необходимость классифицировать анализируемые объекты. Создана методология распознавания объектов неканонической формы, в которой на разных этапах применяются специфические математические методы: метод экспертного опроса для создания продукционной системы; методы дискриминантных функций, кластерного анализа, математической статистики, а также задействованы нейросети. Этапы классификации и выбора математической модели течения алгоритмизированы, а машинные коды прошли регистрацию в Роспатенте.

В четвертой главе предложен численно-аналитический метод решения задач нестационарного течения в тонком пластическом слое для стесненного формоизменения. Рассмотрены новые математические модели течения с образованием тонких стенок в виде контурных ребер при затекании деформируемой среды в пазы инструмента. Модели описываются нелинейными

дифференциальными уравнениями в частных производных относительно контактного давления и компонент вектора скорости течения, для статической определенности к системе добавлено условие несжимаемости в скоростях. Контуры, ограничивающие пластическую область, могут быть как односвязными, так и многосвязными. Решения задач оформлены программными реализациями на языке *Python*.

В пятой главе описано математическое моделирование задач прикладной теории пластичности применительно к тонколистовым и тонкостенным объектам. Приведены полученные инвариантные характеристики напряженно-деформированного состояния для тригонометрического вида напряжений и деформаций; построены их обобщенные модели на девиаторной плоскости. Изменение инвариантных характеристик НДС в зависимости от углов вида напряженного φ_σ и деформированного φ_ε состояний представлены графически.

В шестой главе анализируются результаты физических и численных экспериментов по сжатию между сближающимися жесткими плитами тонких пластических образцов, ограниченных неподвижными стенками и первоначально имеющих форму прямоугольника, и кругового сектора в плане. Результаты экспериментов показали, что для корректного описания подобных течений необходимо использовать более общую модель «вязкой жидкости». Анализ экспериментальных результатов подтверждает заметное отставание продольного перемещения частиц вблизи неподвижных границ, т.е. двумерное течение приводит к искривлению линий координатной сетки. Для течения в средней части области, вдали от центра и свободной границы, было найдено аналитическое решение задачи, которое достаточно точно описывает течение пластического слоя, а расчетные перемещения близки не только качественно, но и количественно к данным экспериментов.

В заключении приведены основные результаты и выводы по выполненным исследованиям.

Диссертация оформлена в соответствии с установленными требованиями, текст изложен грамотным языком с минимальным количеством опечаток. Главы выстроены последовательно, содержат важные результаты научных исследований автора и сопровождаются подробными выводами.

Тезисно остановимся на основных положениях диссертации.

Основные положения и научные результаты, выносимые на защиту, полученные автором лично или вклад автора в которые был определяющим:

1. Метод характеристик, модифицированный для решения задач пластического течения тонких слоев в ортогональных системах координат (прямоугольной и более общей криволинейной систем координат).
2. Новые математические модели нестационарных течений тонких слоев по

недеформируемым и упруго-деформируемым поверхностям. Модели содержат новые постановки краевых задач течения пластического слоя и приближенные или точные методы аналитических решений, выбор которых зависит от используемых гипотез.

3. Метод решения задач пластического течения в композиционном слое, составленном из различных сред (по толщине, и в плане) в модели «вязкой» жидкости. Новизна метода состоит в анализе изменения границы между компонентами композита.

4. Разработанные алгоритмы вычисления параметров течения тонких слоев сплошной среды, которые занимают односвязные и многосвязные области неканонической формы. Эти алгоритмы позволяют вычислять силовые параметры процессов сжатия и анализировать кинематику течения.

5. Эволюционное уравнение, позволяющее описать изменение границ неканонических областей, на различных этапах течения.

6. Новые математические модели НДС, представляющие собой проекции на девиаторную плоскость траекторий главных напряжений и деформаций, и функционально связанные с видами механических схем напряжений и деформаций на конкретных операциях обработки металлов давлением, которые основаны на базовых и производных инвариантных характеристик сплошной среды.

7. Комплекс программ, который содержит процедуры принятия решений поддержки и для каждого этапа проектных исследований. Несколько программных кодов, которые дополняют друг друга при анализе информативности различительных признаков, распознавании и классификации сложных геометрических областей. Предложена логика выбора математических моделей для решения задач пластического течения слоев по поверхностям, решения эволюционных уравнений для восстановления изменяющихся границ растекающейся пластической области, и определение динамических кинематических и динамических параметров течения тонких слоев.

Научная новизна исследования

1. Установлены связи между различными математическими моделями течения тонкого пластического слоя для обобщения методов решения краевых задач течения с исследованием возможности введения малого параметра при переходе к безразмерным величинам в дифференциальных уравнениях в частных производных параболического типа.

2. Поставлена задача и получено точное аналитическое решение в задаче о течении тонкого слоя, расположенного между наклонными плитами, занимающего круговую область, с установлением следа ребра давлений и

кинематики течения. Для численного исследования задачи Коши разработан математический метод сведения уравнения эволюции границы растекающейся области дивергентного вида в частных производных (как частный вид уравнения нелинейной теплопроводности) к обыкновенному дифференциальному уравнению, что позволило получить новые точные решения частных случаев выпуклых границ (эллиптических, параболических, гиперболических, а также границ, заданных в виде эллиптического интеграла), описываемых кривыми высших порядков.

3. Поставлена и решена контактная задача о пластическом растяжении полосы из однородного металла силами, которые приложены на зажатых ее торцах, для использования в практических целях при правке листов и полос с помощью одноосного растяжения за пределом упругости.

4. Для тонкого слоя односвязной области в виде полосы с неоднородными свойствами по толщине построена математическая модель для анализа напряжений, возникающих в композите, и сил сжатия, достаточных для пластического деформирования только мягкой компоненты слоя, а также силовых параметров в момент, когда пластической деформацией будет подвержена более твердая компонента. Область применения теории течения тонкого слоя дополнена анализом течения односвязной области в виде клина с малым углом в плане.

5. Для обобщенной постановки краевой задачи о свободно растекающемся пластическом слое между жесткими поверхностями получены точные решения эволюционного нелинейного дифференциального уравнения для восстановления контуров односвязных областей с линейными и нелинейными границами.

6. Разработан метод распознавания объектов неканонической формы по топологическим характеристикам, влияющим на выбор математической модели пластического течения, включая алгоритмизацию этапов отбора информативных признаков с использованием математического аппарата, основой которого является концепция дивергенции; разработаны правила классификации деталей (продукционная система) с использованием теоретико-множественного подхода к экспертной классификации; построены разделяющие поверхности в информативном признаковом пространстве с использованием метода математической статистики, метода потенциальных функций, а также получено решение классификационных задач с использованием нейронных сетей с разработкой алгоритмов глубокого обучения.

7. На основе базовых и производных инвариантных характеристик построены математические модели напряженного и деформированного состояний, отображающиеся сечениями предельных поверхностей текучести девиаторной плоскостью.

8. Установлено, что полученные аналитические данные удовлетворительно коррелируют с результатами экспериментов по стесненному пластическому течению слоев в виде прямоугольника и кругового сектора в плане для обоснованного выбора математических моделей, которые дают более точные решения. Результаты теоретического анализа с достаточной точностью совпадают с результатами, полученными численными методами и результатами, полученными при проведении физических экспериментов по пластическому деформированию тонкоплатных объектов или имеющих ребра жесткости и занимающих односвязные и многосвязные области.

Новые результаты, полученные в диссертации, обосновывают **теоретическую и практическую значимость работы**. При решении краевой задачи Коши применительно к нестационарному течению тонкого слоя по различным поверхностям реализовано дальнейшее развитие математического аппарата для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) течения сплошной среды в виде тонкого слоя по недеформируемым поверхностям, который занимает односвязные и многосвязные области, ограниченные различными контурами, составленными из непрерывных кусочно-заданных функций. Для исследования течения сплошной среды в виде тонкого слоя, расположенного в многосвязных областях, построен алгоритм для определения линий тока, линий уровня и линий ветвления течения (ребер давления) для различных областей с характерным течением, при этом сформулированы соответствующие краевые условия на границах областей. Проведено сравнение результатов, полученных в результате анализа разработанных математических моделей нестационарного течения пластических слоев и результатов, полученных численными методами решения с помощью проблемно ориентированных программных пакетов, которые основаны на методе конечных элементов. Полученные результаты подтверждены экспериментальными исследованиями для металлов и сплавов разных марок, деформируемых в различных условиях.

Достоверность и обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, которые сформулированы в работе, подтверждаются корректными постановками задач механики сплошной среды, методами их решения и результатами сравнения с другими задачами, которые были получены независимыми исследователями. Результаты, которые получены автором, хорошо согласуются с известными результатами в предельных случаях. Теоретические и численные результаты удовлетворительно согласуются с данными лабораторных экспериментов.

Замечания и вопросы по диссертационной работе

1. В работе подробно рассмотрены две основные модели: идеальной жидкости и вязкой жидкости. На стр. 67 – 69 введен малый параметр $\varepsilon = \frac{h}{L}$ и указано. Что модель вязкой жидкости переходит в идеальную при $\varepsilon \rightarrow 0$. В главе 6 (стр.260 -262) наглядно продемонстрировано, что расчеты по модели идеальной жидкости не согласуются с экспериментом. Можно ли сформулировать количественный критерий, при котором использование упрощенной модели идеальной жидкости будет приводить к некорректным результатам или, наоборот, когда выбор упрощенной модели оправдан?

2. В разделе 6.4 проведено сравнение теоретических и экспериментальных перемещений (табл. 6.4 – 6.6). Наблюдается вполне ожидаемый для эксперимента разброс данных и некоторое расхождение с расчетом по модели вязкой жидкости. Можно ли оценить вклад погрешности эксперимента (например, точность нанесения координатной сетки, трение на торцах, неоднородность материала свинца) в расхождение с теорией? Проводилась ли статистическая обработка нескольких экспериментов для оценки доверительного интервала полученных перемещений, чтобы отделить систематическую погрешность модели от случайных факторов эксперимента?

3. Планируется ли в будущем, и возможно ли технически осуществить внедрение разработанных аналитических моделей и алгоритмов (включая классификацию объектов, глава 3) в виде подключаемых модулей для существующих пакетов инженерного анализа с открытым исходным кодом (например, Code_Aster, CalculiX, MOOSE). Это позволило бы существенно ускорить и «удешевить» предварительные расчеты, используя полученные аналитические решения, а на основе полученных результатов принимать решения о проведении более сложных конечно-элементных расчетов.

4. Доступны ли разработанные программы для ЭВМ для научного сообщества и инженеров? Если да. То это позволило бы независимо верифицировать результаты, а также и использовать их широкому кругу инженеров-технологов.

Сделанные замечания не являются существенными и не затрагивают основных положений диссертации.

Заключение

Анализ представленной к защите диссертации показал, что она является законченной научно-квалификационной работой, в которой решена актуальная научная проблема, имеющая важное значение для развития страны. Диссертационная работа «Математические модели нестационарного вязкопластического течения тонких пластических слоев в неканонических областях» соответствует требованиям действующего Положения о порядке присуждения учёной степени доктора наук, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842 (ред. от 25.01.2024), а ее автор Яновская Елена Александровна, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки).

Даю согласие на обработку персональных данных, представленных в отзыве.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры «Прикладная математика»
Научно-учебного комплекса «Фундаментальные науки»
ФГАОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», г. Москва.

10 марта 2026г.

Марчевский Илья Константинович

Контактные данные:

тел.: +7 (903) 783-99-87, e-mail: iliamarchevsky@bmstu.ru

Адрес места работы:

105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, к. 1
ФГАОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
Научно-учебный комплекс «Фундаментальные науки»
тел.: +7 (499) 263-63-26; e-mail: fn2@bmstu.ru



«ВЕРНО»

ВЕДУЩИЙ СПЕЦИАЛИСТ ПО ПЕРСОНАЛУ
ЛАПШИНА В.В.

ОТДЕЛ ПО ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ
ЕДИНОЙ ПРИЁМКОЙ
УКСА
МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА