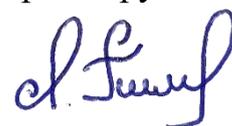


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»

На правах рукописи



Пимушкин Ярослав Игоревич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПОВЫШЕНИЯ ОБЪЁМНОЙ ТОЧНОСТИ  
МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ  
НА ОСНОВЕ ЦИФРОВОЙ КОРРЕКЦИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ РАБОЧИХ  
ОРГАНОВ**

Специальность 2.5.5 – Технология и оборудование механической и физико-  
технической обработки (технические науки)

Диссертация на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, доцент

Стебулянин Михаил Михайлович

Москва 2023 г.

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>4</b>
<b>ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМАТИКА ИЗМЕРЕНИЯ И КОРРЕКЦИИ ОБЪЁМНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ .....</b>	<b>11</b>
1.1 Технологические машины. Обобщённая схема движения.....	11
1.2 Объёмная точность и источники погрешностей многокоординатного технологического оборудования .....	18
1.3 Понятие коррекции объёмных погрешностей многокоординатного технологического оборудования .....	26
1.4 Обзор методов коррекции объёмных погрешностей многокоординатного технологического оборудования для повышения эффективности управления .....	30
1.5 Обсуждение подходов цифровой коррекции на основе априорной информации .....	43
1.6 Выводы по главе 1 .....	47
<b>ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПОВЫШЕНИЕ ОБЪЁМНОЙ ТОЧНОСТИ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО МЕТОДА.....</b>	<b>48</b>
2.1 Тангенциальный статический метод .....	49
2.2 Тангенциальный интервальный метод.....	55
2.3 Тангенциальный квазидифференциальный метод .....	56
2.4 Описание оборудования для исследования тангенциального метода повышения объёмной точности на примере пятикоординатного фрезерного обрабатывающего центра СТАН S500 с помощью лазерного трекера Leica Tracker LTD800 .....	59
2.5 Методика проведения экспериментальных исследований .....	63
2.6 Экспериментальные исследования коррекции объёмных геометрических погрешностей (КОГП) на участке <b>48 × 48 × 48</b> мм.....	65
2.7 Экспериментальные исследования КОГП на участке <b>240 × 240 × 240</b> мм .....	68
2.8 Экспериментальные исследования КОГП на участке <b>315 × 315 × 315</b> мм .....	71
2.9 Выводы по главе 2.....	75
<b>ГЛАВА 3. КОНЦЕПЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЁМНОЙ ТОЧНОСТИ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ ПОВОРОТОВ.....</b>	<b>76</b>
3.1 Концепция распределения параметрических погрешностей в рабочем пространстве трёхкоординатного обрабатывающего центра .....	77
3.2 Лазерное исследование объёмной точности пятикоординатного фрезерного обрабатывающего центра СТАН S500 с помощью ЛИИС Renishaw XL-80 .....	80

3.3 Анализ объёмной точности трёхкоординатных обрабатывающих центров средствами теории поворотов с учётом второго порядка малости.....	102
3.4 Сравнение вычислительной точности моделей первого и второго порядков малости при анализе модели состояния трёхкоординатного обрабатывающего центра, построенной средствами лазерной интерферометрии.....	107
3.5 Выводы по главе 3.....	116

## **ГЛАВА 4. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ КВАЗИДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО МЕТОДА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ РАБОЧИХ ОРГАНОВ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ ..... 117**

4.1 Квазидифференциальный метод повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей (КМТПП).....	117
4.2 Алгоритм построения КМТПП.....	121
4.3 Реализация алгоритма КМТПП в среде математического моделирования Mathcad Prime 8.0.....	124
4.4 Экспериментальные исследования КМТПП.....	135
4.5 Выводы по главе 4.....	146

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ ..... 147**

## **СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ ..... 150**

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ..... 151**

## **ПРИЛОЖЕНИЕ А. Реализация алгоритма оценки объёмной точности трёхкоординатного обрабатывающего центра средствами теории поворотов с учётом первого и второго порядков малости ..... 166**

## **ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Реализация расчета координат целевой точки при тангенциальном статическом методе в Mathcad Prime 8.0..... 172**

## **ПРИЛОЖЕНИЕ В. Реализация расчета координат целевой точки при тангенциальном интервальном методе в Mathcad Prime 8.0 ..... 174**

## **ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Реализация расчета координат целевой точки при тангенциальном квазидифференциальном методе в Mathcad Prime 8.0.... 176**

## **ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Акт о внедрении результатов работы ..... 178**

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Многокоординатные металлорежущие станки с числовым программным управлением являются одними из наиболее важных компонентов оборудования современных производственных предприятий, при этом разработка метода повышения объёмной точности перемещений их рабочих органов является актуальной проблемой. Это следует из того, что геометрические погрешности многокоординатных систем оказывают наибольшее влияние как на точность обработки, составляя до 40% от суммарной величины всех погрешностей, так и на точность измерений в технологических процессах современного машиностроения [25].

Основными источниками погрешностей многокоординатного технологического оборудования являются:

- $\Delta \varepsilon_y$  – погрешности установки заготовки в приспособление;
- $\Delta_y$  – колебания упругих деформаций динамической системы станка;
- $\Delta_n$  – погрешность наладки технологической системы;
- $\Delta_{и}$  – погрешность в результате износа режущего инструмента;
- $\sum \Delta_{ст}$  – геометрические погрешности станка;
- $\sum \Delta_t$  – колебания температурных деформаций.

Геометрические погрешности многокоординатных систем, таких как, например, обрабатывающие центры с кинематикой транспортных степеней подвижности телескопического типа, вызваны в основном дефектами производства или сборки, неправильным расположением осей движения и отклонениями позиционирования и прямолинейности каждой оси. Они оказывают существенное влияние как на точность обработки, так и на точность измерений в технологических процессах современного машиностроения [81].

Погрешности привода, оси или сборки станка являются в некоторой степени случайными, геометрические погрешности имеют как систематическую, так и случайную составляющие.

Случайная составляющая объёмных погрешностей в настоящее время мало изучена. Это объясняется отчасти тем, что успешное построение теории случайных погрешностей многокоординатных станков возможно на надёжном фундаменте результатов предварительных исследований систематических погрешностей, в области которых остаются востребованными решения задач моделирования и анализа их распределения в рабочем пространстве для создания эффективных алгоритмов числового программного управления станками.

Таким образом, в настоящее время актуальной является, в том числе задача разработки метода повышения объёмной точности на основе цифровой коррекции перемещений рабочих органов многокоординатных станков в условиях систематических геометрических погрешностей.

**Степень разработанности темы.** Проблемы, связанные с повышением точности многокоординатных технологических систем, рассмотрены в трудах Балакшина Б. С., Проникова А. С., Кобринского А. Е., Соломенцева Ю. М., Ратмирова В. А., Вульфсона И. А., Шмутера С. А., Базрова Б. М., Анисимова Б. В., Тимофеева А. В., Гусева И. Т., Невельсона М. С., Решетова Д. Н., Портмана В. Т., Тимирязева В. А., Серкова Н. А., Телешевского В. И., Кузнецова А. П., Мастеренко Д. А., Молодцова В. В., Бушуева В. В., Соколова В. А.

Продолжаются работы по созданию системных представлений о точности станков и методах их оценки, моделированию объёмных геометрических и тепловых погрешностей на основе различных математических методов.

Наибольший вклад в развитие знаний в этой области применительно к металлорежущим станкам внесли: Проников А. С., Каспарайтис А. Ю., Bryan J. В., Schwenke H., Knapp W., McKeown P.A., Donmez M., Hocken R., Zhang G., Soons, J., Spur, G., Sartori S., Trapet E., Schultschik R., Ertl F., Bringmann B., Ziegert J., Schmitz T., Balsamo A., Fu G., Fu J., Xu Y., Chen Z., Moon S. K., Moon Y. M., Kota S., J. R. R. Mayer, Xing K., Rimpault X., Mayer J. R. R., Chatelain J.-F., Achiche S. и др.

Однако, несмотря на значительные достижения в данной области, остаются востребованные разработки методов построения наиболее адекватной и точной геометрической модели погрешностей станка, основанные на преобразовании

исходных данных, полученных путём экспериментальных измерений элементарных геометрических составляющих структуры погрешностей положения и ориентирования рабочего органа станка, а также путём их моделирования.

**Объектом исследования** являются трёхкоординатные обрабатывающие центры со схемами прямолинейных движений в транспортных степенях подвижности, как наиболее распространенными в станочных комплексах механообработки.

**Предметом исследования** являются методы повышения геометрической точности позиционирования рабочих органов многокоординатных металлорежущих станков в условиях систематических погрешностей.

**Цель работы** состоит в повышении точности перемещений рабочих органов многокоординатного металлорежущего оборудования на основе методов дифференциальной геометрии.

Для достижения поставленной цели необходимо **решить следующие научные задачи.**

1. Построить модель распределения объёмных геометрических погрешностей в рабочем пространстве трёхкоординатных обрабатывающих центров.

2. Разработать алгоритмы повышения объёмной точности на основе решения обратной задачи кинематики (ОЗК) рабочего органа станка в условиях дифференциально-геометрического подхода к оценке распределения объёмной погрешности в рабочем пространстве с учётом специфики используемой лазерной измерительной системы.

3. Провести необходимые работы на лабораторном оборудовании для создания числовой экспериментальной базы аналитического исследования.

4. Провести вычислительный и натурный эксперименты с целью параметрического синтеза алгоритма повышения объёмной точности многокоординатного обрабатывающего центра в рабочем пространстве с заданной сеткой распределения погрешностей.

**Научная новизна работы** состоит в следующих результатах.

1. Разработан метод повышения геометрической точности станка на основе математической процедуры калибровки его кинематики с помощью лазерного трекера в условиях дифференциального подхода к оцениванию направлений перемещения в рабочем пространстве.

2. На базе теории конечных поворотов разработана математическая модель объёмной точности станка на сетке параметрических погрешностей, оцениваемых способом лазерной интерферометрии.

3. На основе модели объёмной точности разработан метод коррекции трёхкоординатных движений обрабатывающего центра путём нового решения обратной задачи кинематики в криволинейной системе координат его исполнительного привода.

**Теоретическая значимость работы** определяется следующим.

1. Математическая модель объёмной точности станка построена как нелинейная 2-го порядка, что позволяет аналитически обосновать допустимый порядок малости учитываемых функций базисных погрешностей в вычислительных задачах в области объёмной точности технологического оборудования.

2. Разработаны методы решения обратной задачи кинематики в криволинейной системе координат, учитывающие специфику лазерных измерительных систем в составе многокоординатных обрабатывающих центров.

**Практическая значимость работы** обусловлена следующим:

1. Обоснованно упрощена процедура решения задач вычисления объёмных погрешностей в рабочем пространстве металлорежущего станка.

2. Предложен инженерный, т.е. не требующий значительных вычислительных мощностей, метод снижения геометрических погрешностей трехкоординатных обрабатывающих центров на основе калибровки их кинематики с помощью лазерного трекера.

3. Разработана программа решения обратной задачи трехкоординатной кинематики металлорежущих станков в системе физических осей движения,

которая может быть положена в основу функционирования постпроцессора с контролем лазерного интерферометра в условиях высокоточного позиционирования.

**На защиту выносятся следующие положения:**

- Квадратичная модель объёмной погрешности трёхкоординатного обрабатывающего центра, полученная с помощью теории конечных поворотов на сетке базисных параметрических погрешностей, задаваемых независимым образом в точках каждой физической оси движения.
- Расчёт целевой позиции перемещения рабочего органа многокоординатного станка в рамках дифференциально-геометрической концепции его рабочего пространства, основанный на вычислении криволинейного интеграла.
- Метод решения обратной задачи трехкоординатной кинематики металлорежущих станков в криволинейной системе координат, построенный на основе закона астатического управления перемещениями механической системы в целевую позицию рабочего пространства с заданной моделью распределения объёмных погрешностей.

**Методы исследования.** В работе использованы методы матричных преобразований координат и аналитической геометрии, теория конечных поворотов, теория астатического управления механическим движением. Математическое моделирование выполнено в программных средах Mathcad Prime 8.0, Microsoft Excel.

**Степень достоверности** полученных результатов исследования определяется корректным использованием общепринятого математического аппарата аналитической геометрии, интегрального исчисления и теории автоматического управления, а также согласованностью результатов теории, компьютерного моделирования и физического эксперимента. Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, подкреплены фактическими данными, представленными в приведенных рисунках и таблицах.

**Апробация работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект No FSFS-2021-0003).

Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных, общероссийских, региональных и межвузовских научно-технических конференциях:

– на всероссийской научной конференции «Цифровая экономика: Оборудование, управление, человеческий капитал», секция «Управление», в ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», г. Москва 2017 г.;

– на международной научно-технической конференции «Метрология, стандартизация, качество: теория и практика», секция «Аттестация методик измерений и калибровка средств измерений» в ФГБОУ ВО «Омский государственный технический университет», г. Омск 2017 г.;

– на XVII-й Международной научно-практической конференции «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM – 2017)», Институт проблем упр. им. В.А. Трапезникова, г. Москва, 2017 г.;

– на международной научно-технической конференции «Метрология, стандартизация, качество: теория и практика», секция «Аттестация методик измерений и калибровка средств измерений» в ФГБОУ ВО «Омский государственный технический университет», г. Омск 2019 г.;

– на всероссийской научной конференции «Цифровая экономика: Оборудование, управление, человеческий капитал», секция «Управление», в ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», г. Москва 2020 г.;

– на международной научной конференции «Моделирование нелинейных процессов и систем», в ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», г. Москва 2020 г.;

– на международной научной конференции «MIST: Aerospace-V-2023: Передовые технологии в аэрокосмической отрасли, машиностроении и

автоматизации», в Красноярском краевом Доме науки и техники Российского Союза научных и инженерных общественных объединений, г. Красноярск 2023 г.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 12 статей, в том числе 6 статей в изданиях, включённых в перечень ВАК, 3 статьи – в изданиях, индексируемых в базах данных SCOPUS.

**Соответствие паспорту специальности.** Работа соответствует специальности 2.5.5 «Технология и оборудование механической и физико-технической обработки» в части п. 1 (Теория и практика проектирования, монтажа и эксплуатации станков, станочных комплексов, в том числе автоматизированных цехов и заводов, автоматических линий, а также их компонентов (приспособлений, гидравлических узлов и т. д.), оптимизация компоновки, состава комплектующего оборудования и его параметров, включая использование современных методов информационных технологий) и п. 4 (Создание, включая проектирование, расчеты и оптимизацию, параметров рабочего инструмента и других компонентов оборудования, обеспечивающих технически и экономически эффективные процессы обработки) ее паспорта.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, 4-х глав, списка использованной литературы и 5-ти приложений. Содержит 178 страниц машинописного текста, в том числе 165 страниц основного текста, 69 рисунков, 43 таблицы и список литературы из 119 наименований.

# ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМАТИКА ИЗМЕРЕНИЯ И КОРРЕКЦИИ ОБЪЁМНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ

## 1.1 Технологические машины. Обобщённая схема движения

По И.И. Артоболовскому: «Машина – это устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации в целях замены или облегчения физического и умственного труда человека.

Технологическая машина — это рабочая машина, в которой преобразование материала состоит в изменении формы, свойства и состояния материала или обрабатываемого объекта» [1].

Технологические машины используются в различных областях народного хозяйства. Их применение заметно на каждом этапе производства продукции: обработка материалов, сборка конструкций, измерение, контроль качества и автоматизация процессов. Ключевая особенность применения данных машин — это возможность производить продукцию в больших количествах, с высокой точностью и качеством.

Выделяют несколько основных групп технологических машин в зависимости от области их применения:

- машины для механической обработки материалов резанием;
- машины для термической обработки материалов;
- машины для физико-химической обработки материалов;
- машины для пластического деформирования материалов;
- координатно-измерительные машины для контроля качества продукции.

На данном этапе развития производств такие системы становятся все более сложными и высокотехнологичными. Они оснащаются компьютерными системами

управления, которые позволяют оптимизировать их работу и повысить качество продукции.

Министерство промышленности и торговли Российской Федерации уделяет большое внимание развитию технологического машиностроения. Данная отрасль является одной из приоритетных направлений государственной политики в области промышленности. Перед российским машиностроением стоит глобальная задача обеспечения возросшего спроса на высокотехнологичное оборудование внутри страны и обеспечение стабильного развития её экономики. Эти задачи предполагают проведение исследований и разработок, направленных на улучшение точности технологических машин в промышленности.

Для оптимизации и улучшения производственных процессов проводят исследования различных типов многокоординатных технологических машин в функциональной области, обеспечиваемой их кинематикой с точным и стабильным движением рабочих органов и инструментов.

В работе под технологическими машинами понимаются трёхкоординатные обрабатывающие центры (ТОЦ).

ТОЦ имеют различные типы компоновок, которые определяют их движение и функциональность в конкретных применениях.

Каждая компоновка имеет свои преимущества и недостатки, поэтому выбор конкретного типа зависит от требований производственного процесса, обрабатываемых материалов и сложности деталей. Описать компоновки можно схемами движения.

Рассмотрим основные виды схем движения многокоординатных обрабатывающих центров, применяемых в промышленности.

Схема движения 2+1:  $x_c, y_c + z_u$ . Здесь и дальше индекс  $c$  отвечает за перемещение стола, индекс  $u$  – за перемещение инструмента. В данной схеме стол перемещается по двум линейным осям  $x_c, y_c$  (влево-вправо, вперед-назад), а шпиндель с инструментами по линейной оси  $z_u$  (вверх-вниз). При таком порядке следования осей ротор оси  $x$  является статором для оси  $y$ , то есть схемы движения  $x_c, y_c + z_u$  и  $y_c, x_c + z_u$  разные.

Примером технологической машины, построенной на данной схеме движения, является вертикально-фрезерный обрабатывающий центр – станок модели TOMILL-160 фирмы «CNT» (Венгрия).

Схему движения TOMILL-160 можно описать следующим образом:

- ось  $x$  — это линейная ось, которая перемещает стол влево и вправо;
- ось  $y$  — это линейная ось, которая перемещает стол вперед и назад;
- ось  $z$  — это линейная ось, которая перемещает шпиндель вверх и вниз.

На рисунке 1.1 представлена схема движения и внешний вид данного ТОЦ.

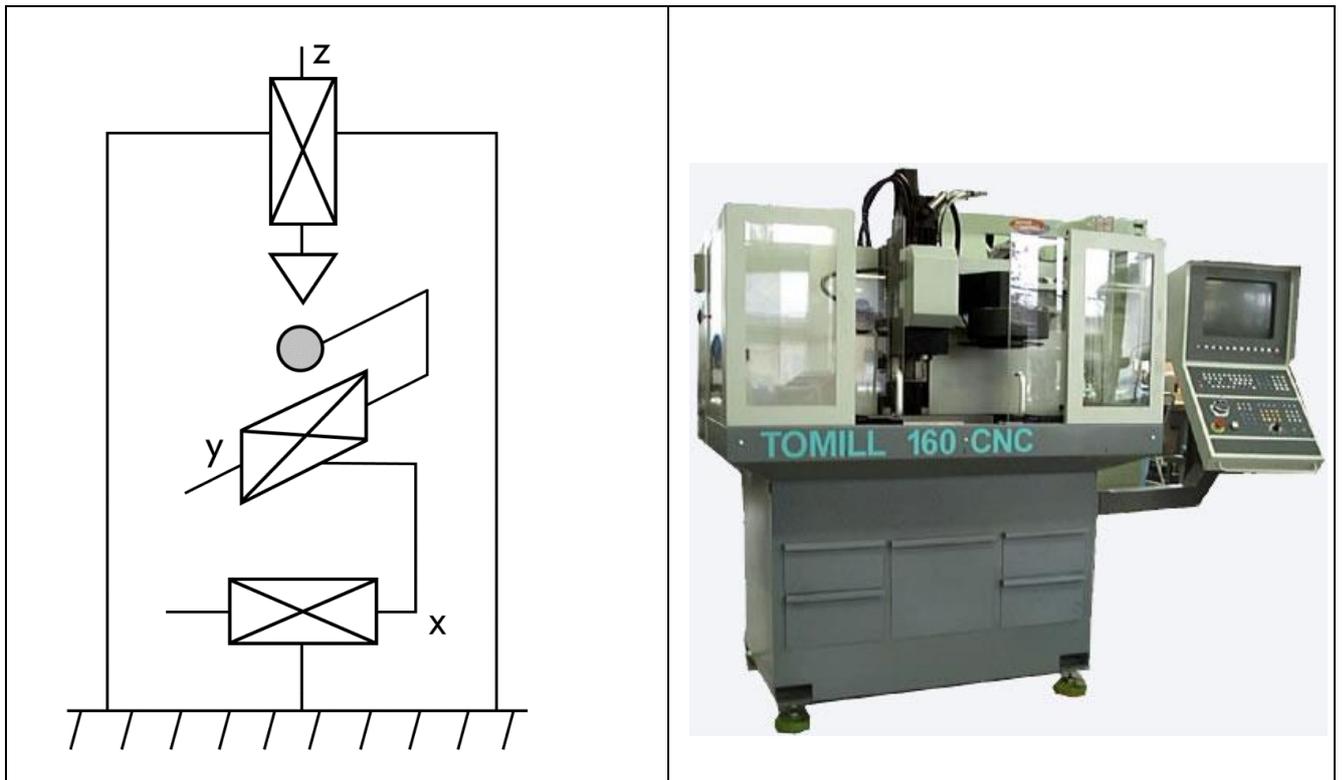


Рис.1.1. Вертикально-фрезерный обрабатывающий центр TOMILL-160 фирмы «CNT» (Венгрия): слева – схема движения, справа – внешний вид

Схема движения 2+1:  $x_c + z_c, y_i$ . В данной схеме стол перемещается по двум линейным осям  $x_c, z_c$  (влево-вправо, вверх-вниз), а шпиндель с инструментом по линейной оси  $y_i$  (вперед-назад).

Примером технологической машины, построенной на данной схеме, является универсально-фрезерный станок с ЧПУ Mikron UME 600 (Швейцария) с компоновкой консольного типа (рис.1.2).

Схему движения Mikron UME 600 можно описать следующим образом:

- ось  $x$  — это линейная ось, которая перемещает стол влево и вправо;
- ось  $z$  — это линейная ось, которая перемещает стол вверх и вниз;
- ось  $y$  — это линейная ось, которая перемещает шпиндель вперед и назад.

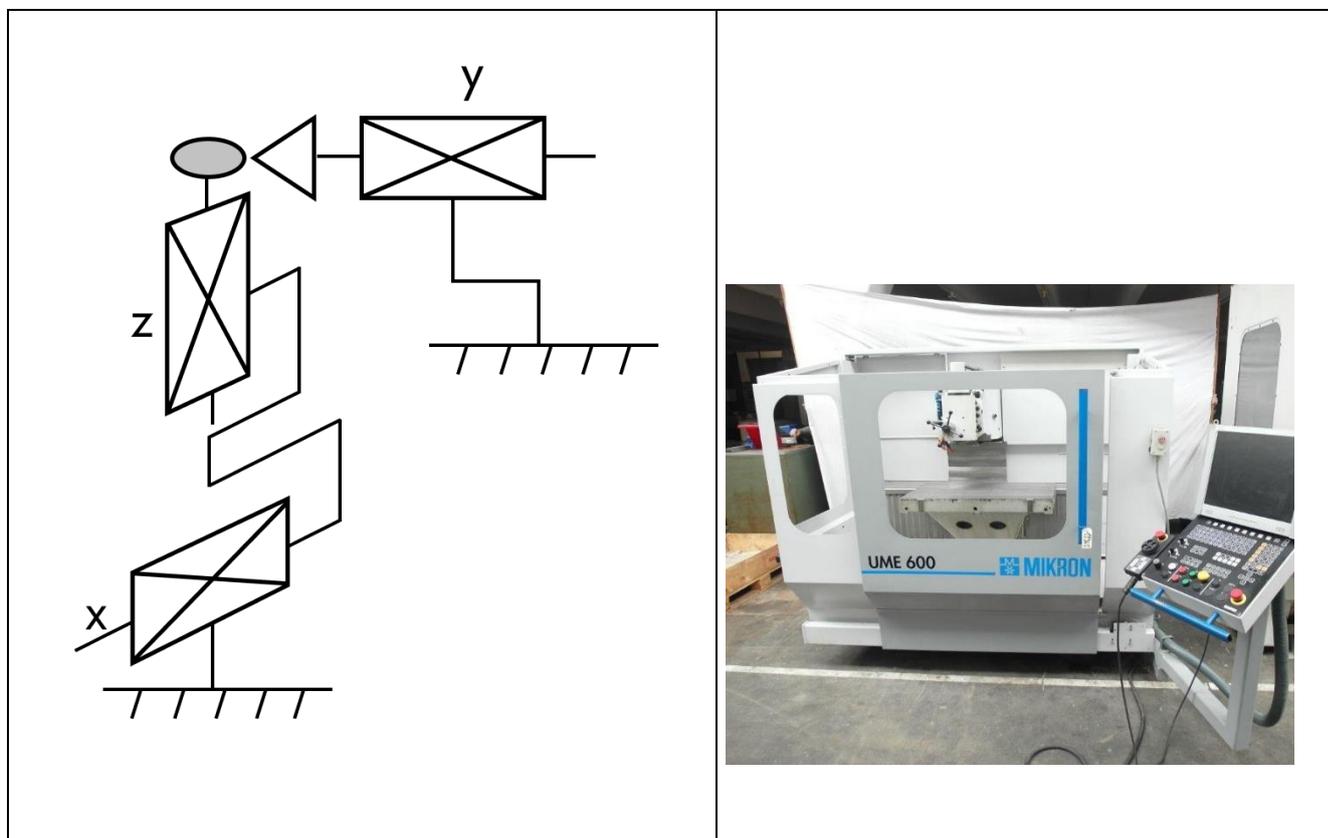


Рис.1.2. Универсально-фрезерный станок с ЧПУ Mikron UME 600 (Швейцария): слева – схема движения, справа – внешний вид

Схема движения 1+2:  $x_c + y_{и}, z_{и}$ . В данной схеме стол перемещается по оси  $x_c$  (влево-вправо), а шпиндель с инструментом по осям  $y_{и}, z_{и}$  (вперед-назад, вверх-вниз).

Примером технологической машины, построенной на данной схеме движения, является портальный фрезерный станок ФП160МФ3 (Россия) (рис.1.3).

Схему движения ФП160МФ3 можно описать следующим образом:

- ось  $x$  — это линейная ось, которая перемещает стол влево и вправо;
- ось  $y$  — это линейная ось, которая перемещает шпиндель вперед и назад;
- ось  $z$  — это линейная ось, которая перемещает шпиндель вверх и вниз.

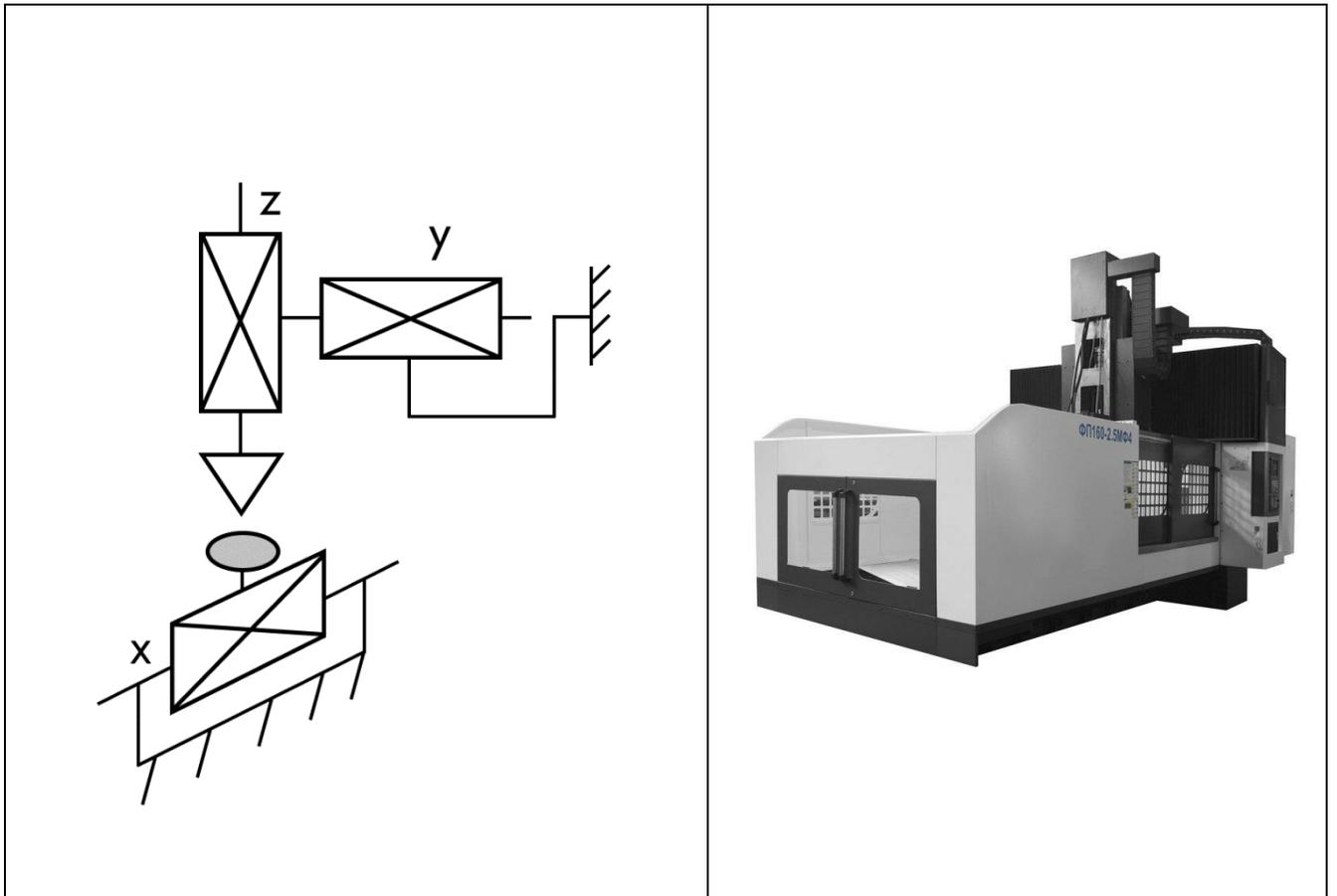


Рис.1.3. Портальный фрезерный станок ФП160МФ3 (Россия): слева – схема движения, справа – внешний вид

У многокоординатных технологических машин существуют следующие схемы движения (Таблица 1.1).

Таблица 1.1. Схемы движения многокоординатных технологических машин

2+1	
$x_c, y_c + z_{и}$	$y_c, x_c + z_{и}$
$x_c, z_c + y_{и}$	$z_c, x_c + y_{и}$
$y_c, z_c + x_{и}$	$z_c, y_c + x_{и}$
1+2	
$x_c + y_{и}, z_{и}$	$x_c + z_{и}, y_{и}$
$y_c + x_{и}, z_{и}$	$y_c + z_{и}, x_{и}$
$z_c + x_{и}, y_{и}$	$z_c + y_{и}, x_{и}$

Таблица 1.1 может быть в двух вариантах в зависимости от горизонтального и вертикального расположения шпинделя с инструментом.

На основе рассмотренных схем движения существуют следующие компоновки обрабатывающих центров, приведенных в ГОСТ Р ИСО 10791-1-2009 «Центры обрабатывающие. Часть 1: Контроль геометрической точности обрабатывающих центров с горизонтальным шпинделем и дополнительными шпиндельными головками (горизонтальная ось Z)» [19] и ГОСТ ISO 10791-2-2013 «Центры обрабатывающие. Часть 2: Контроль геометрической точности станков с вертикальным шпинделем и дополнительными шпиндельными головками (вертикальная ось Z)» [20].

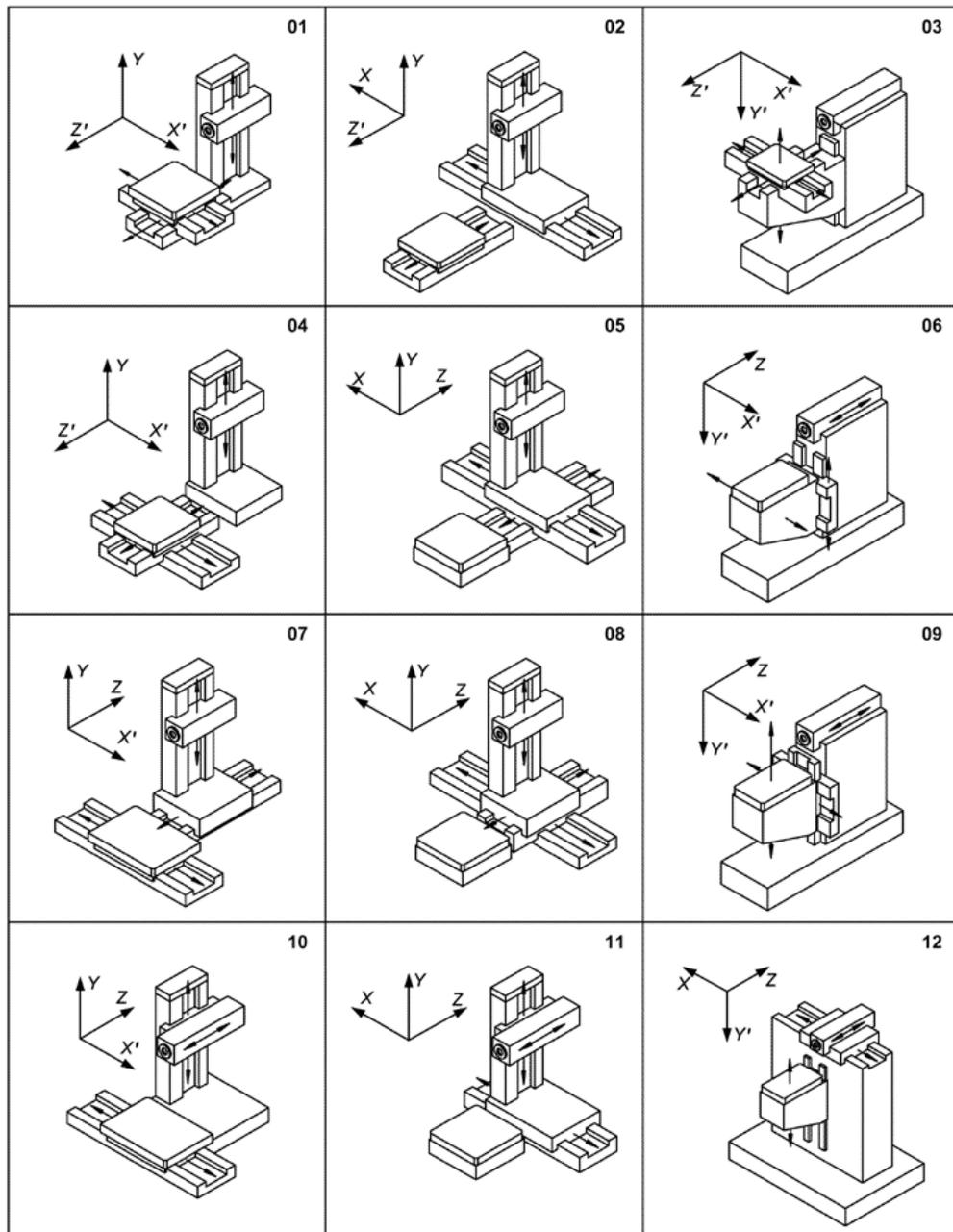


Рис.1.4. Компоновки обрабатывающих центров с горизонтальным шпинделем по ГОСТ Р ИСО 10791-1-2009 [19]

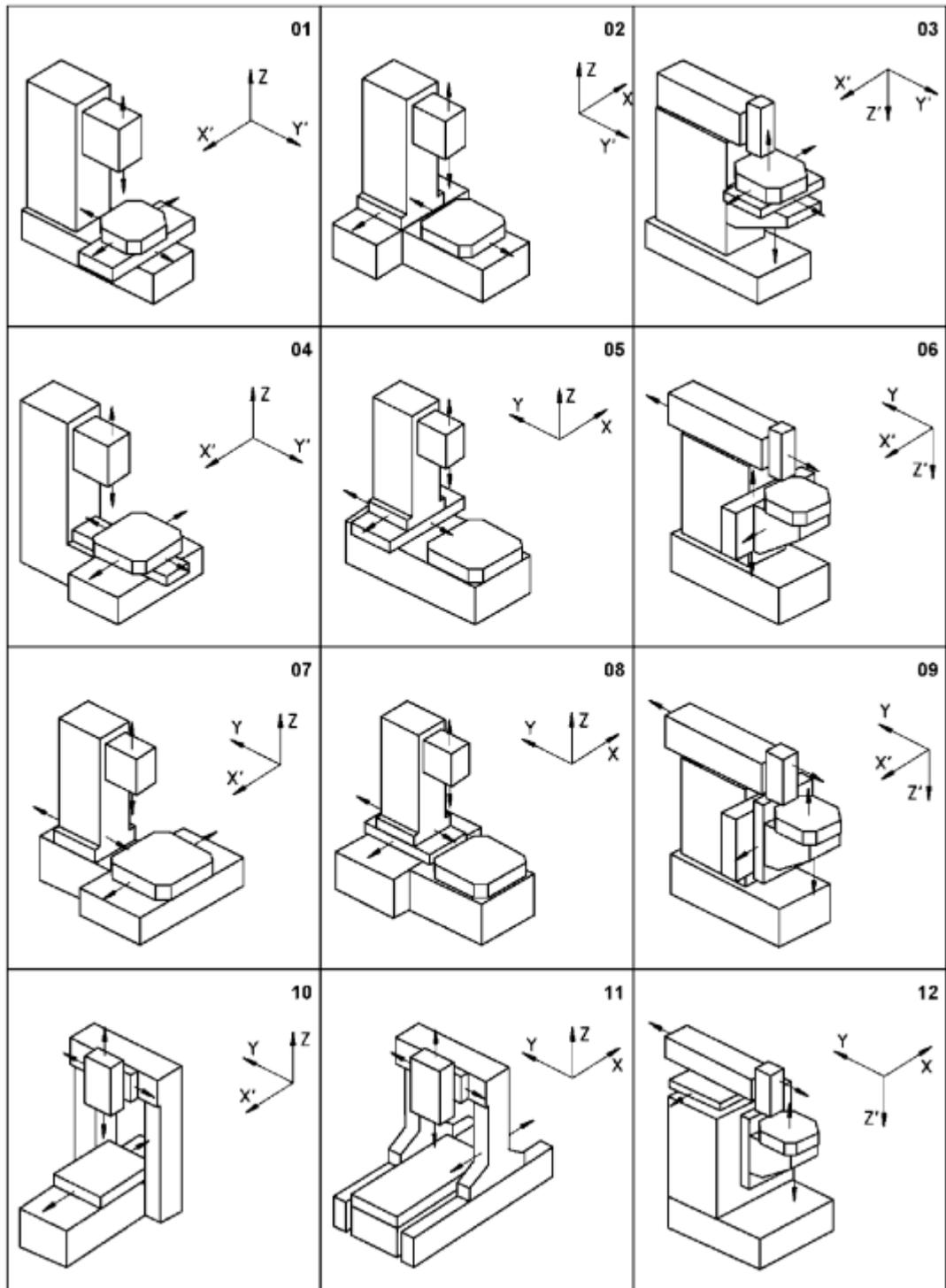


Рис.1.5. Компонки обрабатывающих центров с вертикальным шпинделем по ГОСТ ISO 10791-2-2013 [20]

Если рассматривать схемы движения машин (компонки) с точки зрения относительного движения инструмента и детали, то все вышерассмотренные компоновки можно описать единой схемой движения в обобщенных координатах (рисунок 1.6).

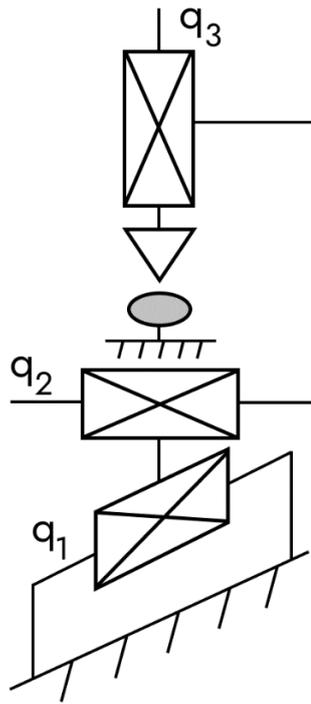


Рис.1.6. Обобщённая схема движения рабочего органа трехкоординатной технологической машины

Таким образом, исследования в данной диссертации посвящены цифровой коррекции перемещений рабочих органов ТОЦ в обобщённых координатах, то есть на основе обобщённой схемы движения (рис. 1.6).

## 1.2 Объёмная точность и источники погрешностей многокоординатного технологического оборудования

Прецизионная и ультрапрецизионная обработка изделий, высокоточные измерения стали ключевыми направлениями развития в различных областях науки и техники. Всё большее значение приобретают вопросы, связанные как с точностью позиционирования отдельных узлов технологического и измерительного оборудования, так и повышением объёмной точности машины (станок, КИМ, робот) в целом, то есть возможности технологической системы с заданной точностью осуществлять перемещение инструмента или измерительного наконечника.

Объёмную точность (ОТ) технологических систем характеризует общая концепция метода Error Mapping, которая была подробно описана авторами в работах [66, 61, 55]. В качестве примера многокоординатной технологической системы рассмотрим станок с тремя осями  $X_M$ ,  $Y_M$ ,  $Z_M$ , в котором задается целевое пространственное перемещение от точки  $A$  к точке  $B_1$  (рисунок 1.7). При этом реальное перемещение оказывается не от точки  $A$  к точке  $B_1$  с соответствующими координатами  $\Delta X_1$ ,  $\Delta Y_1$ ,  $\Delta Z_1$ , а от точки  $A$  к точке  $B_M$ . Разница представляет собой вектор погрешности с составляющими  $E_X$ ,  $E_Y$ ,  $E_Z$ .

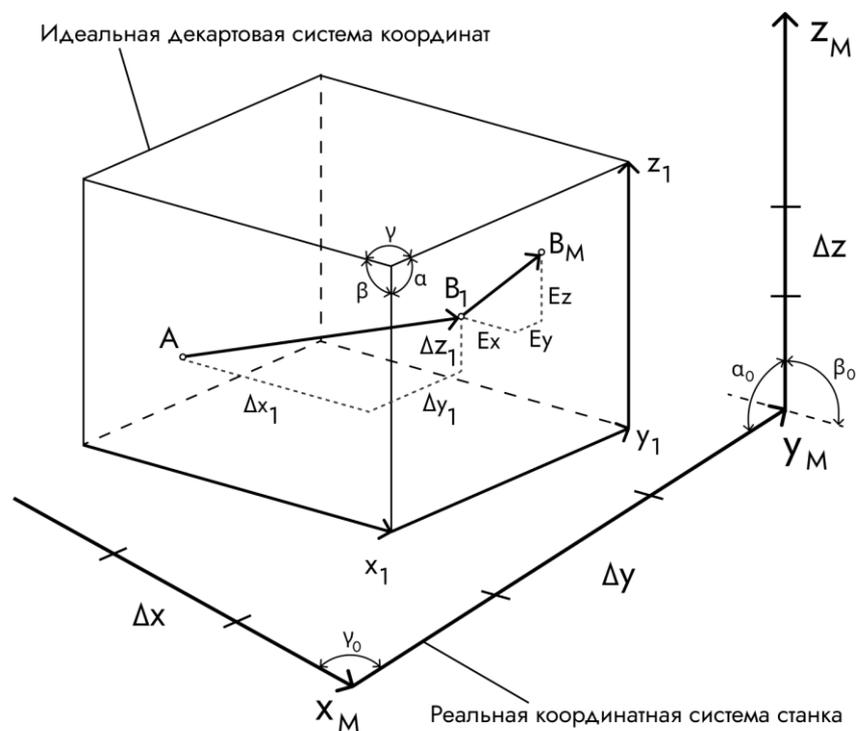


Рис.1.7. Объёмная точность многокоординатных систем [61]

Таким образом, количественно объёмная точность характеризуется объёмной погрешностью (ОП), которая для каждой точки рабочего пространства представляет собой вектор, направленный от заданного (номинального) положения выбранного полюса машины или станка к его действительному положению.

Вопросы точности многокоординатных измерений в производственных условиях являются наиболее сложными, поскольку участвует большое количество взаимодействующих узлов и модулей. При этом решаются различные расчетные

задачи, в том числе сложные задачи на криволинейных поверхностях с необходимостью представления результатов измерения.

Погрешности многокоординатных технологических машин состоят из:

- погрешностей сбора информации (погрешности измерения координат точек);
- погрешностей обработки и представления результатов измерений по следующим компонентам:

- 1) по устройству аппаратной части и системы ЧПУ;
- 2) по параметрам обрабатываемых деталей;
- 3) по факторам окружающей среды;
- 4) по источникам энергии;
- 5) по времени обработки и эксплуатации.

Схема погрешности координатных измерений с основными составными компонентами и действующими на них факторами представлена на рисунке 1.8.

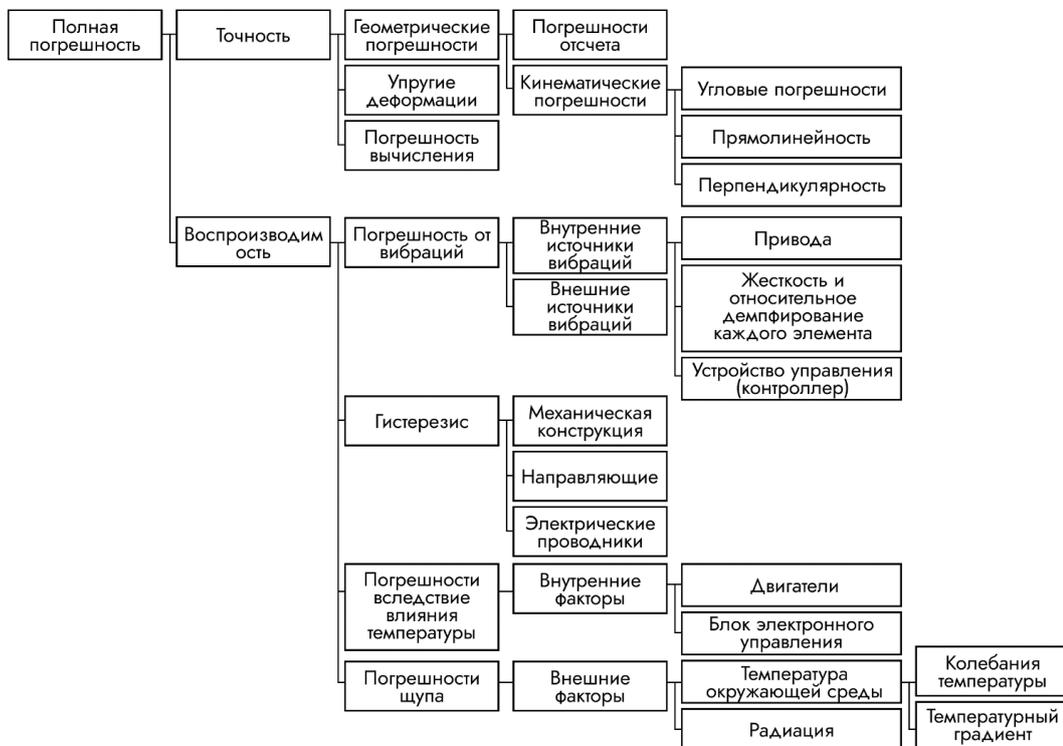


Рис.1.8. Основные источники погрешностей многокоординатного технологического оборудования [35]

Практически равноценно на погрешность многокоординатных технологических машин, определяемую аппаратной частью, влияют: механическая конструкция, реализующая координатную систему машины, измерительные системы и средства измерений.

При этом следует заметить, что возникающая из-за несоблюдения принципа Аббе погрешность возрастает с увеличением габаритных размеров станков и угловых отклонений подвижных узлов, при их перемещении вдоль координатных осей [35].

Когда речь заходит о технологических системах, погрешности могут возникать не только в результате ошибок при их изготовлении и настройке. Они также могут быть вызваны статической и динамической жесткостью движущихся компонентов системы и способами её управления. При считывании координат измеряемых точек непостоянство скоростей может приводить не только к деформациям в компонентах, отвечающих за перемещение по координатам, но и становиться источником погрешностей измерений, обусловленных электрической и механической инерцией систем измерения перемещений по координатам. После контакта с деталями измерительный наконечник проходит определенное расстояние до начала считывания показаний соответствующих измерительных систем. Эта погрешность неизбежно сказывается на процессе калибровки измерительных наконечников и оказывает влияние на результаты всех последующих измерений. Таким образом, радиусы и координаты отдельных измерительных наконечников, которые принимаются во внимание при проведении вычислений, могут быть некорректно определены, с высокой степенью погрешности. Поэтому для улучшения точности рекомендуется обеспечить постоянную скорость при проведении калибровки и измерений.

Изменения усилий, когда измерительная головка крепится к удлинителям, пиноли или другим компонентам станка, оказывают значительное влияние на точность измерений. Такой эффект особенно заметен при измерении параметров гибких, тонких деталей или изделий из материала с низким модулем упругости.

Погрешности могут возникать из-за изгиба удлинителей и поверхностей, а также деформаций при контакте измерительного наконечника с деталью.

При определении требований к постоянству скоростей измерения и измерительных усилий необходимо учитывать не только желаемую точность измерений, но и реальные характеристики системы и параметры деталей.

Погрешности координатных перемещений многокоординатного технологического оборудования возрастают с увеличением измеряемой длины или перемещения. При этом погрешности измерительных головок, как средств измерения, в меньшей степени зависят от измеряемых геометрических параметров. Для достижения наименьших значений погрешностей рекомендуется использовать удлинители с минимальной длиной и максимальной жесткостью. Это особенно важно при измерении малогабаритных прецизионных деталей.

Факторы окружающей среды, такие как температура и ее изменение, оказывают существенное воздействие на погрешности многокоординатного технологического оборудования. Эти воздействия приводят не только к удлинению измерительных линеек в системах измерения, но и к потере точности в узлах координатных перемещений. Проблема возникает из-за деформации корпусов, к которым прикреплены направляющие. Особенно чувствительны к этому деформации корпусов сложной формы – тонких, асимметричных, металлических, лишенных термоизолирующих покрытий. Также важно учесть чувствительность удлинителей и стержней измерительных головок к быстрым изменениям температуры при длительных измерениях сложных деталей. Это особенно важно для длинных, тонких асимметричных деталей, изготовленных из легких металлов. Следует отметить, что погрешности, возникающие из-за таких деформаций, являются сложными для учета и корректировки.

Вибрации, воздействующие на узлы станка, неблагоприятно сказываются на его геометрической точности, а также на прецизионности и стабильности встроенных измерительных систем. Детали, подверженные воздействию пыли, смазочно-охлаждающих жидкостей и масел из внешней среды, особенно страдают

от снижения точности перемещений, когда загрязнения оседают на открытые направляющие и рабочие поверхности подшипников.

Неодинаковое пропускание или отражение света из-за загрязненности линеек фотоэлектрических измерительных систем может привести к появлению погрешностей с высокочастотными компонентами. Аналогично, ухудшение чувствительности элементов и устройств установки измерительных головок из-за загрязнений уменьшает стабильность и точность работы измерительных головок. Установлено, что загрязнение измерительных приборов влечет за собой неточности в измерении формы объектов.

Процессы, связанные с эксплуатацией оборудования, такие как старение, износ, необходимость проведения калибровок, коррозия, а также воздействие изменений давления и влажности внешней среды, не могут быть недооценены.

Детали с массой, приближающейся к предельно приемлемой, вызывают деформации как основания оборудования, так и установленных на нем направляющих систем. Асимметричная нагрузка на основание по отношению к опорам создает дополнительные нагрузки на отдельные узлы и, в возрастающей степени, дестабилизирует работу станка.

Дефекты и загрязнения исследуемой поверхности могут стать причиной существенных погрешностей в измерениях, прогнозирование которых часто бывает сложной задачей.

В работе [25] д.т.н. Кузнецов А.П. проводит анализ методов оценки точности металлорежущих станков. Эти методы классифицированы по способу получения исходной информации, её преобразованию и степени полноты информации о свойствах станка (рисунок 1.9).

«Математические методы оценки точности базируются на составлении и решении систем математических зависимостей, описывающих как отдельные свойства компонентов станков, так и всего станка в целом.

Экспериментальные методы основаны на проведении исследований, результатом которых является вывод о соответствии точностных характеристик машины заявленным значениям» [25].

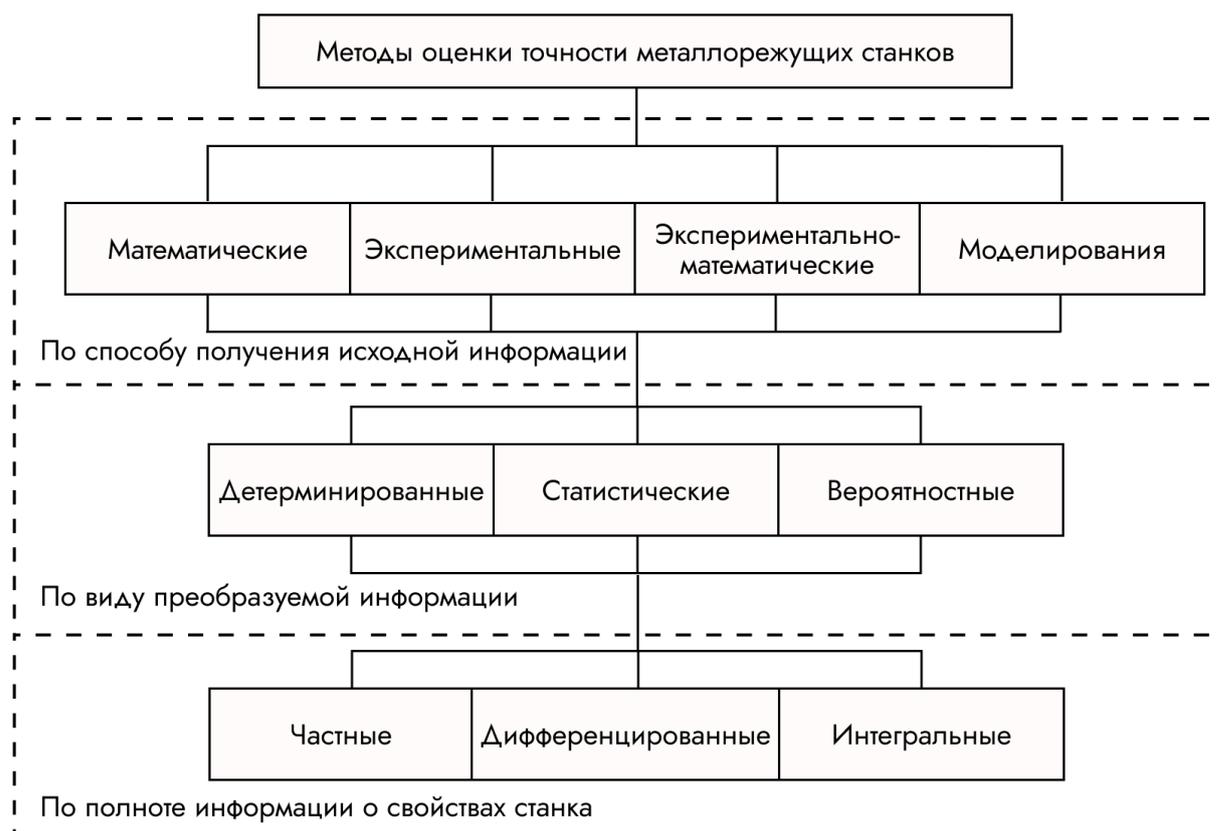


Рис.1.9. Методы оценки точности металлорежущих станков [25]

«Экспериментально-математические методы включают в себя элементы как экспериментальных, так и математических методов измерения и оценки информации.

Получение исходной информации моделированием может осуществляться либо натурно (создание физической модели реального объекта), либо математическим моделированием.

В соответствии с видом информации, которая обрабатывается в том или ином методе, выделяют детерминированные, статистические и вероятностные методы.

Детерминированные методы основаны на изучении и установлении характера или закономерности изменения выходного параметра станка от действующих факторов.

Статистические методы оценки точности металлорежущих станков основаны на получении статистических показателей точностных параметров

(математические ожидания, средние квадратичные отклонения и другие) по результатам множества измерений.

Вероятностные методы оценки точности станков базируются на построении и изучении вероятностных моделей точностных параметров.

В соответствии с полнотой и степенью охвата различных свойств машины выделяют дифференциальные, интегральные и частные методы»<sup>1</sup>.

Для объёмных погрешностей, как количественной характеристики ОТ, на данный момент уже сформирован комплекс самых различных подходов [102, 101, 111, 98, 96, 91, 75, 84]. Основная идея заключается в следующем: рабочее пространство станка, состоящее из механизмов, образующих несущую систему, разбивается на определенные области, соответствующие каждая своему узлу системы, или такие области, в которых наиболее рационально определять погрешность такого типа. Затем производится оценка геометрических параметров (отклонений механизмов) с учетом относительного положения звеньев и их ориентации относительно друг друга при перемещении.

Количественная оценка таких отклонений, полученная в результате измерений и обработки результатов, позволяет сделать выводы о степени точности функционирования как отдельного механизма, так и самого станка в целом. На основании полученной информации программным или аппаратным образом проводится коррекция, суть которой заключается в том, что положение рабочей точки должно быть максимально приближено к номинально заданному.

Задача измерения объёмных погрешностей в общем случае заключается в том, что рабочие органы на «холостом ходу» совершают последовательные перемещения в различных направлениях, которые задаются исходя из кинематической схемы станка, что приводит к перемещению измерительного щупа или кромки режущего инструмента. В каждой точке с помощью оптических систем, ЛИИС (лазерных интерференционных измерительных систем) или контактных датчиков измеряется линейное отклонение вдоль главной координатной оси (т.е. в

---

<sup>1</sup>Кузнецов А.П. Геометрическая точность металлорежущих станков: компенсация, коррекция, управление часть 1 // Станкоинструмент. 2020. № 1(18). С. 40-47.

направлении движения звена), а также угловые отклонения. Однако, целесообразнее проводить измерения не только «на холостом ходу», но и в динамике, непосредственно при воздействии сил инерции и резания, а также вибраций [56].

### **1.3 Понятие коррекции объёмных погрешностей многокоординатного технологического оборудования**

В настоящее время проблема повышения объёмной точности технологического оборудования становится предметом всестороннего изучения и обсуждения специалистами многих стран и научных организаций, институтов, в том числе и в РФ. При этом общность и различие в методах коррекции, математических моделях описания погрешности говорит лишь о том, что данный вопрос до конца не разрешен, и требуется поиск новых путей, позволяющих повысить точность работы современных технологических систем.

Все разнообразие способов коррекции объёмных погрешностей многокоординатного технологического оборудования можно в общем случае разделить на три группы:

- конструктивное усовершенствование несущей системы многокоординатного станочного комплекса, технологии его изготовления, сборки;
- модификация процесса управления технологической машиной методами коррекции целевых позиций движения её рабочего органа на основе информации о распределении погрешностей в операционном пространстве;
- комплексный подход, включающий методы как первой, так и второй группы.

К методам уменьшения погрешностей машин и станков относят:

- улучшение техпроцесса изготовления кинематических элементов, что позволяет уменьшить влияние так называемых первичных отклонений узлов на работу машины в целом (геометрические параметры отклонений, зависящие от самой конструкции кинематической пары или звена, его геометрии и материала, выбора предельных допускаемых отклонений при изготовлении);
- увеличение жесткости несущих элементов и повышение их виброустойчивости, устойчивости к температурным деформациям.

Вполне понятно, что объёмная точность многокоординатных систем наиболее сильно зависит от технологии изготовления отдельных узлов и сборки. Однако, на современном этапе развития технологий машиностроения возможности повышения ОТ средствами производства достигли стадии, когда повышение становится либо невозможным физически, либо нецелесообразным с экономической точки зрения. Это привело к тому, что стал применяться новый метод повышения ОТ, суть которого заключается в измерении геометрических составляющих погрешностей машины с их последующей коррекцией посредством системы управления [81]. Такой подход требует решения сложных вычислительных задач.

Эти задачи состоят в том, чтобы на основании полученных результатов программно добиться совпадения конечного положения рабочей точки с номинальным. Такая коррекция может быть осуществлена с помощью постпроцессора [66], который на основании обработки полученных данных об отклонениях и положении целевой точки формирует управляющую команду в системе ЧПУ, которая перемещает рабочий орган в необходимую позицию.

На рисунке 1.10 представлена иллюстрация принципа задачи коррекции ОП металлорежущего станка.

Суть коррекции состоит в том, чтобы на основе полученных данных о реальном положении точки, отличном от номинального в системе координат, записанной в управляющей программе ЧПУ, объёмную погрешность свести к минимуму на основе перемещения в некоторую точку  $M_d$ , которая будет

расположена внутри границ объёмной погрешности за счёт специальных алгоритмических средств.

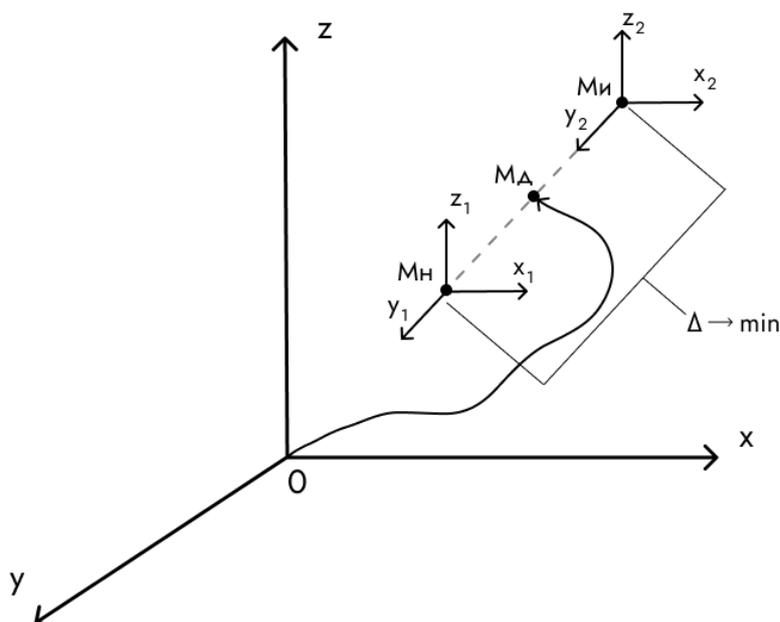


Рис.1.10. Общий подход к коррекции на основе данных об объёмной погрешности металлорежущего станка

На рисунке 1.10  $M_H$  – номинальное положение точки в пространстве в системе координат ЧПУ станка,  $M_И$  – информация о положении точки рабочего органа, полученная в результате измерения,  $M_Д$  – действительное положение точки, в которую возможно осуществить перемещение после коррекции.

На данный момент представлено несколько методов осуществления введения поправки и коррекции [66, 33, 37, 44], они также могут быть модифицированы, дополнены, каждый имеет свои преимущества и недостатки, область применимости, особенности учета влияния внешних динамических факторов.

На рисунке 1.11 представлен результат обобщения методов повышения точности многокоординатных машин с ЧПУ, изложенный в работе Н.А. Серкова [48].

Данные методы являются традиционными направлениями совершенствования машин и представляют собой комплексное применение

инженерных и научных идей. Часто они базируются на новых технологических решениях и принципах формообразования [73], а также на использовании современных материалов и комплектующих [24]. Кроме того, для достижения необходимых точностных показателей машины могут применяться различные методы аналитического и экспериментального анализа при проведении проектных расчетов и конструировании.

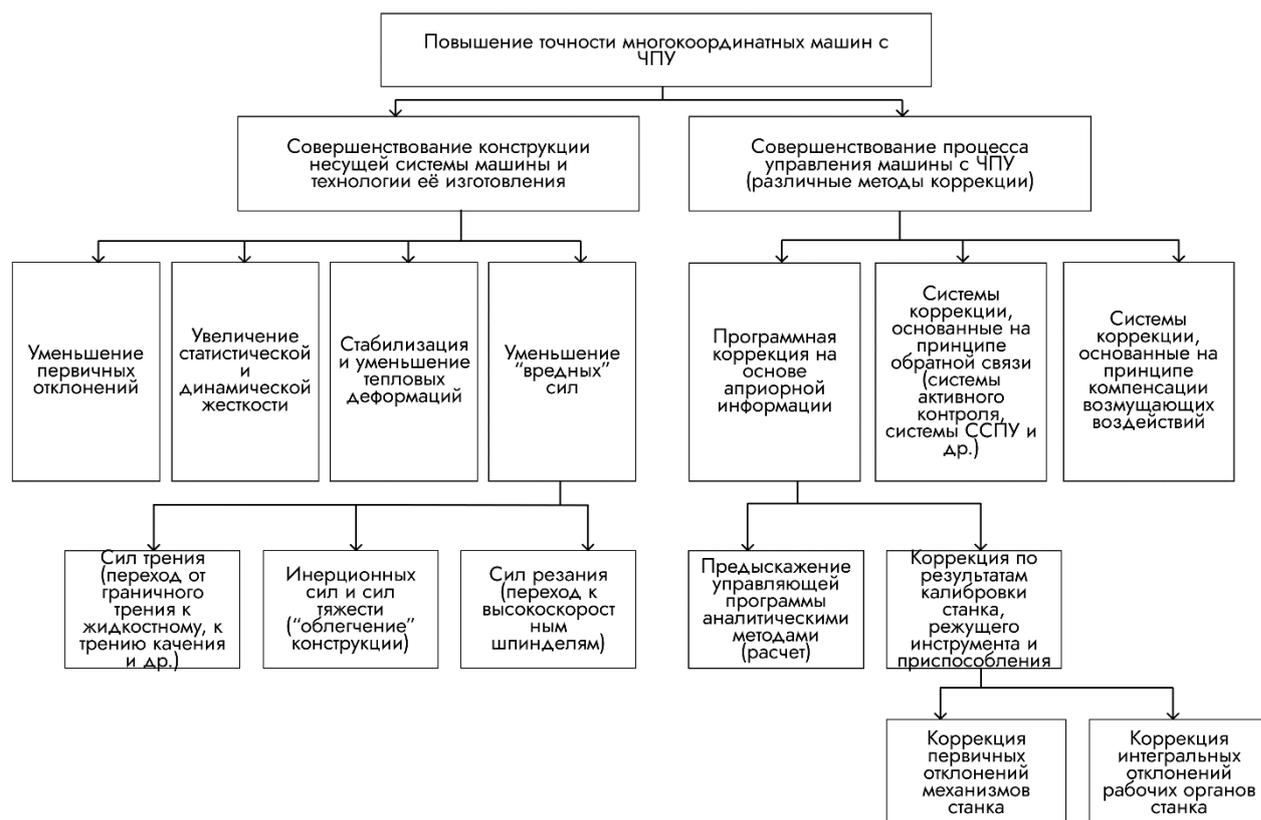


Рис.1.11. Методы повышения точности многокоординатных машин с ЧПУ [48]

Здесь эффективным решением может стать применение цифровых систем коррекции «внутри» основной системы управления технологической машиной. В большинстве случаев это оказывается надежным и эффективным подходом.

В последнее время цифровая коррекция стала особенно актуальной при создании прецизионных машин. Это является новым направлением технологии машиностроения, связанным с общей проблематикой точного управления технологическими системами и комплексами [48].

## **1.4 Обзор методов коррекции объёмных погрешностей многокоординатного технологического оборудования для повышения эффективности управления**

Основной задачей системы управления движением многокоординатного технологического оборудования: станков с ЧПУ, промышленных роботов, КИМ является планирование перемещений рабочего органа по траектории через заданные точки с определенными координатами и скоростью.

На сегодняшний день предложен ряд методов измерения и контроля погрешностей, возникающих во всем объеме рабочего пространства станка, базирующихся на различных принципах анализа и расчета, оценки точности работы, т.е. выполнения наиболее точным образом управляющих команд с целью обеспечения заданных требований в процессе эксплуатации многокоординатной системы.

Математическая модель точности технологической или измерительной системы может быть сформирована с использованием различных методов и подходов: подход Денавита-Хартенберга [111], метод описания кинематики твёрдого тела (rigid body kinematics) [96], метод описания кинематики множества твёрдых тел (Multiple-body kinematics) [98], методы матричной симуляции [91]; в некоторых работах рассматриваются не только систематические, но и случайные характеристики, оказывающие влияние на точность оборудования [86]. В работе Н.А. Серкова [48] был предложен также метод расчета интегральной оценки точности станка. При описании погрешностей, влияющих на ОТ, учитывается множество факторов и теоретических положений, например, теории размерных цепей, теории механизмов и машин, теоретической механики, теории исследования динамики и вибраций.

Поскольку перечисленные выше методы относятся к цифровой коррекции, то логично начать изложение их особенностей с классификации в соответствии с определенными признаками.

Системы цифровой коррекции возникли в связи с бурным развитием средств вычислительной техники и числового программного управления. Классификация систем управления технологическим оборудованием на основе известной информации и знаний о фундаментальных положениях теории автоматического и адаптивного управления объектами была представлена в работах [23, 71]. По сути, это разделение систем управления согласно информационным признакам. Такие управляющие системы служат основой для разработки и проектирования программных методов введения поправки в ЧПУ металлорежущих станков.

В современных станках широко применяются различные системы цифровой коррекции, которые позволяют улучшить точность и качество обработки материалов.

Кроме того, следует отметить, что коррекция программы ЧПУ на основе априорной информации требует точных данных о свойствах станка и условиях обработки материала. Сюда входит информация о жесткости направляющих станка, статических и динамических свойствах станка, информация об износе инструмента, условиях резания, обрабатываемом материале (заготовке) и других параметрах. После калибровки станка и расчета поправок на основе этих данных, программное управление может быть настроено для повышения точности и качества обработки материала [47].

Этот метод коррекции был использован для компенсации динамических погрешностей в следящих приводах станков с ЧПУ и описан в [2]. Однако метод требовал надежных справочных и рабочих данных, что затрудняло его эффективное применение.

В последние годы растет интерес к использованию машинного обучения для повышения точности обработки с ЧПУ. Машинное обучение можно использовать для прогнозирования влияния износа инструмента, условий резания и других факторов, влияющих на точность обработанной детали. Затем эта информация может быть использована для корректировки программного управления в режиме реального времени, чтобы компенсировать существующие погрешности.

Альтернативное направление связано с коррекцией на основании измерения интегральных отклонений координат позиционирования рабочих органов машины от номинальных значений, для чего применяется имитационная математическая модель образования этих величин, которая учитывает также факторы режущего инструмента и положение заготовки.

Задача повышения объёмной точности состоит в том, чтобы провести измерения в рабочем пространстве многокоординатного металлорежущего оборудования, составить объёмную карту погрешностей (векторное поле), а затем на её основе ввести в управляющую программу станка поправки, чтобы выводить рабочий орган в заданную точку с максимально достижимой точностью.

Рассмотрим некоторые из методов коррекции с целью выявления их достоинств и недостатков, которые могут служить поводом для их модификации, или разработки новой математической модели.

Для начала рассмотрим один из первоначальных методов расчета объёмной точности с помощью эквивалентных схем по уравнениям связей и реакций звеньев станка, предложенных Базровым Б. М. [3].

Суть метода заключается в том, что каждый рабочий орган станка рассматривался в качестве звена, перемещение которого описывалось системой классических аналитических уравнений реакций и моментов. Для определённых точек, в которые должен переместиться узел станка, составляется карта сил, действующих в различных направлениях (в частном случае, в трехмерной системе координат  $OXYZ$ ) и перемещение по той или иной координате описывается уравнениями моментов и реакций. Далее, в зависимости от действующих дополнительных сил, например, силы зажима винтами заготовки в приспособлении, вводится вектор этих дополнительных сил.

Для каждого из узлов механизма выбирается система координат, на которую наложена система базовых упругих опор.

Таким образом, узлы станка рассматриваются как упругие связи систем координат в соответствии с основными принципами теоретической механики.

В такой постановке задача формулируется следующим образом: по номинальным значениям координат точки и известным уравнениям звена, его реакций и моментов, а также действующих на него дополнительных сил, рассчитать действительное положение точки. Для этого необходимо производить расчет перемещений опорных точек. Алгоритм процесса получения исходных данных представлен на рисунке 1.12.



Рис.1.12. Исходные данные, необходимые для процесса коррекции по методу Базрова Б.М. [3]

Данная методика оценки погрешности ОТ имеет массу существенных недостатков, поскольку оперирует лишь уравнениями связи в условиях статического равновесия. Более того, данные уравнения статики получаются весьма громоздкими и сложными для восприятия и записи алгоритмов для расчета на цифровом вычислительном устройстве. Поэтому методика была актуальна лишь на ранних этапах исследования ОТ станков и только в режиме статических нагрузок. Учет деформаций и влияния иных сил и ударных нагрузок, как правило,

описывался приближенными уравнениями, полученными из многолетней практики и рекомендаций, порой только усложняющими процесс оценивания действительных значений составляющих погрешностей.

Авторы данной методики обращают особое внимание на то, что при её использовании особо важен правильный выбор технологических и измерительных баз для установки каждого из звеньев, поскольку погрешность базирования оказывала сильное влияние при определении векторов главных сил (реакций) и моментов.

Известно [81], что любая метрологическая задача состоит из двух основных элементов, которые отражают саму суть процессов измерения и управления. Такая концепция в метрологической информатике носит название концепции дуальности процессов (управления и наблюдения) [7, 57]. Смысл заключается в том, что для того, чтобы знать, как управлять тем или иным физическим процессом, необходимо располагать информацией о свойствах и параметрах, обуславливающих его течение во времени. Для этого необходимо составить модель, причем максимально адекватную (насколько это возможно). От объективного и логически обоснованного выбора параметров и свойств атрибутов зависит адекватность выходного результата модели, причём данный результат должен соответствовать физическим законам и действительному состоянию вещей.

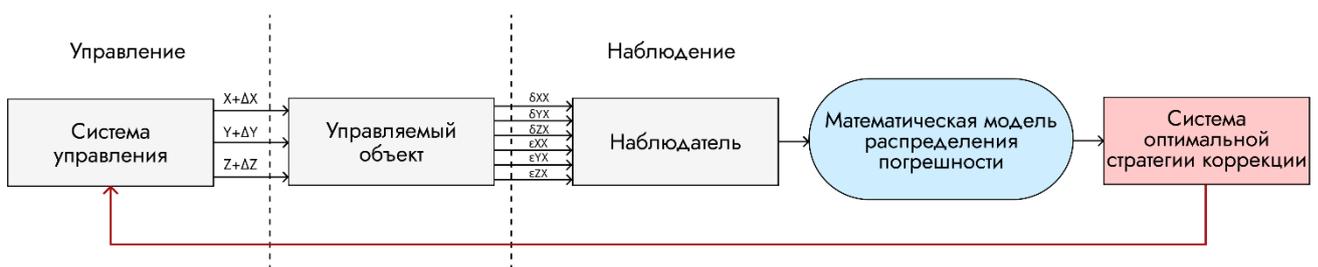


Рис.1.13. Математическая модель коррекции ОТ [57]

Не является исключением и математическая модель цифровой коррекции объёмной погрешности. Точность работы узла механической системы в пространстве достаточно хорошо описывается функциями погрешности. Это первичные отклонения механизма, рассматриваемые как малые величины по сравнению с шагом дискретности его позиционирования. Данное понятие

определяется в работе [48] следующим образом: «Первичным отклонением механизма называется отклонение положения, геометрических размеров и формы реального элемента кинематической пары от положения, размеров и формы идеального элемента».

Можно утверждать, согласно представленному выше определению, что такие погрешности функционирования звеньев или их сопряжений между собой, обеспечивающие их относительную подвижность (кинематическая пара), однозначно определяют ОТ станка.

Если рассматривать трехмерное пространство, то для описания объёмной погрешности движения каждого звена достаточно использовать 6 функций отклонений, информацию о которых получают при исследовании ОТ [99]. Эти функции отражают два основных вида погрешностей позиционирования: линейные и угловые составляющие. Линейные составляющие, в свою очередь, характеризуют погрешность прямолинейного перемещения рабочего органа вдоль главной координатной оси (рабочее направление движения) и остальных осей, косвенно влияющих на точность перемещений. Угловые отклонения характеризуют малое вращательное смещение относительно номинального положения, поскольку так или иначе, внешнее воздействие на технологическую или измерительную систему не позволяют достичь идеального положения точки исполнительного механизма. В теории исследования вопроса ОТ такие угловые отклонения могут быть описаны с помощью хорошо известных в инженерной практике понятий, а именно: крен, тангаж, рысканье.

На рисунке 1.14 представлен чертеж продольных салазок обрабатывающего центра, движение которых осуществляется вдоль оси  $OX$ , и представлена графическая иллюстрация 6 функций отклонений, как аргументных составляющих объёмной погрешности. Стоит отметить, что в теории происходит разбиение каждого из отклонений на совокупные взаимовлияющие компоненты с целью повышения точности получаемых результатов, что приводит к росту числа функций, количественно характеризующих ОТ станка.

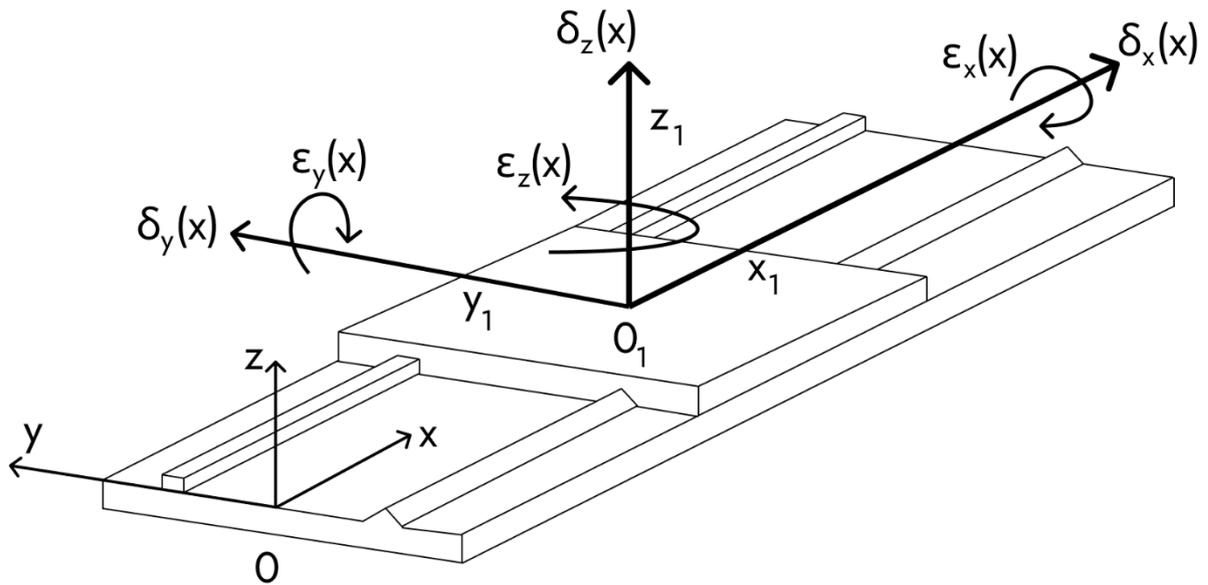


Рис.1.14. Схема 6 отклонений, характеризующих неточность позиционирования исполнительного механизма в общем случае [43]

Таким образом указанные 6 видов отклонений дают гораздо больше пространственных функций, характеризующих объёмную погрешность – разницу между действительным и номинальным положением точки в пространстве. Например, погрешность линейного перемещения в направлении каждой оси в не ортогональной системе осей определяется как собственная компонента движения по данной оси, так и суммой компонент взаимовлияния двух других осей.

Аналогичная ситуация наблюдается и в отношении угловых движений. Таким образом, при описании первичных отклонений число составляющих может существенно возрасти. С целью составления карты погрешностей в этом случае потребуется рассчитать большое число функций погрешности. Например, для трёхкоординатного обрабатывающего центра число таких функций уже равно 21 [92].

Д.т.н. Н.А. Серков предлагает следующие способы коррекции первичных и интегральных отклонений взаимного положения исполнительных органов многокоординатной машины (рис. 1.15) [48].

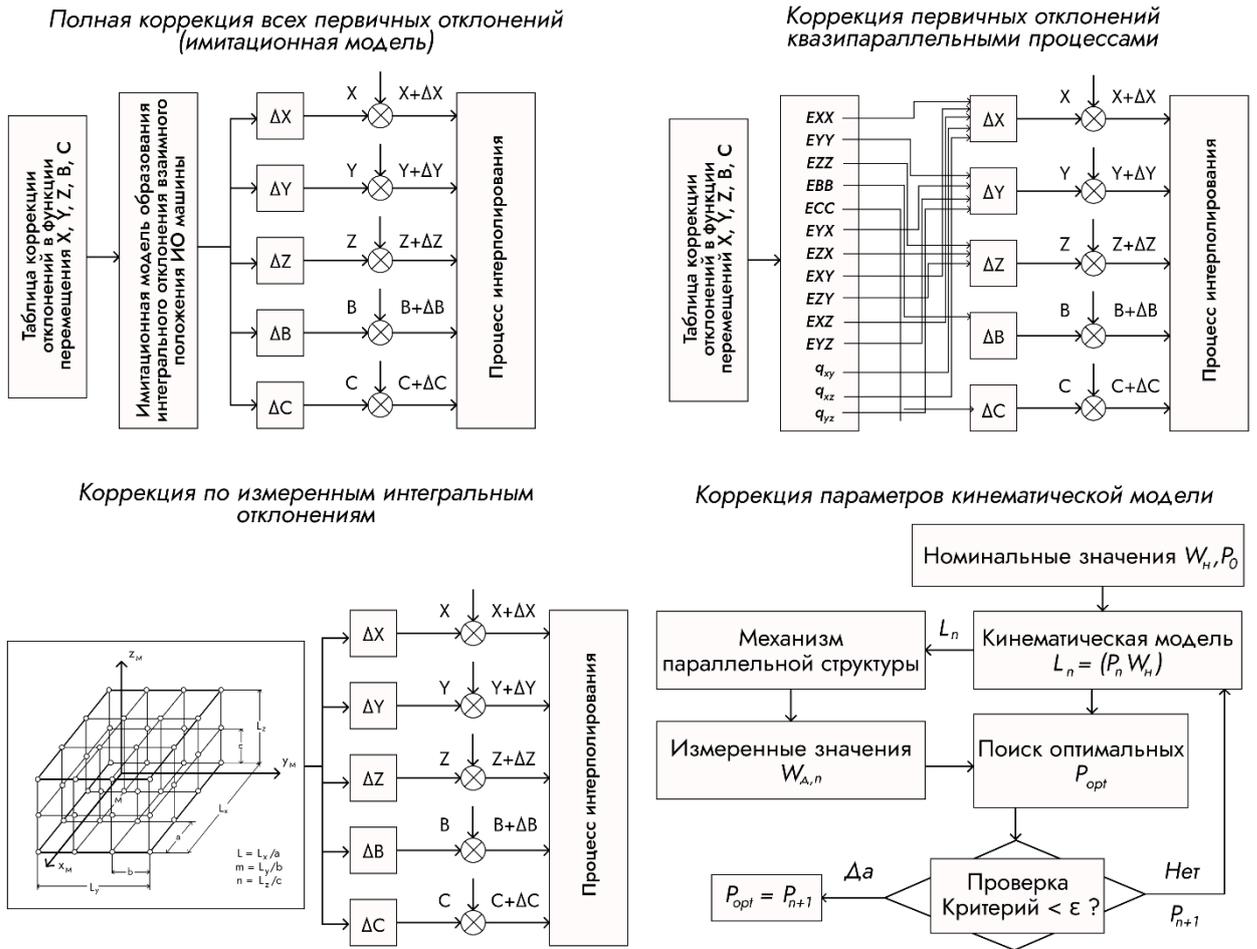


Рис.1.15. Способы коррекции первичных и интегральных отклонений взаимного положения исполнительных органов многокоординатной машины, предложенные Серковым Н.А. [48]

Суть способов в следующем:

1. «полная коррекция всех первичных отклонений с вычислением и обработкой приводами корректирующих линейных и угловых поправок с помощью имитационной модели, может быть реализована только на 5 (и более) координатных машинах с вычислительными средствами, позволяющими «просчитывать» имитационную модель в цикле интерполирования  $< 2$  мс;
2. коррекция части первичных отклонений механизмов, реализованная в современных системах ЧПУ: все коррекции, относящиеся к линейным

координатам, суммируются и обрабатываются соответствующим приводом в режиме интерполирования, по угловым координатам осуществляется только коррекция отклонений позиционирования;

3. коррекция по результатам измерения интегральных отклонений взаимного положения рабочих органов многокоординатной машины с ЧПУ (3 линейных и 3 угловых) в контрольных точках рабочего пространства, запоминании и отработки при воспроизведении траектории движения. Этот способ требует для каждой новой конструкции машины создавать свой постпроцессор и связан с получением, обработкой и хранением большого объёма информации;
4. внесение коррекции через изменение параметров кинематической модели технологической машины. Способ применяется в многокоординатных машинах с ЧПУ со сложной структурой с различными кинематическими парами» [48].

Суть метода, описанного и реализованного в работе Серкова Н.А. [48] состоит в следующем: на основе однородных матриц обобщенных перемещений составлялась математическая модель перехода от одного узла машины к другому при их относительном перемещении, с учетом погрешностей пространственного смещения осей. Разработанная автором имитационная модель позволяла при выборе различных типов первичных отклонений и характере их изменения рассчитывать интегральное отклонение.

Получив функциональные зависимости, описывающие преобразование координат при переходе от  $i$ -ой к  $i+1$ -ой кинематической паре, автор на основе разработанной имитационной модели получает решение системы алгебраических уравнений, которое позволяет для каждой точки получить значение интегрального отклонения. Рассчитанное значение отклонения необходимо для того, чтобы оценить, насколько полученная в результате измерений эталонная траектория конечного звена механизма отличается от идеальной.

Один из основных подходов к повышению объёмной точности разработал и применил д.т.н. проф. Телешевский В.И. [61, 66]. Данный подход основан на

измерении геометрических погрешностей станка с помощью лазерной интерференционной измерительной системы с последующей их автоматической компенсацией. В процессе обследования станка производятся измерения, позволяющие получить распределение объёмных погрешностей в рабочем пространстве станка (error-mapping – составление карты погрешностей), после чего осуществляется их коррекция путём внесения поправок в систему управлений.

На основе данного подхода в [53] был разработан метод коррекции объёмной точности приведения системы координат станка к оптимальной точке («нулевой точке»). Суть метода проиллюстрирую следующим примером.

Рассмотрим одномерный случай. Допустим, мы измерили погрешность позиционирования  $\Delta X$  вдоль одной оси в 10 точках. У нас получились следующие показатели:

Показания, мкм										Сумма
0	3	1	5	6	2	1	4	3	0	25

Сумма погрешностей во всех точках равняется 25, а погрешность относительно нуля укладывается в «трубку»  $\pm 6$  мкм.

Если мы в каждую из этих 10 точек введём коррекцию (сдвинем ноль) на величину погрешности в точке, например, точка №3 (1 мкм), погрешность в этой точке будет равна 0, а результат будет следующим:

Показания, мкм										Сумма
-1	2	0	4	5	1	0	3	2	-1	15

Сумма погрешностей во всех точках стала равна 15, а погрешность относительно нуля укладывается в «трубку»  $\pm 5$  мкм

Мы можем перебрать таким образом все точки поочередно, вносить поправку по каждой из них и подобрать такую точку, что помимо того, что погрешность в этой точке будет 0, сумма всех погрешностей будет минимальной по модулю. Такой точкой может быть, например, точка 9 (с погрешностью 3 мкм), если мы внесём коррекцию по этой точке, результат будет следующий:

Показания, мкм										Сумма
-3	0	-2	2	3	-1	-2	1	0	-3	-5

Сумма погрешностей во всех точках стала равна -5 (по модулю это будет 5 – минимальное значение из всех возможных), а погрешность относительно нуля укладывается в «трубку»  $\pm 3$  мкм

Таблица с перебором представлена ниже.

№ точки	Погрешность в этой точке	Показания, мкм										Сумма
		0	3	1	5	6	2	1	4	3	0	
		0	3	1	5	6	2	1	4	3	0	25
1	0	0	3	1	5	6	2	1	4	3	0	25
2	3	-3	0	-2	2	3	-1	-2	1	0	-3	-5
3	1	-1	2	0	4	5	1	0	3	2	-1	15
4	5	-5	-2	-4	0	1	-3	-4	-1	-2	-5	-25
5	6	-6	-3	-5	-1	0	-4	-5	-2	-3	-6	-35
6	2	-2	1	-1	3	4	0	-1	2	1	-2	5
7	1	-1	2	0	4	5	1	0	3	2	-1	15
8	4	-4	-1	-3	1	2	-2	-3	0	-1	-4	-15
<b>9</b>	<b>3</b>	<b>-3</b>	<b>0</b>	<b>-2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>-1</b>	<b>-2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>-3</b>	<b>-5</b>
10	0	0	3	1	5	6	2	1	4	3	0	25

Соответственно, в нашем трёхмерном случае мы получаем не одну, а три составляющих погрешности –  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ . Тогда мы у каждой точки имеем три составляющих погрешности, которые мы вычитаем из соответствующих составляющих погрешности всех точек рабочего пространства, пока не найдём точку, дающую минимальную сумму погрешностей.

«Такую точку предлагается назвать «нулевая точка». Данная точка обеспечивает наименьшую объёмную погрешность в наибольшей зоне рабочего пространства станка. Соответственно, привязка технологических и измерительных баз обрабатываемой или измеряемой детали к этой точке позволит повысить точность обработки и измерения детали, так как деталь будет находиться в зоне, имеющей наименьшие объёмные геометрические погрешности.

Выбранная методика коррекции погрешности открывает возможность за счёт последовательного перебора точек, по которым производится погрешность, изменять распределение погрешности для получения минимального значения погрешностей в интересующей технолога области рабочего пространства станка, либо в интересующей метролога области рабочего пространства измерительной машины» [66].

В своей работе д.т.н. Мастеренко Д.А. предложил математическую модель геометрической объёмной точности машины на основе понятий дифференциальной геометрии [33]: «В модели объёмная погрешность интерпретируется как преобразование координат от идеальных к реальным. Результаты измерений, проводимых при исследовании объёмных погрешностей машины, используются для оценивания компонент матрицы Якоби, характеризующей преобразование координат. Это позволяет как строить карту объёмных погрешностей в рабочем пространстве машины, так и вычислять необходимые поправки для системы управления, приводящие к повышению объёмной точности. Достоинством модели также является единый методический подход к машинам различной кинематики и с различным числом управляемых или измеряемых координат. Приведён простой пример имитационного моделирования коррекции погрешности двухкоординатной машины». Алгоритм коррекции представлен на рисунке 1.16.

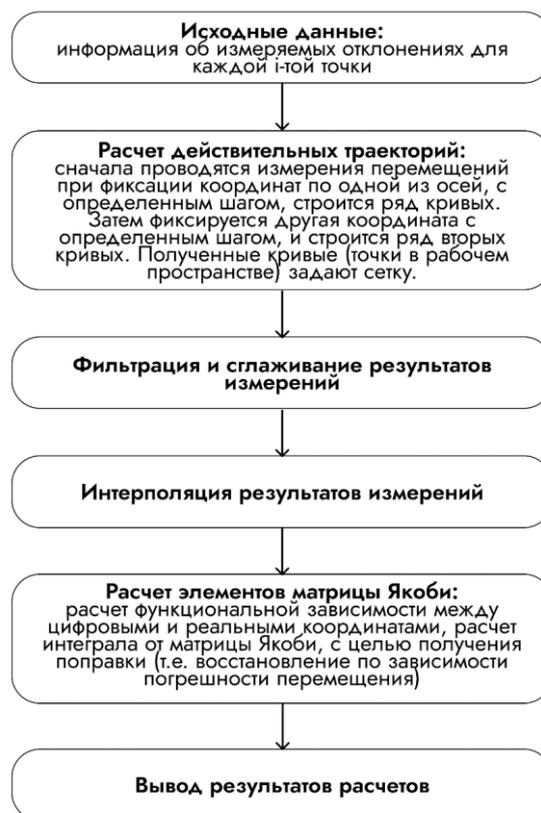


Рис.1.16. Блок-схема программы коррекции погрешностей на основе математической модели с учетом тензорного подхода

«Однако, на практике вычислить матрицу Якоби в каждой точке рабочего пространства невозможно. Должна быть построена сетка соответствующей размерности, в узлах которой по результатам измерений вычисляются компоненты матрицы Якоби, а вместо интегралов должны вычисляться конечные суммы. Перед применением численного дифференцирования и прочих вычислений экспериментальные данные должны быть подвергнуты сглаживанию, что снижает точность данного метода» [33].

Построение алгоритмов коррекции реального движения механической системы относительного другого, рассматриваемого в условиях идеальной координатной кинематики, в полном объёме пространственных функций линейных и угловых отклонений является чрезвычайно трудоёмкой и сложной задачей с точки зрения как проведения и интерпретации измерений, так и выполнения вычислений.

Поэтому практический интерес могут представлять «первые приближения» решения задачи повышения объёмной точности современного технологического оборудования с последующей экспериментальной проверкой каждого такого решения, служащей для его обоснования и возможного совершенствования.

Анализ различных направлений повышения точности многокоординатных систем показал, что для достижения наивысшей точности машин необходимо комбинировать методы. Совершенствование конструкций и технологий изготовления машин должно сопровождаться цифровой программной коррекцией их движений в технологическом рабочем пространстве, для осуществления которой требуется математическая модель машины с конкретной кинематической схемой и соответствующей динамикой.

При этом целесообразным является разработка эффективных методик измерения и коррекции объёмных погрешностей многокоординатного металлорежущего оборудования на основе инновационных средств измерений.

## 1.5 Обсуждение подходов цифровой коррекции на основе априорной информации

Проведенный обзор позволяет сделать вывод, что разнообразие методов коррекции ОП свидетельствует о фундаментальности и актуальности проблемы, а ее непосредственное решение имеет важное значение как с теоретической, так и практической точки зрения.

Очевидно, что прослеживается как определенная взаимосвязь, так и конкуренция данных методов и моделей. Если конечным результатом метода приведения системы координат станка к оптимальной точке является минимальное значение модуля первичных отклонений, что позволяет приводить на основе накопленного массива точек систему координат станка к системе координат этой точки, то подход к цифровой коррекции посредством расчета интегральной оценки на основе априорной информации о первичных отклонениях и кинематике станка предполагает в качестве решения проблемы такое значение суммарного отклонения среди всех точек, чтобы обход по действительной траектории максимально соответствовал идеальной.

Стоит отметить, что в представленной и разработанной Н.А. Серковым методике акцент сделан на то, что объёмная точность определяется в наибольшей степени точностью функционирования последнего узла. Именно наибольшее интегральное отклонение вносит весомый вклад и влияет на процесс коррекции.

Главным достоинством приведенных методов, безусловно, является их легкость с точки зрения реализации программ и алгоритмов, а также независимость процедуры коррекции от уровня технологичности применяемых существующих механических средств повышения точности функционирования исполнительных органов и относительно невысокая стоимость.

Однако, часть ранее рассмотренных методов и подходов к цифровой коррекции ОП имеют один весьма серьезный недостаток, а именно: в качестве математической модели используют матричный аппарат (матрицы обобщенных перемещений). Несмотря на то, что с помощью этих матриц описывать

преобразование координат при последовательном переходе от одного звена к другому относительно просто, алгоритмы сведены к действиям с матрицами, а для решения таких уравнений не требуется серьезных вычислительных мощностей, такая модель, возможно, не совсем точно работает в условиях динамических нагрузок.

Если требуется вводить дополнительные уравнения в систему, чтобы описать влияние внешних факторов, таких как: вибрация, температура, деформации узлов, то наблюдается увеличение размерности таких уравнений.

Также необходимо отметить еще одно важное обстоятельство. Данные модели работают только в случае, если вводится следующее допущение: вектор смещения координат одной системы относительно другой описывает их параллельный перенос при приведении одной системы к другой. В действительности перенос одной системы координат в другую не является параллельным, а значит, вектор смещения должен описываться более сложным образом.

В данном случае такой перенос должен быть описан аффинными преобразованиями, сдвигом, растяжением и поворотом осей друг относительно друга.

Наличие динамических нагрузок, исследование погрешностей ОТ при непосредственной работе станка также не позволяют получать наиболее точные результаты. Например, для дальнейшего совершенствования метода авторы провели экспериментальное исследование [56], без строгого на данный момент теоретического обобщения. Было установлено, что в случае динамически приложенной нагрузки, «нулевая точка», в которую приводится согласно алгоритму коррекции вся система координат ЧПУ станка, мигрирует, принимая разное положение. При этом, малые погрешности (менее 5 мкм) занимали долю порядка 90% всего рабочего пространства, до коррекции и 30% после, а в статическом режиме работы соответственно 80% и 20%. Это может означать, что коррекция погрешности по данной методике в динамике оказывается на 10% менее точной.

В работе Н.А. Серкова также приводится исследование взаимосвязи внешних факторов и значения погрешности ОТ. Эксперимент показал, что динамические силы оказывают на точность воспроизведения траектории движения органов с многокоординатной машины с ЧПУ совершенно разное влияние. Поэтому требуется проводить более детальные исследования, что позволит создать общее теоретическое описание зависимостей, без привязки к конкретной модели.

Алгоритмы коррекции [66] погрешности опираются на то, что приводят систему координат к некоторой точке, в которой погрешность минимальна. Рельеф отклонений, который должен возникать вследствие неточности изготовления элементов станка, а также неточности сборки (отклонение от круглости по радиус-вектору, отклонение от прямолинейности, радиальное биение, торцевое биение), должен иметь минимальную разницу (допуск). Однако, разбивая сложную механическую систему на более простые составляющие, рассматривая отдельно отклонение каждой, а затем суммируя, мы неизбежно приходим к возникновению дополнительных погрешностей. Если рассматривать погрешность в каждой отдельно взятой точке, а затем на основе полученных данных проводить визуализацию в виде векторного поля, то без учета остаются погрешности в точках, расположенных в промежуточных интервалах.

Рассматриваемые методики коррекции применялись только к станкам весьма распространенной кинематики, т.к. аппарат матриц обобщенных перемещений в традиционной его форме может быть неприменим для описания ОТ машин с параллельной кинематикой (гипоидные системы).

Для повышения точности коррекции объёмной погрешности следует предположить, что рабочее пространство станка есть пространство искривлённое, для описания которого в математике применяется аппарат дифференциальной геометрии. Процесс коррекции в этом случае состоит в том, чтобы отыскать функциональную зависимость между физическими координатами и «цифровыми», записанными в управляющую программу станка с ЧПУ.

Это направление может стать новым путем совершенствования методов и математических моделей, положенных в основу цифровой коррекции, и даже, по

сути, привести к созданию более строгой и теоретически обоснованной концепции, став некоторым обобщением уже известных и оформившихся практик. Подробнее о предлагаемом новом подходе речь пойдет в следующих главах.

Таким образом, цель настоящей работы состоит в повышении точности перемещений рабочих органов многокоординатного металлорежущего оборудования на основе методов дифференциальной геометрии.

Для достижения поставленной цели необходимо решить задачи, перечисленные во введении.

## 1.6 Выводы по главе 1

1. В результате проведенного обзора установлены факторы, влияющие на точность позиционирования многокоординатного технологического оборудования, такие как несоблюдение принципа Аббе, статическая и динамическая жёсткость движущихся компонентов системы и способы её управления, факторы окружающей среды и т.д.

2. Проведенный обзор показал, что усовершенствование технологий проектирования и конструкций станков должно приводить к уменьшению систематической составляющей объёмной погрешности, которую впоследствии следует подвергнуть программной коррекции.

3. Следует заключить, что алгоритмы такой коррекции во всем объёме большого числа исходных данных весьма затруднительны как с измерительно-информационной, так и с вычислительной точек зрения. Поэтому практический интерес представляют «первые приближения» решения задачи повышения объёмной точности металлорежущих станков, основанные на некоторых допущениях распределения объёмных погрешностей в рабочем пространстве. При этом необходима экспериментальная проверка каждого такого решения, как инструмент его обоснования и возможного совершенствования.

## ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПОВЫШЕНИЕ ОБЪЁМНОЙ ТОЧНОСТИ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО МЕТОДА

Проблематика возникновения погрешности технологического оборудования заключается в несовпадении системы физического движения (СФД), реализуемого приводами, и измерительной системы (ИС/система ЧПУ). Существующие способы коррекции регламентированы ГОСТ ISO/TR 16907-2017 «Станки металлорежущие. Коррекция геометрических погрешностей с помощью ЧПУ» [21]. Разработанные в диссертации методы расширяют данный нормативный документ, предлагая новые способы коррекции. Все разработанные методы повышения объёмной точности в главе называются тангенциальными.

Под тангенциальным методом в работе далее понимается метод повышения объёмной геометрической точности перемещения материальной точки, направления движений которой в СФД задаются касательными (тангенциальными) векторами к реальным линиям осей, в общем случае не являющимися прямыми.

Для повышения геометрической объёмной точности в рамках этого метода необходимо иметь картину поля тангенциальных направлений рабочего пространства металлорежущего станка. Сложность заключается в недостаточной эффективности средств, обеспечивающих непосредственное измерение координат точки в 3-мерном пространстве с высокой точностью.

Ближе всего к такому режиму измерений находятся так называемые лазерные трекеры (laser tracker), с успехом применяемые в различных операциях, связанных с контролем точности позиционирования деталей и инструментов в пространстве путём прямых измерений, при которых лазерный трекер имеет свою систему координат, принимаемую за идеальную.

Диапазон измерительных дистанций современных лазер-трекеров достигает 160 м. Предел допускаемой абсолютной погрешности равен  $\pm(10+5L)$  мкм, где  $L$  – дистанция от системы до отражателя в метрах.

## 2.1 Тангенциальный статический метод

Рассмотрим применение лазерного трекера для построения программной модели коррекции перемещений рабочего органа трёхкоординатного обрабатывающего центра с целью повышения объёмной точности.

Принцип действия лазер-трекера заключается в измерении им горизонтального  $H_z$  и вертикального  $V$  углов направления луча на отражатель, с одновременным измерением дистанции  $D$ , так как это показано на рисунке 2.1, в собственной системе координат.

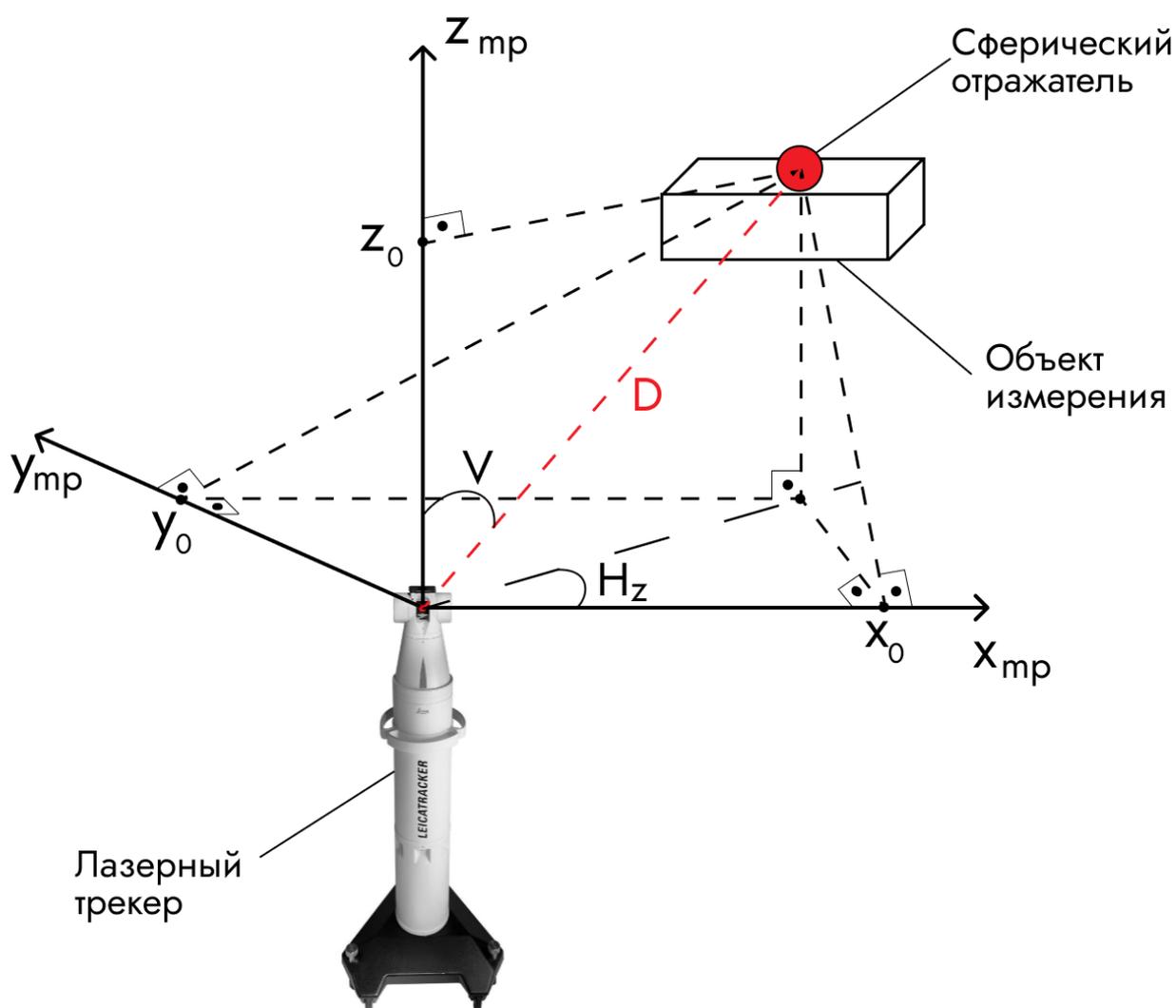


Рис.2.1. Принципиальная схема определения координат отражателя в пространстве

Уравнения определения координат точки отражателя  $(x_0, y_0, z_0)$  лазерного трекера в этой системе, основанные на замерах горизонтального ( $H_z$ ) и вертикального ( $V$ ) углов и дистанции ( $D$ ) имеют вид:

$$x_0 = D \cdot \sin V \cdot \cos H_z; y_0 = D \cdot \sin V \cdot \sin H_z; z_0 = D \cdot \cos V \quad (2.1)$$

Объём упрощений, принимаемых в рамках тангенциального статического метода, определяется следующим допущением: линейное перемещение рабочего органа осуществляется в реальной системе осей приводов станка, рассматриваемой как косоугольная система прямых осей, смещенная относительно системы измерений, в условиях только систематических погрешностей.

Обратимся к рисунку 2.2.

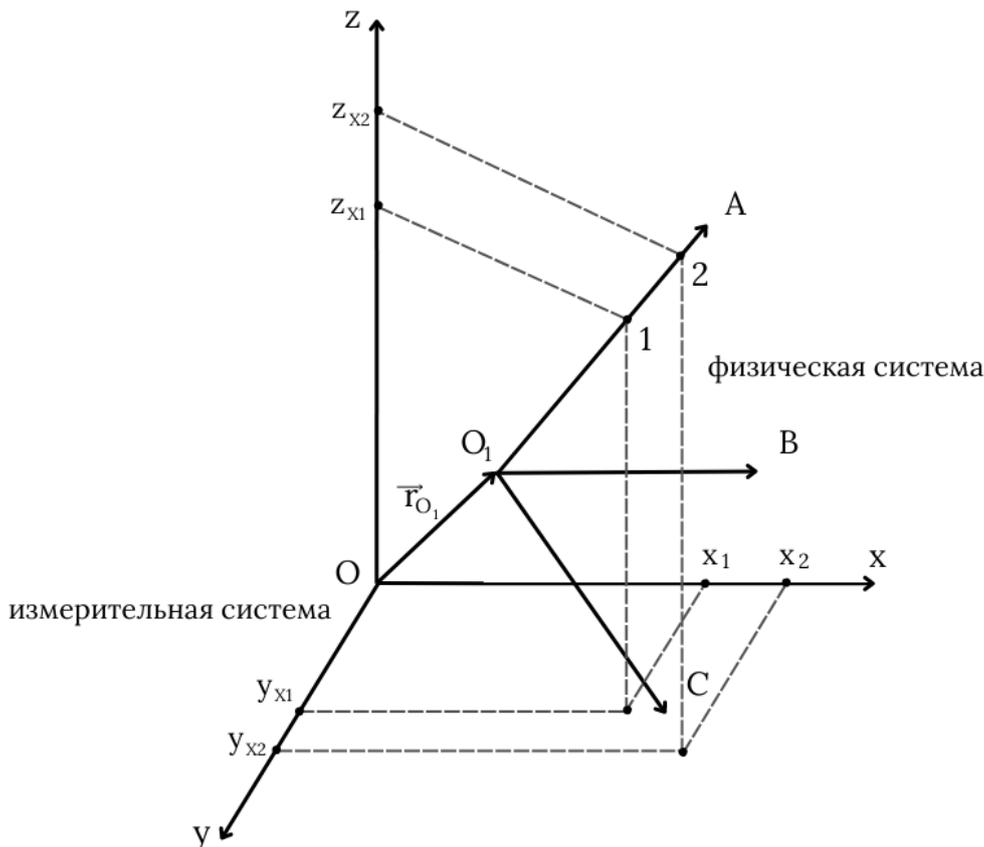


Рис.2.2. Системы измерительных и физических осей станка при статическом методе

Систему координат лазерного трекера (систему измерительных осей), рассматриваемую как идеальную, обозначим через  $XYZ$  с началом в точке  $O$ . Реальную систему осей приводов (физических осей) станка обозначим через  $ABC$  с

началом в точке  $O_1$ , смещенной вектором  $\vec{r}_{01}$ . Система  $ABCO_1$  рассматривается как в общем случае косоугольная система прямых осей.

Оси  $O_1A$  и  $OX$ ,  $O_1B$  и  $OY$ ,  $O_1C$  и  $OZ$  назовем соответствующими. При этом будем полагать, что угол какой-либо из осей  $O_1A, B, C$  со своей соответствующей осью много меньше углов с двумя другими осями системы  $OXYZ$ .

Рассмотрим перемещение по физической оси  $O_1A$  сначала в точку 1, затем в точку 2 (см. рисунок 2.2).

Для того, чтобы понять, как происходит изменение в измерительной системе координат точки при движении по физической оси  $O_1A$ , запишем уравнения прямой:

$$\frac{x - x_1}{\underbrace{x_2 - x_1}_{\Delta x}} = \frac{y - y_{x_1}}{\underbrace{y_{x_2} - y_{x_1}}_{\Delta yx}} = \frac{z - z_{x_1}}{\underbrace{z_{x_2} - z_{x_1}}_{\Delta zx}} \quad (2.2)$$

В силу (2.1) полагаем известными  $\Delta x, \Delta yx, \Delta zx$ , при этом имеем:  $\Delta x \gg \Delta yx$ ,  $\Delta x \gg \Delta zx$ . По уравнению (2.2) можно записать следующие равенства, полагая  $x = x_{01}$ ,

$$(x_{01} - x_1) \frac{\Delta yx}{\Delta x} = y_{01} - y_{x_1} \quad (2.3)$$

$$(x_{01} - x_1) \frac{\Delta zx}{\Delta x} = z_{01} - z_{x_1} \quad (2.4)$$

Допустив, что перемещение  $q_{1T}$  из точки  $O_1$  в точку 1 известно с достаточной точностью из показания штатного датчика положения оси  $O_1A$ , запишем уравнение

$$(x_{01} - x_1)^2 + (y_{01} - y_{x_1})^2 + (z_{01} - z_{x_1})^2 = q_{1T}^2$$

Используя равенства (2.3;4), это уравнение можно переписать в виде

$$(x_{01} - x_1)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\Delta yx}{\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta zx}{\Delta x} \right)^2 \right] = q_{1T}^2 \quad (2.5)$$

Найдем направляющие косинусы оси  $O_1A$  в измерительной системе координат  $OXYZ$ :

$$\cos(O_1A, x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_{yx}^2 + \Delta_{zx}^2}} = \frac{\Delta x}{\Delta_1} = const \quad (2.6)$$

$$\cos(O_1A, y) = \frac{\Delta_{yx}}{\Delta_1} = const \quad (2.7)$$

$$\cos(O_1A, z) = \frac{\Delta_{zx}}{\Delta_1} = const \quad (2.8)$$

Теперь можно найти величину  $x_{01}$  по формуле:

$$x_{01} = x_1 \pm \frac{q_{1T}}{\sqrt{1 + \alpha_{yx}^2 + \alpha_{zx}^2}},$$

$$\text{где } \alpha_{yx} = \frac{\Delta_{yx}}{\Delta x}, \alpha_{zx} = \frac{\Delta_{zx}}{\Delta x}.$$

Будем использовать знак «минус», потому что движение осуществляется в положительном направлении, и при этом точка 2 дальше точки 1. Аналогично запишем выражения для  $y_{01}$ ,  $z_{01}$ :

$$y_{01} = y_{x_1} - \frac{q_{1T} \alpha_{yx}}{\sqrt{1 + \alpha_{yx}^2 + \alpha_{zx}^2}}$$

$$z_{01} = z_{x_1} - \frac{q_{1T} \alpha_{zx}}{\sqrt{1 + \alpha_{yx}^2 + \alpha_{zx}^2}}$$

Отсюда получаем вектор  $\mathbf{r}_{01}$ , определяющий в измерительной системе точку начала физических осей:

$$\mathbf{r}_{01} = \begin{pmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ z_{01} \end{pmatrix}$$

При произвольном перемещении (с учётом знака)  $q_1$ , по оси  $O_1A$  получаем значение радиус-вектора изображающей точки в виде:

$$\mathbf{r}_{var}(q_1) = \mathbf{r}_{01} + q_1 \tilde{\mathbf{C}}_1; \quad \tilde{\mathbf{C}}_1 = \begin{bmatrix} \cos(O_1A, O_x) \\ \cos(O_1A, O_y) \\ \cos(O_1A, O_z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} \\ \tilde{C}_{12} \\ \tilde{C}_{13} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Аналогично будем рассуждать при последующем перемещении по оси  $O_1B$ , полагая, что результат движения по оси  $O_1A$  уже найден и выражается равенством (2.9).

Для этого найдем направляющие косинусы оси  $O_1B$  в измерительной системе:

$$\cos(O_1B, x) = \frac{\Delta xy}{\sqrt{\Delta_y^2 + \Delta_{xy}^2 + \Delta_{zy}^2}} = \frac{\Delta xy}{\Delta_2}$$

$$\cos(O_1B, y) = \frac{\Delta y}{\Delta_2}$$

$$\cos(O_1B, z) = \frac{\Delta zy}{\Delta_2}$$

$$\Delta y \gg \Delta xy, \quad \Delta x \gg \Delta zy$$

Пусть  $q_2 > 0$  – произвольное известное перемещение по оси  $O_1B$ .

Тогда на основе принципа последовательного движения, который гласит, что в позиционной системе, к которой относится обобщенная схема движения, конечное положение определяется только набором обобщенных координат, но не порядком их изменения, можем записать уравнение:

$$\mathbf{r}_{var}(q_1, q_2) = \mathbf{r}_{var}(q_1) + q_2 \tilde{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{r}_{01} + q_1 \tilde{\mathbf{C}}_1 + q_2 \tilde{\mathbf{C}}_2, \quad (2.10)$$

$$\text{где } \tilde{\mathbf{C}}_2 = \begin{bmatrix} \cos(O_1B, 0x) \\ \cos(O_1B, 0y) \\ \cos(O_1B, 0z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{21} \\ \tilde{C}_{22} \\ \tilde{C}_{23} \end{bmatrix} = const$$

Далее рассмотрим перемещение  $q_3 > 0$  по физической оси  $O_1C$ , найдя её направляющие косинусы в измерительной системе:

$$\cos(O_1C, x) = \frac{\Delta xz}{\sqrt{\Delta_z^2 + \Delta_{xz}^2 + \Delta_{yz}^2}} = \frac{\Delta xz}{\Delta_3}$$

$$\cos(0_1 C, y) = \frac{\Delta yz}{\Delta_3}$$

$$\cos(0_1 C, z) = \frac{\Delta z}{\Delta_3}$$

$$\Delta z \gg \Delta xz, \quad \Delta x \gg \Delta yz$$

Образуем вектор  $\tilde{C}_3 = \begin{bmatrix} \cos(0_1 C, 0x) \\ \cos(0_1 C, 0y) \\ \cos(0_1 C, 0z) \end{bmatrix}$  и запишем конечный результат:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_{var}(q_1, q_2, q_3) - \mathbf{r}_{01} = q_1 \tilde{C}_1 + q_2 \tilde{C}_2 + q_3 \tilde{C}_3,$$

или в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{31} \\ \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{22} & \tilde{C}_{32} \\ \tilde{C}_{13} & \tilde{C}_{23} & \tilde{C}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{q} = \Delta \mathbf{r}$$

Отсюда находим обобщенные координаты по физическим осям при движении в целевую точку  $\mathbf{r}$ :

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}^{-1} \Delta \mathbf{r} = \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{01}) \quad (2.11)$$

Матрица  $\mathbf{G}$  и вектор  $\mathbf{r}_{01}$  являются калибровочными матрицей и вектором.

Таким образом, вектор линейной объёмной погрешности при движении в целевую точку  $\mathbf{r}$  в условиях неучитываемых аналитически, т.е. пренебрегаемых, смещения и поворота физической системы относительно измерительной, когда вектор  $\mathbf{q}$  обобщенных координат, физически реализуемых приводами, отождествляется с целевым вектором  $\mathbf{r}$ , составит:

$$\delta(\mathbf{q} = \mathbf{r}) = \mathbf{r} - \mathbf{G}\mathbf{r} - \mathbf{r}_{01} = (\mathbf{E} - \mathbf{G})\mathbf{r} - \mathbf{r}_{01} \quad (2.12)$$

При учете коррекции физического движения на основе формулы (2.11) вектор линейной объёмной погрешности станет нулевым:

$$\delta(\mathbf{q}) = \mathbf{r} - \mathbf{G}\mathbf{r} - \mathbf{r}_{01} = \mathbf{r} - \mathbf{G}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{01}) - \mathbf{r}_{01} = \mathbf{0} \quad (2.13)$$

Разница  $\delta(\mathbf{q} = \mathbf{r}) - \delta(\mathbf{q}) = \delta(\mathbf{q} = \mathbf{r})$  называется приобретаемой точностью системы. Эта величина, вычисляемая по формуле (2.12), фактически равна повышению точности позиционирования станка при учёте калибруемых смещения и поворота системы физических осей относительно измерительной системы.

Для вычислений по формуле (2.11) необходимо предварительное проведение экспериментов на каждой физической оси в двух точках, которые могут быть выбраны произвольно, при этом оси физической системы рассматриваются, как *прямолинейные* оси косоугольной системы координат, что определяет постоянство матрицы  $\mathbf{G}$  во всем пространстве движения. Это и определило характеристику тангенциального метода в этой интерпретации, как статического.

## 2.2 Тангенциальный интервальный метод

В реальных условиях концепция постоянства матрицы  $\mathbf{G}$  во всем пространстве движения не позволяет достичь одинаково эффективного повышения объёмной точности во всех рабочих точках этого пространства.

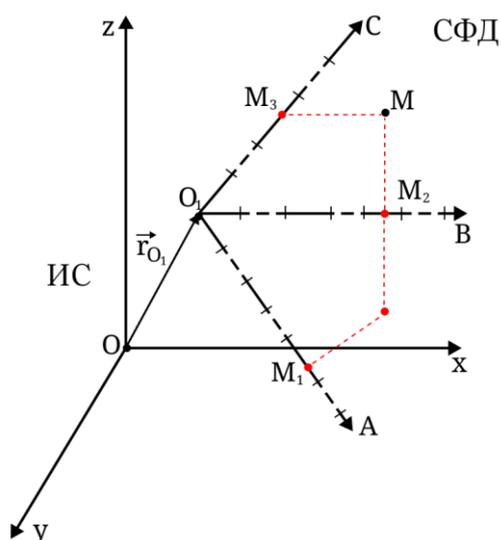


Рис.2.3. Системы измерительных и физических осей станка при интервальном методе

Развитием статического метода стал интервальный метод, для которого матрица  $\mathbf{G}$  и вектор  $\mathbf{r}_{01}$  рассчитываются по методике, изложенной выше, в каждом интервале предварительного разбиения осей движения на совокупность интервалов. Соответственно, точки для проведения экспериментов выбираются внутри каждого такого интервала. При этом величины  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{r}_{01}$  рассматриваются на них как кусочно-постоянные. В зависимости от того, в какие интервалы осей проецируется целевая точка движения, формула (2.11) используется со своими значениями  $\mathbf{G}$  и  $\mathbf{r}_{01}$  (рис.2.3).

### 2.3 Тангенциальный квазидифференциальный метод

Следующим шагом на пути повышения объёмной точности является переход к рассмотрению физической системы координат станка как криволинейной [33]. Движения рабочего органа при этом должны описываться с использованием понятий и формализма, свойственных дифференциальной геометрии, причём координаты, задаваемые в системе ЧПУ, играют роль обобщённых. Малые смещения в окрестности некоторой точки рабочего пространства можно истолковать как векторы в касательном линейном пространстве, которому свойственна своя матрица  $\mathbf{G}$ . Иными словами, матрица  $\mathbf{G}$  становится переменной, изменяющейся от точки к точке.

Решим задачу повышения объёмной точности трёхкоординатного обрабатывающего центра при рассмотрении матрицы  $\mathbf{G}$  как кусочно-постоянной, что является первым приближением применения дифференциально метода, что и повлекло за собой название метода, как квазидифференциального.

Рассмотрим перемещение полюса инструмента (ПИ) из положения  $O_1$  в выбранную целевую точку  $N$  как монотонное изменение обобщённых координат  $q_1(\tau)$ ,  $q_2(\tau)$ ,  $q_3(\tau)$ ,  $0 \leq \tau \leq \tau_*$ , дифференцируемое по некоторому параметру  $\tau$ . Обозначим координаты целевой точки в измерительной системе координат  $x_N$ ,  $y_N$ ,

$z_N$ ,  $\mathbf{r}_N = [x_N, y_N, z_N]^T = \mathbf{r}_N(\tau_*)$ . При этом физическая система координат рассматривается как криволинейная (рис.2.4).

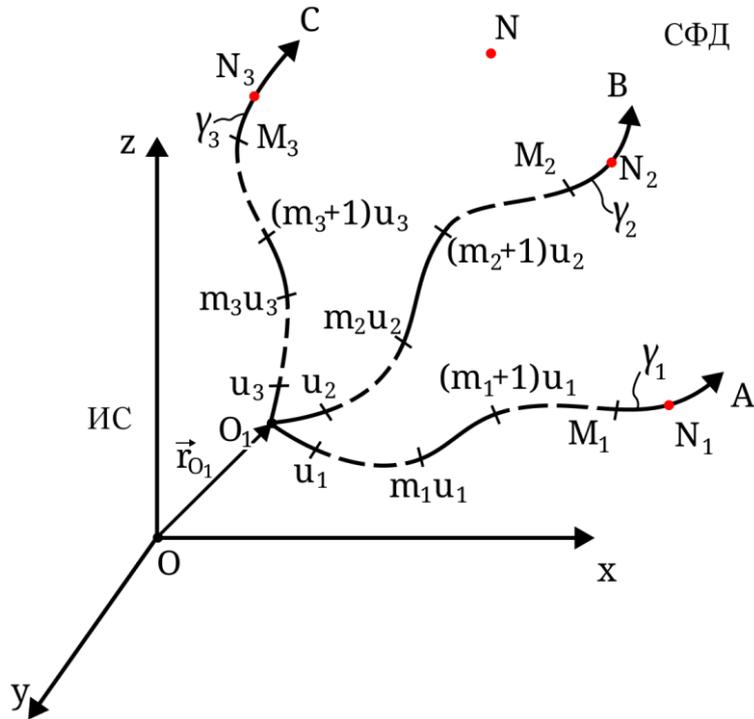


Рис.2.4. Декартова прямоугольная измерительная система координат и криволинейная физическая система

Для произвольного  $0 < \tau \leq \tau_*$  вектор-функция ПИ  $\mathbf{r}(\tau)$  может быть найдена с помощью криволинейного интеграла по кривой  $q_{1,2,3} = q_{1,2,3}(\tau)$ :

$$\mathbf{r}_N(\tau) = \mathbf{r}_{O1} + \int_0^\tau [\mathbf{Q}_1(q_1) \dot{q}_1(\tau) + \mathbf{Q}_2(q_1, q_2) \dot{q}_2(\tau) + \mathbf{Q}_3(q_1, q_2, q_3) \dot{q}_3(\tau)] d\tau \quad (2.14)$$

$$\text{где } \dot{q}_i(\tau) = \frac{dq_i}{d\tau}, \mathbf{Q}_{1,2,3} = \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{S}_{1,2,3}, Ox) \\ \cos(\mathbf{S}_{1,2,3}, Oy) \\ \cos(\mathbf{S}_{1,2,3}, Oz) \end{bmatrix} \text{ — векторы направляющих косинусов}$$

тангенциальных векторов  $\mathbf{S}_{1,2,3}$  осей соответственно  $O_1A$ ,  $O_1B$ ,  $O_1C$  в текущих точках  $q_{1,2,3}(\tau)$  с осями измерительной СК (здесь принято, что движения по осям осуществляются в порядке  $O_1A \rightarrow O_1B \rightarrow O_1C$ ).

Для решения обратной задачи кинематики (ОЗК) системы в точке  $N$  необходимо в (2.14) положить  $\tau = \tau_*$ . При этом положим величины  $\frac{\partial Q_2}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial Q_3}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial Q_3}{\partial q_2}$  пренебрежимо малыми. Это позволяет провести измерения функции  $\mathbf{Q}_i$  вдоль

соответствующей оси движения независимо от значения обобщенных координат вдоль двух других осей. Адекватность указанного предположения будет установлена в результате экспериментальной проверки, описанной далее в данной работе.

Зададимся некоторыми шагами  $u_i$  по каждой  $i$ -ой оси движения (согласно номеру обобщенной координаты) так, что на каждом интервале  $i$ -ой оси с номером  $m_i$

$$m_i u_i \leq q_i < (m_i + 1)u_i, \quad 0 \leq m_i \leq M_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

будем полагать  $Q_i = \text{const}$ .

Пусть  $M_1, M_2, M_3$  – номера интервалов по осям  $Ox, Oy, Oz$  соответственно, внутри которых расположена целевая точка  $N$ . Ввиду малости отклонений осей  $O_1A, O_1B, O_1C$  можно предполагать, что расположение точки  $N$  в проекциях и на эти оси аналогично. Таким образом, произведенное перемещение ПИ вдоль осей рассматривается в виде:

$$q_i = M_i u_i + \gamma_i; \quad 0 \leq \gamma_i < u_i. \quad (2.15)$$

Тогда по теореме о среднем значении интеграла (2.14) можно представить в виде:

$$\mathbf{r}_N(\tau_*) = \mathbf{R} + \mathbf{G}_M [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]^T, \quad \mathbf{R} = [R_{Ox}, R_{Oy}, R_{Oz}]^T, \quad \mathbf{G}_M \in \mathfrak{R}_{3 \times 3} \quad (2.16)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{Ox, Oy, Oz} &= \mathbf{r}_{O1x, y, z} \\ &+ u_1 \sum_{i=1}^{M_1} \cos_i(\mathbf{S}_1; Ox, Oy, Oz) \\ &+ u_2 \sum_{j=1}^{M_2} \cos_j(\mathbf{S}_2; Ox, Oy, Oz) + u_3 \sum_{k=1}^{M_3} \cos_k(\mathbf{S}_3; Ox, Oy, Oz) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{G}_M = \begin{bmatrix} \cos_{M_1}(\mathbf{S}_1, Ox) & \cos_{M_2}(\mathbf{S}_2, Ox) & \cos_{M_3}(\mathbf{S}_3, Ox) \\ \cos_{M_1}(\mathbf{S}_1, Oy) & \cos_{M_2}(\mathbf{S}_2, Oy) & \cos_{M_3}(\mathbf{S}_3, Oy) \\ \cos_{M_1}(\mathbf{S}_1, Oz) & \cos_{M_2}(\mathbf{S}_2, Oz) & \cos_{M_3}(\mathbf{S}_3, Oz) \end{bmatrix}$$

В выражении (2.17), которое является представлением трёх формул при соответствующем подчинении литер осей, значения косинусов на каждом интервале движения можно получить на основе методики, изложенной в 2.1, с использованием лазерного трекера.

В соответствии с (2.16) решения ОЗК для целевой точки  $\mathbf{r}_N$  получается в виде:

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}_M^{-1}(\mathbf{r}_N - \mathbf{R}) + [u_1 M_1, u_2 M_2, u_3 M_3]^T \quad (2.18)$$

В случае, если  $u_1 = u_2 = u_3 = h$ , то есть шаг по всем осям общий, решение (2.18) упрощается.

Экспериментальные исследования проведем далее с учетом того, что внутри каждого интервала тангенциальный вектор каждой оси движения рассматривается как постоянный.

#### **2.4 Описание оборудования для исследования тангенциального метода повышения объёмной точности на примере пятикоординатного фрезерного обрабатывающего центра СТАН S500 с помощью лазерного трекера Leica Tracker LTD800**

Эксперименты коррекции вектора объёмной точности многокоординатной технологического оборудования по тангенциальному методу были проведены на пятикоординатном фрезерном обрабатывающем центре СТАН S500 «Графит» (рис.2.5), находящемся в лаборатории Технологического полигона ИЦ "Цифровые технологии машиностроения" ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», оснащённого системой ЧПУ «Перспектива».

Данный обрабатывающий центр представляет собой многокоординатную технологическую машину. Поворотные оси стола были не задействованы в экспериментах, обрабатывающий центр рассматривался как трёхкоординатный.

Каждый из описанных ниже экспериментов проводился в течение дня: за одну установку для компенсации погрешностей станка, перед началом измерений станок был отреферирован встроенной в систему ЧПУ программой.



Рис.2.5. Внешний вид обрабатывающего центра СТАН S500 «Графит»

Таблица 2.1. Технические характеристики фрезерного обрабатывающего центра СТАН S500 «Графит»

Наименование характеристик	Значение
Диаметр стола, мм	400
Наибольшая частота вращения стола мин <sup>-1</sup> :	
Ось А	22
Ось С	22
Угол поворота стола, <sup>0</sup>	
Ось А	-30 +110
Ось С	360
Частота вращения шпинделя, мин <sup>-1</sup>	12000
Мощность главного привода, кВт	25
Число одновременно управляемых координат, шт.	5
Наибольшее программируемое перемещение, мм:	
X	1000
Y	420
Z	450
Инструментальный магазин: количество инструментов, шт	24

Для валидации методологии, разработанной и описанной в Главе 2, в качестве измерительного инструмента будет использована лазерная координатно-измерительная система Leica Tracker LTD800 (в дальнейшем тексте обозначается как LTD). Это устройство специально разработано для определения координат в целях измерения размеров и формы различных объектов. LTD находит широкое применение в решении метрологических вопросов в областях, таких как инженерная геодезия, машиностроение и ряд других профессиональных и научных сфер, где необходимы точные и быстрые измерения координат и их изменений.

LTD комбинирует в себе высокоточный автоматический тахеометр и интерферометр для измерения смещений, объединенные в одно единое устройство.

Компоненты системы LTD включают в себя измерительный блок (сенсор), укрепленный на фиксированном основании, внешний электронный блок (контроллер LT), комплект отражателей и ряд дополнительных технических средств. Всё это обеспечивает возможность выполнения различных измерительных задач и проведения комплексного тестирования системы.

Измерительный блок состоит из следующих, соединяемых между собой устройств:

- базовой плиты с колесами и выдвижными опорами для установки сенсора на месте проведения измерений;
- набора удлинительных колец (опор) для изменения высоты сенсора;
- корпуса сенсора со следящей головкой.

Внутри корпуса сенсора LTD размещены два инструмента: прецизионный лазерный дальномер (ADM) и лазерный интерферометр (IFM). Оба прибора используют один и тот же оптический тракт, ориентированный вдоль вертикальной оси вращения следящей головки. Кроме того, в корпусе сенсора расположен позиционно-чувствительный детектор (PSD).

Следящая головка сенсора включает в себя сервоприводы, угломерные устройства и поворотное зеркало. Головка обладает двумя ортогональными осями вращения, и точка их пересечения располагается на отражающей поверхности

поворотного зеркала. Вращение вокруг этих осей выполняется с помощью двигателей постоянного тока, при этом каждая ось оснащена своим угломерным кодирующим устройством или энкодером.

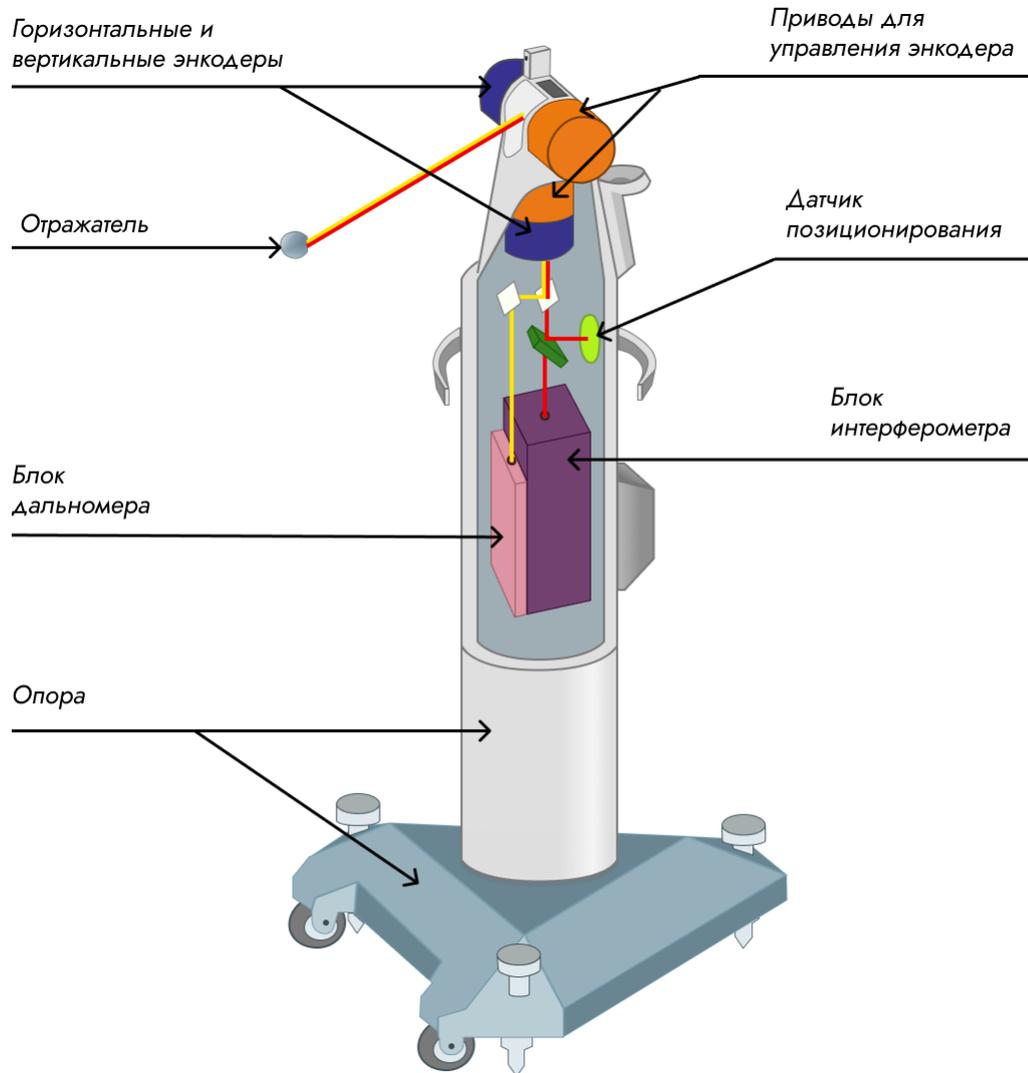


Рис.2.6. Схема сенсора LTD800

Сервоприводы в этой системе служат для управления направлением лазерных лучей дальномера и интерферометра через поворотное зеркало к отражателю, а также отслеживания его движения. В процессе измеряются углы поворота зеркала и их изменения, а расстояние до отражателя измеряется дискретно с использованием дальномера, в то время как его изменения отслеживаются непрерывно при помощи интерферометра.

LTD может работать в двух режимах – полуавтоматическом и автоматическом. В полуавтоматическом режиме система оснащена видеокамерой,

через которую оператор может направить следящую головку сенсора на отражатель. Затем процесс измерения может быть автоматически запущен и выполнен. Встроенные датчики температуры и влажности, расположенные в корпусе сенсора, мониторят атмосферные условия, автоматически корректируя измерения и внося необходимые поправки.

С целью коррекции результатов измерений при наклоне вертикальной оси вращения, сенсор LTD дополнительно снабжен внешним двухосевым электронным уровнем Nivel 20 [90].

Горизонтальные угловые перемещения сенсора составляют до  $235^\circ$ , вертикальные – от  $-45^\circ$  до  $+45^\circ$ . Измерения могут проводиться на расстоянии от 0,05 м до 40 м.

Среднеквадратическое отклонение при измерении углов составляет 2,1" – 4,1", при измерении расстояний с помощью дальномера – 25 мкм, а при измерениях расстояний с помощью интерферометра –  $(10+L/500)$  мкм, где L – значение измеренного расстояния в мм.

Измерение следует проводить при температуре от  $+0^\circ\text{C}$  до  $+40^\circ\text{C}$ , с влажностью воздуха не более 90%.

Эксперименты проводились после калибровки лазерной координатно-измерительной системы Leica Tracker LTD800. Согласно калибровочному сертификату максимальная погрешность измерений длины на расстоянии 3,5 м не превышает 0,015 мм; на расстоянии 7 м – не более 0,056 мм; на расстоянии 9 м – не более -0,046 мм. Погрешность измерения прецизионным лазерным дальномером (ADM) во всем рабочем диапазоне не превышает  $\pm 0,025$  мм, а максимальная погрешность измерений ADM относительного встроенного интерферометра равна -0,003 мм. Исследования проводились в режиме интерферометра.

## **2.5 Методика проведения экспериментальных исследований**

Для компенсации погрешностей станка перед началом измерений ТОЦ был отреферирован встроенной в систему ЧПУ программой.

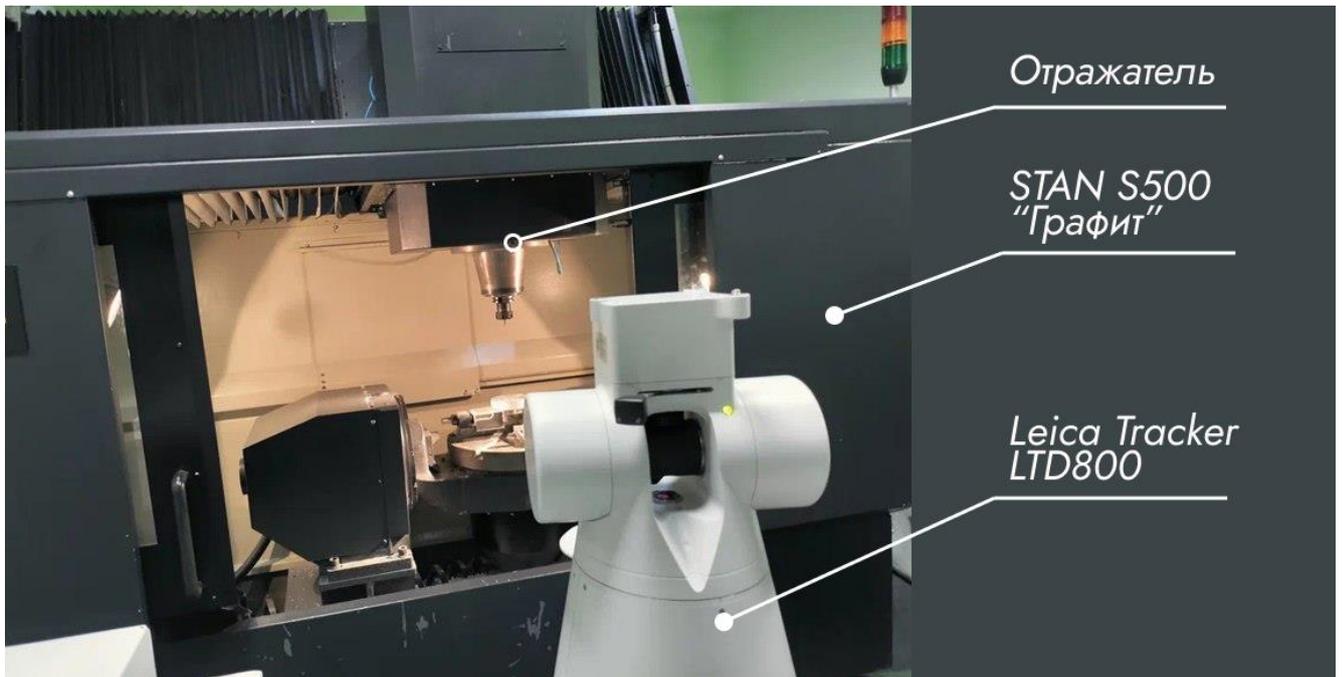


Рис.2.7. Оборудование эксперимента

Фактические координаты полюса инструмента (ПИ) будут отслеживаться программным обеспечением с помощью лазерного трекера. В момент остановки станка в каждой точке фактические координаты ПИ считываются программой в течение времени останова 12 раз для усреднения результатов, а затем производится переход к следующей точке измерений.

Методика проведения исследований на валидацию разработанных алгоритмов следующая:

1. Выбор участка в рабочем пространстве станка.
2. Выбор шагов движения по осям.
3. Проведение измерения отклонений по каждой из осей с выбранным шагом.
4. Вычисление направляющих косинусов по формулам п.п. 2.1-2.3.
5. Выбор целевых точек внутри исследуемого участка.
6. Проведение валидации алгоритмов разработанного метода повышения геометрической объёмной точности трёхкоординатного обрабатывающего центра: вычисление координат целевых точек с помощью статического, интервального, квазидифференциального тангенциального метода с применением программного обеспечения (Приложения Б-Г).

7. Задание целевых точек в систему ЧПУ обрабатывающего центра до и после применения алгоритмов.

8. Оценка работы методов путём сравнения по следующей формуле:

$$\Delta = \sqrt{(x_d - x_{tr})^2 + (y_d - y_{tr})^2 + (z_d - z_{tr})^2} \quad (2.19)$$

где  $x_d, y_d, z_d$  – целевые значения точки движения,  $x_{tr}, y_{tr}, z_{tr}$  – реальные показатели, снимаемые с трекера.

## 2.6 Экспериментальные исследования коррекции объёмных геометрических погрешностей (КОГП) на участке $48 \times 48 \times 48$ мм

В рабочем пространстве станка для определения объёмной точности был выбран участок  $48 \times 48 \times 48$  мм, который используется для обработки деталей малого размера.

Каждая целевая точка снималась лазерным трекером по 12 раз и результаты съемки усреднялись для борьбы со случайной составляющей погрешности измерений.

Для анализа объёмной точности был произведен последовательный обход рабочей области с шагом в 2 мм по трём осям. На каждом интервале разбиения осей вычислялись в соответствии с методикой, изложенной выше, калибровочные матрицы  $G$ .

Таблица 2.2. Направляющие косинусы оси  $Ox$

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{xx}$	$COS_{xy}$	$COS_{xz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	0,0000000	0,0000000
2	0	0	2,0003286	0,0145417	-0,0004798	0,9999735	0,0072694	-0,0002399
4	0	0	4,0002275	0,0205652	-0,0019207	0,9999952	0,0030119	-0,0007204
6	0	0	5,9983214	0,0256751	0,0023567	0,9999944	0,0025574	0,0021407
8	0	0	7,9966464	0,0245735	0,0024405	0,9999998	-0,0005513	0,0000419
10	0	0	9,9968699	0,0206019	0,0053156	0,9999970	-0,0019856	0,0014374
12	0	0	12,0051238	0,0245298	0,0047737	0,9999981	0,0019559	-0,0002698
14	0	0	14,0186578	0,0248163	0,0078836	0,9999988	0,0001423	0,0015445
16	0	0	16,0076688	0,0265527	0,0083709	0,9999996	0,0008730	0,0002450
18	0	0	18,0090232	0,0274946	0,0085680	0,9999999	0,0004707	0,0000985

20	0	0	20,0071706	0,0299844	0,0104938	0,9999988	0,0012460	0,0009638
22	0	0	22,0163567	0,0293716	0,0113253	0,9999999	-0,0003050	0,0004138
24	0	0	24,0254584	0,0293641	0,0125630	0,9999998	-0,0000037	0,0006161
26	0	0	26,0176014	0,0330154	0,0156538	0,9999971	0,0018328	0,0015515
28	0	0	28,0153672	0,0263862	0,0174170	0,9999941	-0,0033183	0,0008826
30	0	0	30,0169543	0,0322052	0,0187330	0,9999956	0,0029072	0,0006575
32	0	0	32,0215326	0,0351556	0,0219894	0,9999976	0,0014718	0,0016245
34	0	0	34,0346554	0,0314043	0,0252860	0,9999969	-0,0018634	0,0016375
36	0	0	36,0287669	0,0346260	0,0260906	0,9999986	0,0016156	0,0004035
38	0	0	38,0254947	0,0349649	0,0274852	0,9999997	0,0001697	0,0006984
40	0	0	40,0196244	0,0321086	0,0290969	0,9999986	-0,0014323	0,0008082
42	0	0	42,0377537	0,0377594	0,0296350	0,9999960	0,0028000	0,0002667
44	0	0	44,0402831	0,0385092	0,0308999	0,9999997	0,0003744	0,0006317
46	0	0	46,0364268	0,0384119	0,0332092	0,9999993	-0,0000487	0,0011569
48	0	0	48,0353137	0,0403134	0,0334387	0,9999995	0,0009513	0,0001148

Таблица 2.3. Направляющие косинусы оси  $Oy$ 

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{yx}$	$COS_{yy}$	$COS_{yz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	0,0000000
0	2	0	0,0165698	2,0026349	0,0043298	0,0082737	0,9999634	0,0021619
0	4	0	0,0204192	3,9987027	0,0078328	0,0019285	0,9999966	0,0017550
0	6	0	0,0181216	6,0043926	0,0049652	-0,0011455	0,9999983	-0,0014297
0	8	0	0,0201022	8,0149721	0,0049806	0,0009851	0,9999995	0,0000077
0	10	0	0,0182400	10,0215388	0,0040621	-0,0009280	0,9999995	-0,0004578
0	12	0	0,0190782	12,0113747	0,0026614	0,0004212	0,9999997	-0,0007039
0	14	0	0,0189642	14,0055151	0,0018382	-0,0000572	0,9999999	-0,0004128
0	16	0	0,0156875	16,0107653	0,0024330	-0,0016340	0,9999986	0,0002966
0	18	0	0,0139433	18,0189476	0,0046630	-0,0008686	0,9999990	0,0011105
0	20	0	0,0168970	20,0244087	0,0069939	0,0014728	0,9999982	0,0011623
0	22	0	0,0191394	22,0162377	0,0079266	0,0011258	0,9999993	0,0004683
0	24	0	0,0245201	24,0132851	0,0078177	0,0026943	0,9999964	-0,0000545
0	26	0	0,0281680	26,0196170	0,0093715	0,0018182	0,9999980	0,0007744
0	28	0	0,0270628	28,0273516	0,0109290	-0,0005505	0,9999995	0,0007758
0	30	0	0,0263630	30,0371082	0,0134788	-0,0003482	0,9999991	0,0012687
0	32	0	0,0268768	32,0261118	0,0146052	0,0002583	0,9999998	0,0005663
0	34	0	0,0265201	34,0205677	0,0157781	-0,0001789	0,9999998	0,0005881
0	36	0	0,0372688	36,0281608	0,0199689	0,0053540	0,9999835	0,0020874
0	38	0	0,0418723	38,0388292	0,0230098	0,0022895	0,9999962	0,0015124
0	40	0	0,0425295	40,0455866	0,0278562	0,0003275	0,9999970	0,0024150
0	42	0	0,0420318	42,0394749	0,0273119	-0,0002496	0,9999999	-0,0002730
0	44	0	0,0456885	44,0282670	0,0280043	0,0018387	0,9999982	0,0003481
0	46	0	0,0462830	46,0364412	0,0265014	0,0002960	0,9999997	-0,0007484
0	48	0	0,0476537	48,0473619	0,0265278	0,0006817	0,9999998	0,0000131

Таблица 2.4. Направляющие косинусы оси Oz

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{zx}$	$COS_{zy}$	$COS_{zz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000
0	0	2	-0,0014949	0,0210898	1,9854506	-0,0007529	0,0106216	0,9999433
0	0	4	-0,0001334	0,0192659	3,9951672	0,0006775	-0,0009075	0,9999994
0	0	6	0,0017718	0,0191961	5,9962693	0,0009521	-0,0000349	0,9999995
0	0	8	0,0036626	0,0221204	8,0035211	0,0009420	0,0014569	0,9999985
0	0	10	0,0071524	0,0195384	10,0084568	0,0017406	-0,0012878	0,9999977
0	0	12	0,0075822	0,0210328	12,0060169	0,0002151	0,0007481	0,9999997
0	0	14	0,0090974	0,0213906	14,0102816	0,0007560	0,0001785	0,9999997
0	0	16	0,0099500	0,0212481	16,0138690	0,0004255	-0,0000711	0,9999999
0	0	18	0,0130805	0,0224155	18,0109748	0,0015675	0,0005845	0,9999986
0	0	20	0,0128026	0,0214672	20,0114348	-0,0001389	-0,0004740	0,9999999
0	0	22	0,0139310	0,0192087	22,0152343	0,0005631	-0,0011272	0,9999992
0	0	24	0,0140104	0,0178350	24,0160310	0,0000397	-0,0006866	0,9999998
0	0	26	0,0162684	0,0163091	26,0188932	0,0011274	-0,0007619	0,9999991
0	0	28	0,0178119	0,0179142	28,0134485	0,0007739	0,0008047	0,9999994
0	0	30	0,0189652	0,0181594	30,0202313	0,0005747	0,0001222	0,9999998
0	0	32	0,0225447	0,0147950	32,0234106	0,0017869	-0,0016795	0,9999970
0	0	34	0,0230774	0,0127338	34,0231768	0,0002664	-0,0010307	0,9999994
0	0	36	0,0246649	0,0133889	36,0182706	0,0007957	0,0003283	0,9999996
0	0	38	0,0268438	0,0121283	38,0212195	0,0010879	-0,0006294	0,9999992
0	0	40	0,0290407	0,0145063	40,0261787	0,0010957	0,0011861	0,9999987
0	0	42	0,0302265	0,0175277	42,0240845	0,0005935	0,0015123	0,9999987
0	0	44	0,0294565	0,0189511	44,0355600	-0,0003828	0,0007076	0,9999997
0	0	46	0,0307141	0,0189269	46,0331595	0,0006295	-0,0000121	0,9999998
0	0	48	0,0319702	0,0176479	48,0313154	0,0006287	-0,0006401	0,9999996

После этого результаты были загружены и обработаны с помощью программ, разработанных автором (Приложение Б, В).

Полученные значения десяти целевых точек были загружены в управляющие программы.

Проведено измерение десяти целевых точек без коррекции и полученные программно с применением разработанного метода.

В представленной ниже таблице 2.5 приведены величины погрешностей при различных вариантах движения:  $\Delta_n$  – результат без коррекции обрабатывающего центра,  $\Delta_s$  – результат с коррекцией по статическому методу,  $\Delta_{ik}$  – результат с коррекцией по интервальному методу.

Таблица 2.5. Обработка экспериментальных данных

$x_d / y_d / z_d$	$\Delta_n$	$\Delta_s$	$\Delta_{ik}$
7/27/17	0,040	0,075	0,027
41/13/9	0,042	0,147	0,139
21/11/31	0,037	0,090	0,060
17/39/25	0,050	0,067	0,088
9/7/29	0,040	0,064	0,064
31/23/15	0,044	0,105	0,124
27/21/33	0,025	0,063	0,060
35/17/41	0,049	0,129	0,135
13/25/13	0,035	0,029	0,071
25/15/35	0,054	0,108	0,102
$\Sigma\Delta$	0,416	0,877	0,870

На данном участке алгоритмы не сработали из-за сложности измерений на малом шаге: здесь преобладает случайная составляющая измерения, за счет чего возникают ложные отрицательные значения направляющих косинусов. Для корректной работы расширим рассматриваемый участок рабочего пространства и увеличим шаг обхода по физическим осям обрабатывающего центра.

## 2.7 Экспериментальные исследования КОГП на участке $240 \times 240 \times 240$ мм

В рабочем пространстве станка для определения объёмной точности был выбран наиболее часто используемый при работе на данном обрабатывающем центре участок  $240 \times 240 \times 240$  мм.

Каждая целевая точка снималась лазерным трекером по 12 раз с аналогичной предыдущему параграфу обработкой результатов измерений.

Для анализа объёмной точности был произведен последовательный обход рабочей области с шагом в 15 мм по трём осям. На каждом интервале разбиения осей вычислялись калибровочные матрицы  $G$ .

Таблица 2.6. Направляющие косинусы оси  $Ox$

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{xx}$	$COS_{xy}$	$COS_{xz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	0,0000000	0,0000000
15	0	0	14,9104403	-0,0143279	-0,0148758	0,9999990	0,0009609	0,0009977
30	0	0	29,8987229	-0,0074852	-0,0116999	0,9999999	0,0004565	0,0002119
45	0	0	44,9365496	-0,0014994	-0,0034243	0,9999998	0,0003981	0,0005503
60	0	0	59,9308077	0,0066844	0,0068889	0,9999996	0,0005458	0,0006878
75	0	0	74,9626351	0,0132857	0,0093791	0,9999999	0,0004392	0,0001657
90	0	0	89,9587195	0,0231187	0,0187282	0,9999996	0,0006557	0,0006234
105	0	0	104,9890080	0,0291209	0,0225289	0,9999999	0,0003993	0,0002529
120	0	0	119,9800568	0,0362518	0,0283401	0,9999998	0,0004757	0,0003876
135	0	0	135,0117944	0,0428446	0,0368893	0,9999997	0,0004386	0,0005687
150	0	0	150,0044378	0,0515475	0,0391107	0,9999998	0,0005805	0,0001482
165	0	0	165,0316080	0,0586949	0,0477421	0,9999997	0,0004756	0,0005744
180	0	0	180,0234183	0,0652122	0,0466021	0,9999999	0,0004347	0,0000760
195	0	0	195,0552051	0,0729281	0,0560615	0,9999997	0,0005133	0,0006293
210	0	0	210,0450724	0,0798005	0,0551883	0,9999999	0,0004585	0,0000582
225	0	0	225,0677777	0,0855091	0,0612465	0,9999998	0,0003800	0,0004033
240	0	0	240,0600549	0,0905578	0,0563318	0,9999999	0,0003367	0,0003278

Таблица 2.7. Направляющие косинусы оси  $Oy$

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{yx}$	$COS_{yy}$	$COS_{yz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	0,0000000
0	15	0	-0,0602176	14,9531719	-0,0357863	0,0040270	0,9999890	0,0023932
0	30	0	-0,0442657	29,9802595	-0,0218350	0,0010615	0,9999990	0,0009284
0	45	0	-0,0380213	44,9783597	-0,0161523	0,0004163	0,9999998	0,0003789
0	60	0	-0,0256229	60,0081970	-0,0140073	0,0008249	0,9999996	0,0001427
0	75	0	-0,0141470	75,0062519	-0,0081435	0,0007652	0,9999996	0,0003910
0	90	0	-0,0006600	90,0385156	-0,0001199	0,0008972	0,9999995	0,0005338
0	105	0	0,0121768	105,0376521	0,0109036	0,0008558	0,9999994	0,0007349
0	120	0	0,0232912	120,0690303	0,0096924	0,0007394	0,9999997	0,0000806
0	135	0	0,0369156	135,0695716	0,0131066	0,0009083	0,9999996	0,0002276
0	150	0	0,0498309	150,1012946	0,0203396	0,0008592	0,9999995	0,0004812
0	165	0	0,0580657	165,0958689	0,0251360	0,0005492	0,9999998	0,0003199

0	180	0	0,0683455	180,1259333	0,0269279	0,0006839	0,9999998	0,0001192
0	195	0	0,0798625	195,1202951	0,0308485	0,0007681	0,9999997	0,0002615
0	210	0	0,0949436	210,1553113	0,0341453	0,0010031	0,9999995	0,0002193
0	225	0	0,1002250	225,1443618	0,0280501	0,0003523	0,9999999	0,0004066
0	240	0	0,1141570	240,1788961	0,0420867	0,0009267	0,9999991	0,0009336

Таблица 2.8. Направляющие косинусы оси Oz

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{zx}$	$COS_{zy}$	$COS_{zz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000
0	0	15	-0,0625476	-0,0132471	14,9453917	0,0041850	0,0008864	0,9999908
0	0	30	-0,0544625	-0,0105025	29,9519987	0,0005388	0,0001829	0,9999998
0	0	45	-0,0440358	-0,0121276	44,9577120	0,0006948	0,0001083	0,9999998
0	0	60	-0,0326772	-0,0084780	59,9649960	0,0007569	0,0002432	0,9999997
0	0	75	-0,0180139	-0,0051792	74,9831461	0,0009764	0,0002197	0,9999995
0	0	90	-0,0131010	-0,0006844	89,9717138	0,0003278	0,0002999	0,9999999
0	0	105	0,0020412	0,0072159	104,9833419	0,0010087	0,0005263	0,9999994
0	0	120	0,0067461	-0,0004862	119,9839585	0,0003137	0,0005135	0,9999998
0	0	135	0,0201825	0,0078371	134,9859854	0,0008956	0,0005548	0,9999994
0	0	150	0,0312857	0,0076045	149,9984243	0,0007396	0,0000155	0,9999997
0	0	165	0,0428132	0,0165789	164,9919002	0,0007688	0,0005986	0,9999995
0	0	180	0,0503951	0,0209924	179,9909545	0,0005055	0,0002942	0,9999998
0	0	195	0,0620166	0,0296829	194,9989047	0,0007744	0,0005791	0,9999995
0	0	210	0,0735900	0,0366296	209,9945942	0,0007718	0,0004632	0,9999996
0	0	225	0,0855295	0,0442857	224,9976700	0,0007958	0,0005103	0,9999996
0	0	240	0,0933421	0,0479573	239,9868686	0,0005212	0,0002449	0,9999998

В представленной ниже таблице 2.9 приведены величины погрешностей при различных вариантах движения:  $\Delta_n$  – результат без коррекции обрабатывающего центра,  $\Delta_s$  – результат с коррекцией по статическому методу,  $\Delta_{ik}$  – результат с коррекцией по интервальному методу;  $\Delta_{dg}$  – результат с коррекцией по квазидифференциальному методу.

Таблица 2.9. Обработка экспериментальных данных

$x_d/y_d/z_d$	$\Delta_n$	$\Delta_s$	$\Delta_{ik}$	$\Delta_{dg}$
230/230/230	0,580	0,254	0,207	0,209
110/170/185	0,483	0,271	0,251	0,223
170/125/200	0,370	0,137	0,115	0,099

198/196/140	0,507	0,251	0,223	0,214
130/140/106	0,431	0,244	0,218	0,195
50/50/50	0,180	0,148	0,099	0,088
133/198/176	0,405	0,198	0,186	0,179
80/112/118	0,319	0,211	0,194	0,141
162/168/210	0,409	0,173	0,168	0,135
108/136/168	0,376	0,201	0,189	0,153
$\Sigma\Delta$	4,060	2,088	1,850	1,637

Таким образом, при применении статического метода коррекции движения объёмная точность станка по совокупности результатов в выбранных контрольных точках повысилась на 48,57 %, при применении интервального метода – 54,43 %, при применении квазидифференциального метода – 59,68 %.

## 2.8 Экспериментальные исследования КОГП на участке 315 × 315 × 315 мм

Для верификации полученных результатов проведём новый эксперимент в кубе 315 × 315 × 315 мм, заново отреферировав станок и оставив целевые точки и шаг из предыдущего опыта.

Таблица 2.10. Направляющие косинусы оси  $Ox$

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{xx}$	$COS_{xy}$	$COS_{xz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	0,0000000	0,0000000
15	0	0	14,9936294	0,0056849	0,0062357	0,9999998	0,0003792	0,0004159
30	0	0	29,9918763	0,0138728	0,0064751	0,9999999	0,0005459	0,0000160
45	0	0	45,0021530	0,0233313	0,0155288	0,9999996	0,0006301	0,0006032
60	0	0	60,0077609	0,0349561	0,0183377	0,9999997	0,0007747	0,0001872

75	0	0	75,0204890	0,0412372	0,0249907	0,9999998	0,0004184	0,0004432
90	0	0	90,0236429	0,0526403	0,0283149	0,9999997	0,0007600	0,0002216
105	0	0	105,0354385	0,0572216	0,0327145	0,9999999	0,0003052	0,0002931
120	0	0	120,0245034	0,0606295	0,0308315	1,0000000	0,0002274	0,0001256
135	0	0	135,0440473	0,0671360	0,0331433	0,9999999	0,0004332	0,0001539
150	0	0	150,0276939	0,0745017	0,0337943	0,9999999	0,0004916	0,0000434
165	0	0	165,0499337	0,0830308	0,0379862	0,9999998	0,0005678	0,0002790
180	0	0	180,0408826	0,0904227	0,0400392	0,9999999	0,0004931	0,0001369
195	0	0	195,0545152	0,0973275	0,0394302	0,9999999	0,0004599	0,0000406
210	0	0	210,0484436	0,1067390	0,0451863	0,9999997	0,0006277	0,0003839
225	0	0	225,0704160	0,1142062	0,0439969	0,9999999	0,0004971	0,0000792
240	0	0	240,0549970	0,1209629	0,0490011	0,9999998	0,0004509	0,0003340
255	0	0	255,0741950	0,1270992	0,0486881	0,9999999	0,0004086	0,0000208
270	0	0	270,0601373	0,1341814	0,0547032	0,9999998	0,0004726	0,0004014
285	0	0	285,0764432	0,1406712	0,0497273	0,9999999	0,0004322	0,0003314
300	0	0	300,0667812	0,1479162	0,0509544	0,9999999	0,0004833	0,0000819
315	0	0	315,0866714	0,1545825	0,0476017	0,9999999	0,0004438	0,0002232

Таблица 2.11. Направляющие косинусы оси  $Oy$ 

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{yx}$	$COS_{yy}$	$COS_{yz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	0,0000000
0	15	0	-0,0171900	14,9910346	-0,0145510	0,0011467	0,9999989	0,0009706
0	30	0	-0,0116087	30,0153151	-0,0099023	0,0003715	0,9999999	0,0003094
0	45	0	-0,0023862	45,0109361	-0,0024487	0,0006150	0,9999997	0,0004971
0	60	0	0,0104879	60,0418039	0,0028594	0,0008565	0,9999996	0,0003531
0	75	0	0,0160806	75,0372068	0,0085926	0,0003730	0,9999999	0,0003823
0	90	0	0,0279656	90,0662549	0,0123236	0,0007908	0,9999997	0,0002483
0	105	0	0,0335271	105,0628102	0,0187578	0,0003708	0,9999998	0,0004290
0	120	0	0,0460399	120,0978307	0,0279088	0,0008322	0,9999995	0,0006086
0	135	0	0,0566612	135,0976927	0,0368498	0,0007081	0,9999996	0,0005961
0	150	0	0,0711130	150,1305861	0,0412023	0,0009613	0,9999995	0,0002895
0	165	0	0,0748144	165,1232499	0,0466602	0,0002469	0,9999999	0,0003640
0	180	0	0,0884857	180,1515305	0,0486953	0,0009097	0,9999996	0,0001354
0	195	0	0,0982706	195,1503905	0,0591867	0,0006524	0,9999995	0,0006995
0	210	0	0,1082955	210,1811714	0,0633536	0,0006670	0,9999997	0,0002772
0	225	0	0,1181300	225,1771248	0,0683443	0,0006558	0,9999997	0,0003328
0	240	0	0,1278737	240,2056149	0,0709879	0,0006483	0,9999998	0,0001759
0	255	0	0,1313923	255,1970902	0,0753438	0,0002347	0,9999999	0,0002906
0	270	0	0,1453259	270,2273322	0,0789359	0,0009270	0,9999995	0,0002390
0	285	0	0,1476971	285,2272966	0,0784406	0,0001581	1,0000000	0,0000330
0	300	0	0,1570832	300,2603627	0,0799332	0,0006244	0,9999998	0,0000993
0	315	0	0,1667192	315,2554775	0,0821639	0,0006426	0,9999998	0,0001488

Таблица 2.12. Направляющие косинусы оси Oz

$x_d$	$y_d$	$z_d$	$x_{tr}$	$y_{tr}$	$z_{tr}$	$COS_{zx}$	$COS_{zy}$	$COS_{zz}$
0	0	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000
0	0	15	-0,0256445	0,0320351	14,9676991	0,0017133	0,0021403	0,9999962
0	0	30	-0,0181901	0,0323812	29,9607697	0,0004972	0,0000231	0,9999999
0	0	45	-0,0100554	0,0390894	44,9542626	0,0005426	0,0004474	0,9999998
0	0	60	-0,0048000	0,0388029	59,9570400	0,0003503	0,0000191	0,9999999
0	0	75	0,0004298	0,0399194	74,9566269	0,0003487	0,0000744	0,9999999
0	0	90	0,0071809	0,0383912	89,9360165	0,0004507	0,0001020	0,9999999
0	0	105	0,0146897	0,0441980	104,9385445	0,0005005	0,0003871	0,9999998
0	0	120	0,0250940	0,0462421	119,9375653	0,0006937	0,0001363	0,9999998
0	0	135	0,0301556	0,0493305	134,9367373	0,0003375	0,0002059	0,9999999
0	0	150	0,0298184	0,0445699	149,9340601	0,0000225	0,0003174	0,9999999
0	0	165	0,0270886	0,0409378	164,9102351	0,0001823	0,0002425	1,0000000
0	0	180	0,0358108	0,0461279	179,9078676	0,0005816	0,0003461	0,9999998
0	0	195	0,0414506	0,0468882	194,9048116	0,0003761	0,0000507	0,9999999
0	0	210	0,0430697	0,0497345	209,9022592	0,0001080	0,0001898	1,0000000
0	0	225	0,0398392	0,0517370	224,9061161	0,0002153	0,0001335	1,0000000
0	0	240	0,0439402	0,0565616	239,8868961	0,0002738	0,0003221	0,9999999
0	0	255	0,0474948	0,0644506	254,8900501	0,0002369	0,0005258	0,9999998
0	0	270	0,0578898	0,0633819	269,8842232	0,0006933	0,0000713	0,9999998
0	0	285	0,0607423	0,0732255	284,8878194	0,0001901	0,0006561	0,9999998
0	0	300	0,0683984	0,0856057	299,9072152	0,0005097	0,0008243	0,9999995
0	0	315	0,0694454	0,0916106	314,8955905	0,0000698	0,0004006	0,9999999

В представленной ниже таблице 2.13:  $\Delta_n$  – результат движения без коррекции обрабатывающего центра,  $\Delta_s$  – результат с коррекцией по статическому методу,  $\Delta_{ik}$  – результат с коррекцией по интервальному методу;  $\Delta_{dg}$  – результат с коррекцией по квазидифференциальному методу.

Таблица 2.13. Обработка экспериментальных данных

$x_d/y_d/z_d$	$\Delta_n$	$\Delta_s$	$\Delta_{ik}$	$\Delta_{dg}$
230/230/230	0,414	0,175	0,132	0,077
110/170/185	0,342	0,205	0,139	0,138
170/125/200	0,294	0,135	0,087	0,066

198/196/140	0,436	0,247	0,201	0,168
130/140/106	0,289	0,168	0,120	0,101
50/50/50	0,132	0,085	0,079	0,044
133/198/176	0,377	0,211	0,151	0,134
80/112/118	0,240	0,095	0,082	0,042
162/168/210	0,294	0,124	0,111	0,044
108/136/168	0,282	0,134	0,075	0,052
$\Sigma\Delta$	3,100	1,579	1,177	0,866

Таким образом, полученные схожие результаты убеждают нас в их регулярном характере: при применении статического метода коррекции движения объёмная точность станка по совокупности результатов в выбранных контрольных точках повысилась на 49 %, при применении интервального метода – 62 %, при применении квазидифференциального метода – 72 %.

## 2.9 Выводы по главе 2

1. Разработанный тангенциальный метод повышения объёмной геометрической точности многокоординатного металлорежущего оборудования имеет практическую значимость ввиду своей инженерной основы: отсутствия необходимости реализации сложных математических процедур, при котором, тем не менее, получаются значимые результаты по повышению объёмной точности.

2. Наибольшую эффективность имеет квазидифференциальный тангенциальный метод, учитывающий дискретную модель поля касательных направлений в каждой точке рабочего пространства станка, и основанный на численном вычислении криволинейных интегралов. Как показал эксперимент на обрабатывающем центре СТАН S500 с измерениями лазерным трекером Leica Tracker LTD800, применение данного метода позволяет достичь повышения объёмной точности трёхкоординатного обрабатывающего центра до 70 % и даже выше.

### **ГЛАВА 3. КОНЦЕПЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЁМНОЙ ТОЧНОСТИ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ ПОВОРОТОВ**

Несмотря на инженерные достоинства тангенциального метода, его применение обоснованно только там, где задачу повышения объёмной геометрической точности движений станка можно свести к задаче точности перемещения материальной точки, что, впрочем, не является каким-то уникальным случаем. Действительно, для этого достаточно привязать поле касательных направлений к рассматриваемой материальной точке, т.е. привязать экспериментальные измерения именно к позициям этой точки.

Однако, это не всегда просто сделать относительно так называемого вынесенного центра измерений, например, некоторой точки инструмента, находящейся на радиус-центре (векторе) относительно точки крепления инструмента в фиксирующем устройстве (шпинделе станка, например). Дело в том, что в процессе выполнения технологической операции технологом могут задаваться множественные изменения этого вектора, вполне определенные относительно фиксирующего устройства и необходимые с точки зрения выполнения самой операции. В этой ситуации привязать поле касательных направлений тангенциального метода с учетом этих изменений не удастся или же это будет выходить за разумные границы инженерных решений.

В то же самое время провести экспериментальные измерения относительно фиксирующего устройства не являлось бы проблемой. Тогда при наличии математического аппарата привязки вынесенного центра к системе координат фиксирующего устройства задача получала бы свое решение, поскольку радиус-вектор вынесенного центра является известной в каждый момент времени величиной. Таким математическим аппаратом и может стать теория конечных поворотов. Её применение и обозначается в данной главе и далее развивается в гл.4.

### 3.1 Концепция распределения параметрических погрешностей в рабочем пространстве трёхкоординатного обрабатывающего центра

Рисунок 3.1 иллюстрирует концепцию распределения погрешностей в рабочем пространстве трёхкоординатного обрабатывающего центра. Согласно этой концепции рабочий орган станка (фреза, лазер, измерительный наконечник и т.д.) находится, если можно так сказать, под действием трех векторов конечных поворотов, каждый из которых задается в своем декартовом триэдре осей, коллинеарных и сонаправленных с осями измерительной системы ЧПУ, в каждой точке на соответствующей физической оси движения в ее текущем положении. (При этом положение продольной оси неизменно, а положения поперечной и вертикальной осей зависят от целевой точки позиционирования системы).

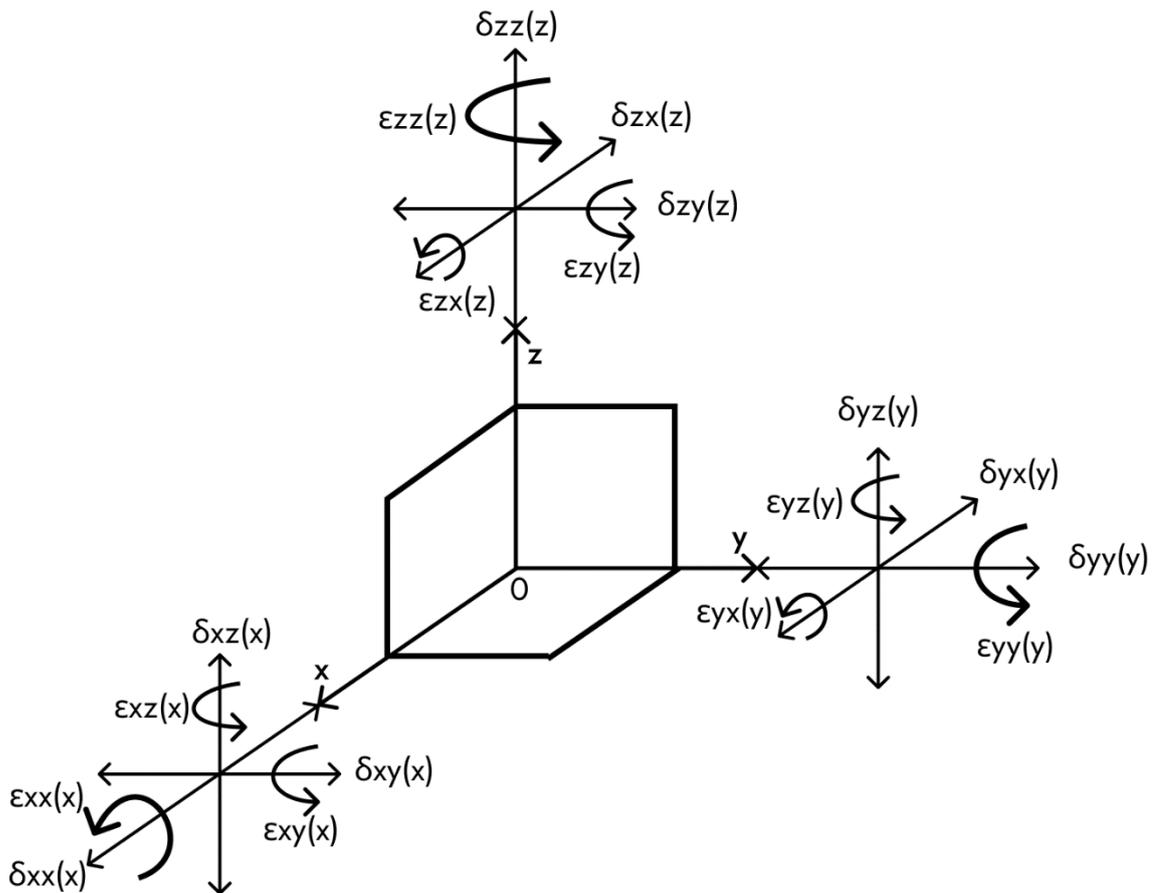


Рис.3.1. Распределение погрешностей в рабочем пространстве ТОЦ

Данные векторы являются в свою очередь суммой трех векторов поворотов на некоторые углы вокруг осей упомянутых триэдров. В работе [61] эти углы названы углами крена, тангажа и рысканья согласно терминологии в авиа- и кораблестроении. Насколько удачны эти названия, автор настоящей диссертации не обсуждает, но будет придерживаться этих терминов, как устоявшихся в области работ по объёмной точности технологических машин.

Аналогичная картина имеет место относительно трех векторов линейных смещений, задаваемых в указанных выше триэдрах относительно их начала. Таким образом, для каждого триэдра вводятся 6 погрешностей: три угловых и три линейных. Данные погрешности, называемые параметрическими, приведены ниже в таблице 3.1, в которой они индексированы дважды, при этом первый индекс обозначает «главную» ось триэдра.

Таблица 3.1. Параметрические погрешности трёхкоординатного обрабатывающего центра

наименование		обозначение	средство измерения
русское	международное		
смещение оси O <sub>x</sub>	scale error of X	$\delta_{xx}(X)$	линейный интерферометр
прямолинейность оси O <sub>x</sub> в направлении оси O <sub>y</sub>	Y straightness of X	$\delta_{xy}(X)$	интерферометр для измерения прямолинейности
прямолинейность оси O <sub>x</sub> в направлении оси O <sub>z</sub>	Z straightness of X	$\delta_{xz}(X)$	интерферометр для измерения прямолинейности
крен оси O <sub>x</sub>	roll error of X	$\varepsilon_{xx}(X)$	электронные уровни (нивелиры)
тангаж оси O <sub>x</sub>	pitch error of X	$\varepsilon_{xy}(X)$	угловой интерферометр
рыскание оси O <sub>x</sub>	yaw error of X	$\varepsilon_{xz}(X)$	угловой интерферометр
смещение оси O <sub>y</sub>	scale error of Y	$\delta_{yy}(Y)$	линейный интерферометр
прямолинейность оси O <sub>y</sub> в направлении оси O <sub>x</sub>	X straightness of Y	$\delta_{yx}(Y)$	интерферометр для измерения прямолинейности
прямолинейность оси O <sub>y</sub> в направлении оси O <sub>z</sub>	Z straightness of Y	$\delta_{yz}(Y)$	интерферометр для измерения прямолинейности
крен оси O <sub>y</sub>	roll error of Y	$\varepsilon_{yy}(Y)$	электронные уровни (нивелиры)
тангаж оси O <sub>y</sub>	pitch error of Y	$\varepsilon_{yx}(Y)$	угловой интерферометр

рыскание оси Oy	yaw error of Y	$\varepsilon_{yz}(Y)$	угловой интерферометр
смещение оси Oz	scale error of Z	$\delta_{zz}(Z)$	линейный интерферометр
прямолинейность оси Oz в направлении оси Ox	X straightness of Z	$\delta_{zx}(Z)$	интерферометр для измерения прямолинейности
прямолинейность оси Oz в направлении оси Oy	Y straightness of Z	$\delta_{zy}(Z)$	интерферометр для измерения прямолинейности
крен оси Oz	roll error of Z	$\varepsilon_{zz}(Z)$	электронные уровни (нивелиры)
тангаж оси Oz	pitch error of Z	$\varepsilon_{zx}(Z)$	угловой интерферометр
рыскание оси Oz	yaw error of Z	$\varepsilon_{zy}(Z)$	угловой интерферометр
перпендикулярность осей Ox и Oy	Y squareness of X	$\alpha_{xy}$	линейный интерферометр
перпендикулярность осей Oy и Oz	Z squareness of Y	$\alpha_{yz}$	линейный интерферометр
перпендикулярность осей Oz и Ox	Z squareness of X	$\alpha_{zx}$	линейный интерферометр

Измерение 21 пространственной функции возможно с помощью лазерной интерференционной измерительной системы (ЛИИС) – многофункционального интерферометра, способного посредством быстрой смены оптических элементов измерять не только линейные перемещения по координатным осям, но и угловые отклонения и отклонения от прямолинейности. Для простоты крены, тангажи и рыскания осей Ox, Oy, Oz можно измерять электронными уровнями высокой чувствительности. Можно сказать, что структура параметрических погрешностей, изложенная в таблице 3.1, сама есть следствие принципов измерений величин лазерным интерферометром, как величин относительных, привязанных к точке измерений, а не к абсолютной неподвижной системе координат.

Принцип действия современных лазерных интерференционных измерительных систем не отличается от принципа действия интерферометра Майкельсона, сконструированного еще в 19-ом веке.

Лазерный луч 1, выходящий из лазера системы, достигает поляризующее светоделительное зеркало и расщепляется на два луча: отраженный 2 и прошедший 3 (см. рисунок 3.2). Они отражаются от ретро-рефлекторов и возвращаются в

светоделитель, формируя интерференционный пучок 4, который попадает в детектор, регистрирующий разность хода лучей.

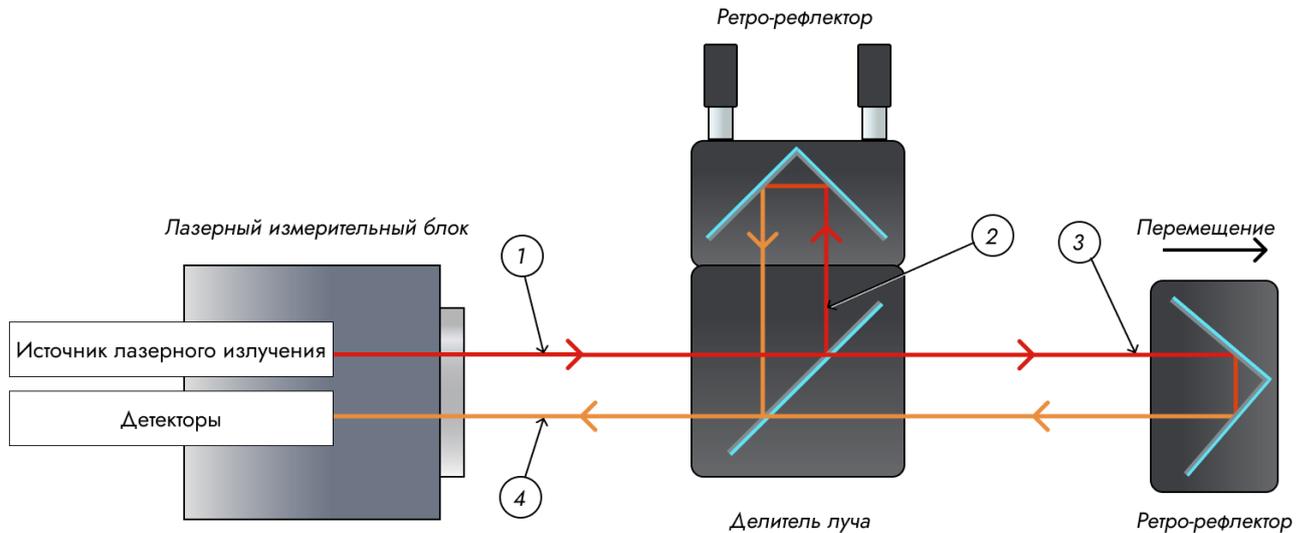


Рис.3.2. Лазерная интерференционная измерительная система

ЛИИС являются наиболее точными средствами измерения и могут иметь дискретность отсчета 0,1 мкм, диапазон измеряемых перемещений до 10 м, погрешность линейных перемещений ЛИИС равна  $1L$  мкм, где  $L$  – измеряемое перемещение в метрах.

### 3.2 Лазерное исследование объёмной точности пятикоординатного фрезерного обрабатывающего центра СТАН S500 с помощью ЛИИС Renishaw XL-80

Построим модель распределения параметрических погрешностей обрабатывающего центра СТАН S500 с применением метода, описанного в [53, 66].

В качестве средства измерения для построения модели выберем многофункциональную сертифицированную лазерную интерференционную измерительную систему (ЛИИС) Renishaw XL 80, входящую в поверочную схему и способную измерить 21 пространственную функцию в таблице 3.1. При этом схемы измерения возьмем из руководства пользователя Renishaw XL 80 [100].

Интерферометр Renishaw XL-80 работает, как уже было сказано, по схеме интерферометра Майкельсона.

Точность линейных измерений составляет  $\pm 0,5$  ppm благодаря источнику лазерного излучения с высокой степенью стабилизации и точной компенсации изменения параметров окружающей среды.

Показания могут считываться при частоте до 50 кГц, с максимальной скоростью линейных измерений 4 м/с и линейным разрешением 1 нм, даже при максимальной скорости.

Все процедуры измерений основаны на интерферометрическом методе, что обеспечивает точность регистрируемых данных.

На рисунке 3.3 изображена общая структурная схема ЛИИС Renishaw XL-80. Интерференционная система состоит из следующих элементов:

- лазерного измерительного блока;
- интерферометра и оптических элементов;
- блока компенсации параметров окружающей среды с набором датчиков;
- портативного компьютера.

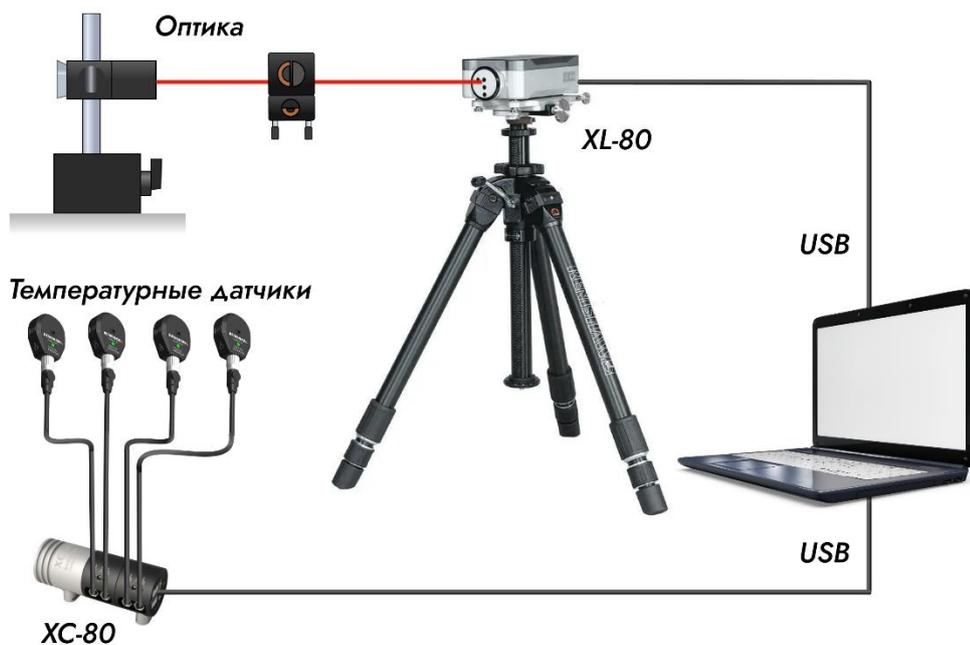


Рис.3.3. Принципиальная схема ЛИИС Renishaw XL-80

Стандартные функции отчетов соответствуют многим международным стандартам по проверке характеристик станков/машин, в частности, ISO, ASME, VDI, JIS и GB. Кроме того, предусмотрен всесторонний анализ, разработанный компанией Renishaw [100].

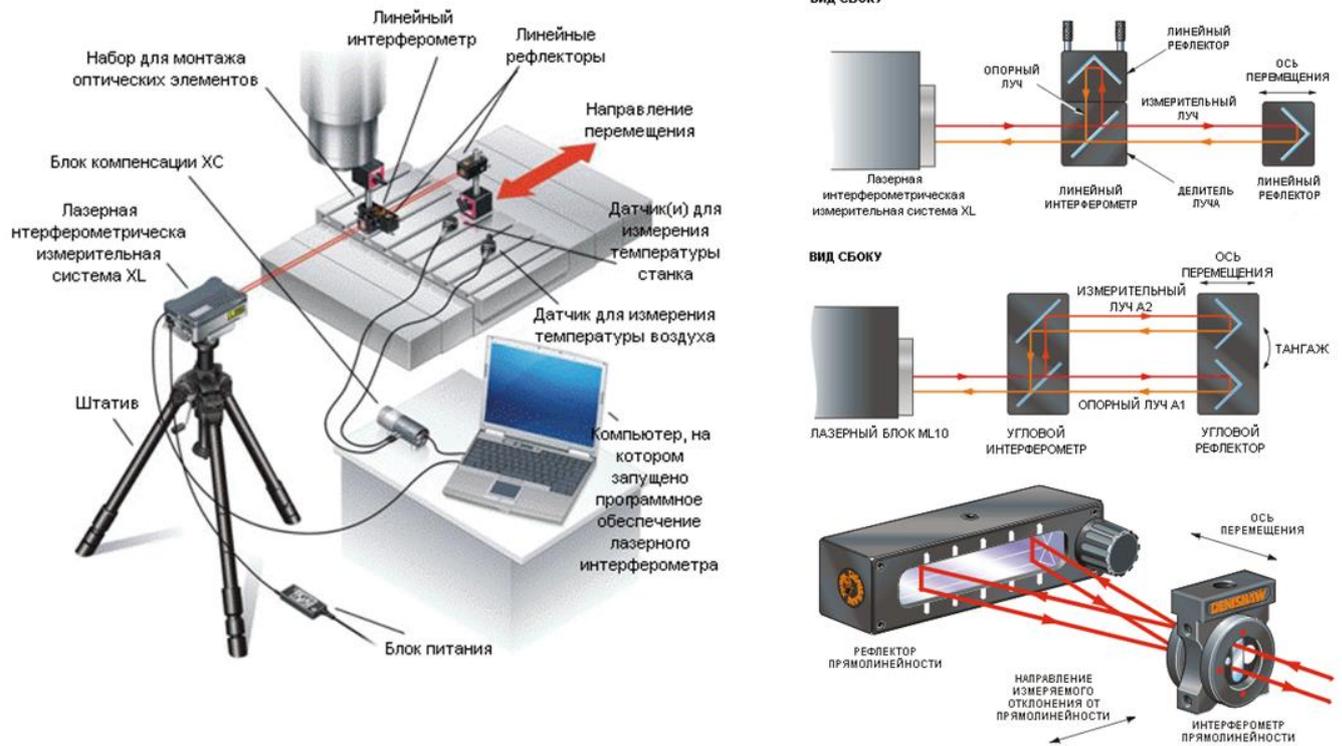


Рис.3.4. Измерение геометрических погрешностей станков посредством ЛИИС XL-80 фирмы Renishaw [100]

Предполагается, что обрабатывающий центр прошел тестовые испытания геометрической точности по стандарту ISO-10791-2 [20].

Для 3-х координатного обрабатывающего центра используются 12 тестовых операций, в процессе которых проверяются основные геометрические свойства станка и их соответствие нормам точности: прямолинейность движения рабочих органов по осям X,Y,Z, параллельность направляющих, перпендикулярность между осями перемещения органов, биения шпинделя, перпендикулярность оси, шпинделя осям перемещения подвижных органов, параллельность поверхности стола направлениям перемещений, плоскостность поверхности стола [47].

Методика измерения совпадает с методом построения карты распределения геометрических погрешностей станка, рассмотренной в работах [61, 65, 66].

Точностные характеристики станка определялись в следующих позициях рабочих органов вдоль координатных осей:

- Ось X: 0 мм – 400 мм с шагом 20 мм – 21 точка.
- Ось Y: 0 мм – 280 мм с шагом 10 мм – 29 точек.
- Ось Z: 0 мм – 200 мм с шагом 10 мм – 21 точка.

Для проведения измерений были написаны программы для системы ЧПУ станка, обеспечивающие перемещение рабочих органов станка в указанные выше положения и остановку для завершения переходных процессов перед снятием отсчёта.

Моделирование погрешностей на основе проведенных измерений, иллюстрируют рисунки 3.5 – 3.40:

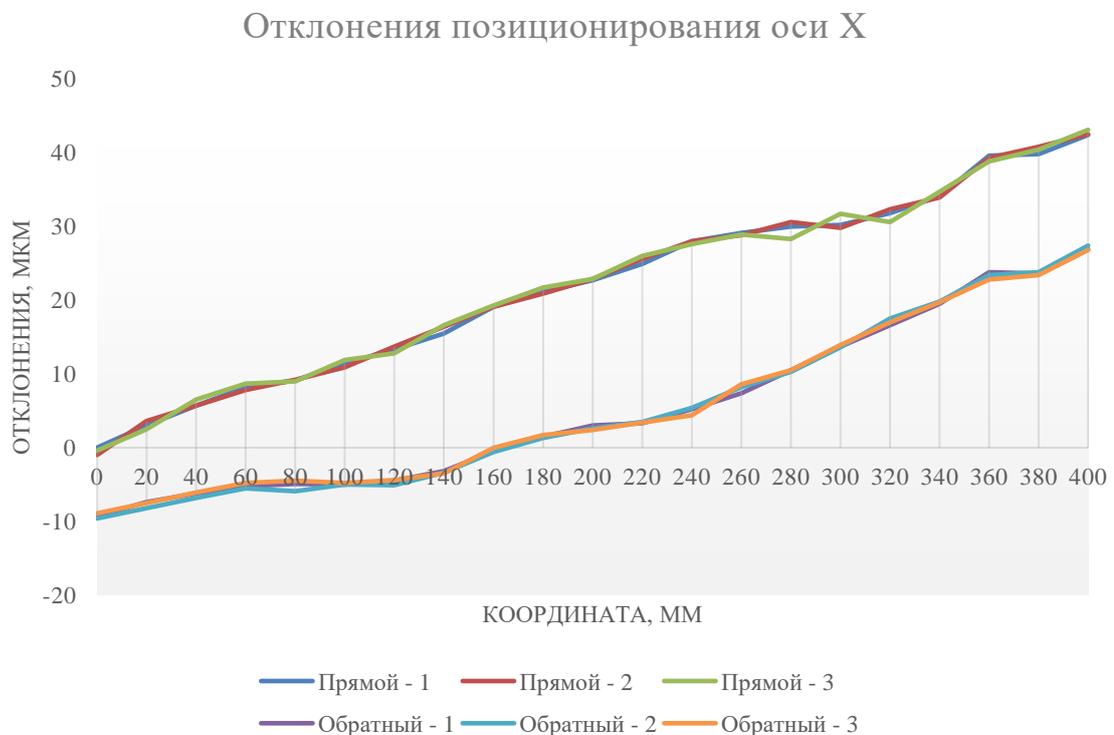


Рис.3.5. Результаты измерений точности позиционирования оси X

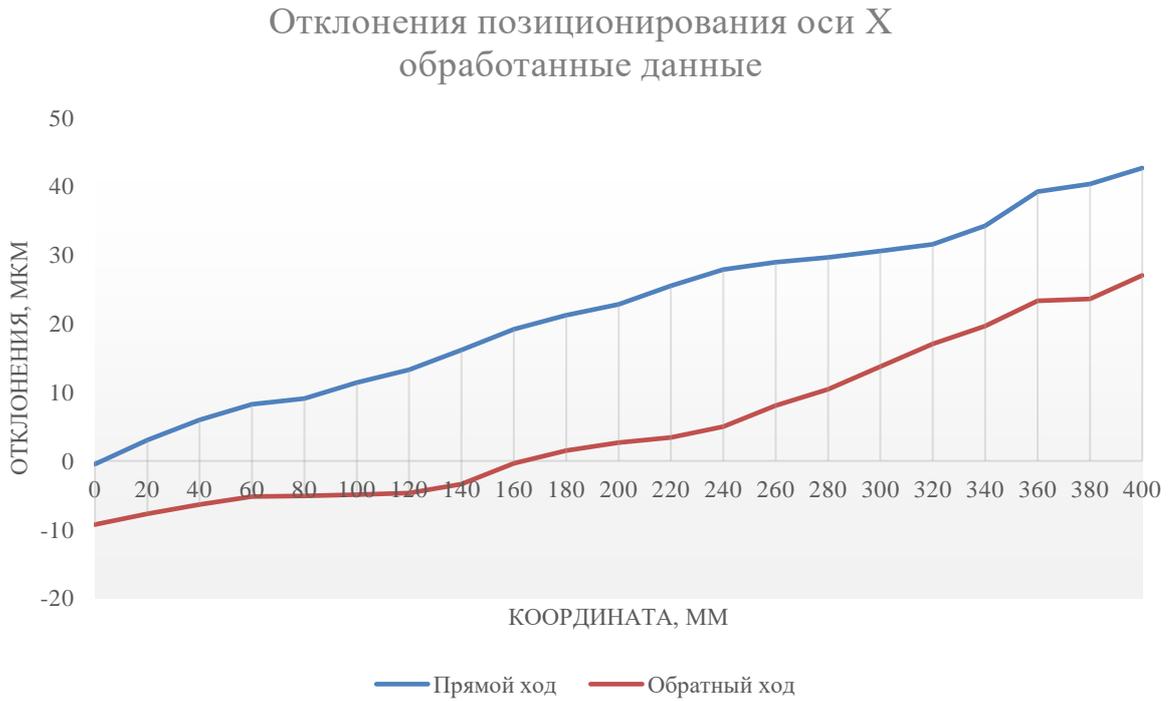


Рис.3.6. Результаты измерений точности позиционирования оси X. Обработанные данные

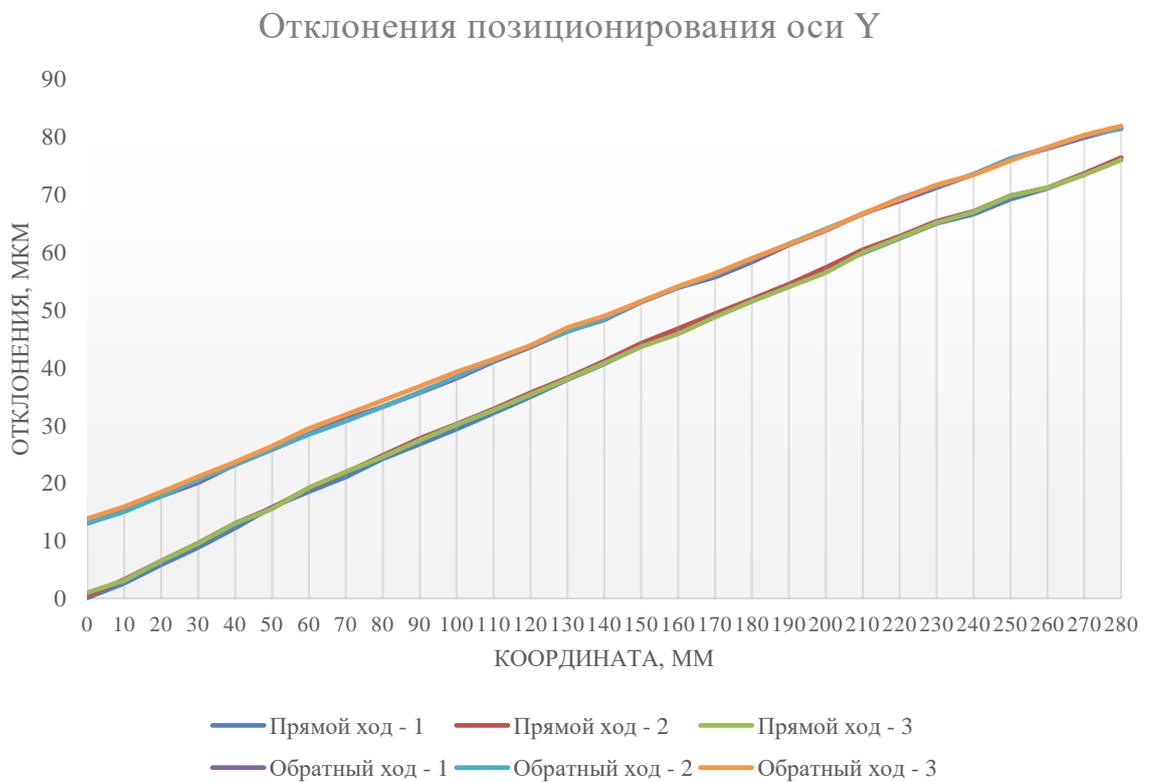


Рис.3.7. Результаты измерений точности позиционирования оси Y

### Отклонения позиционирования оси Y обработанные данные

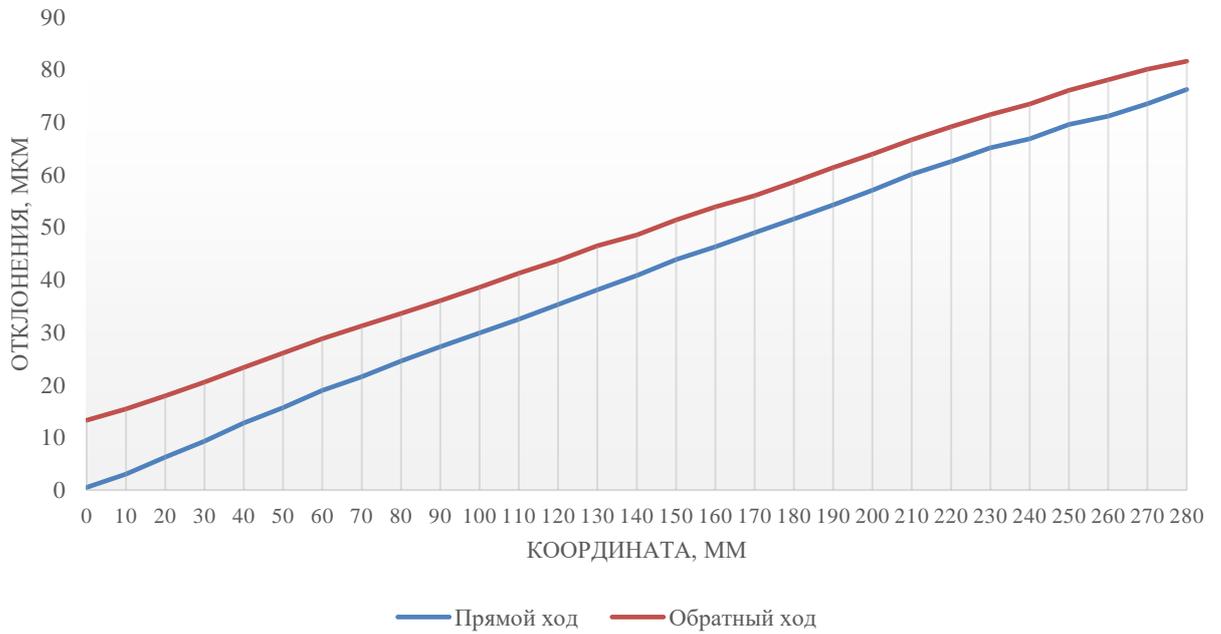


Рис.3.8. Результаты измерений точности позиционирования оси Y. Обработанные данные

### Отклонения позиционирования оси Z

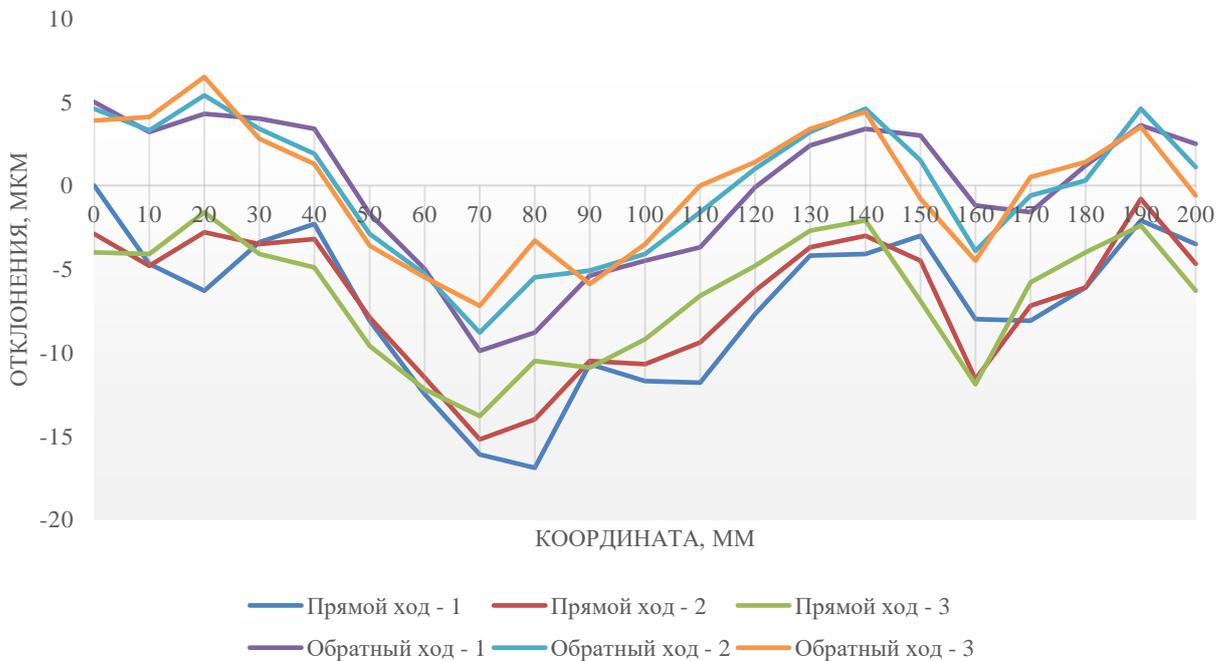


Рис.3.9. Результаты измерений точности позиционирования оси Z

### Отклонения позиционирования оси Z обработанные данные

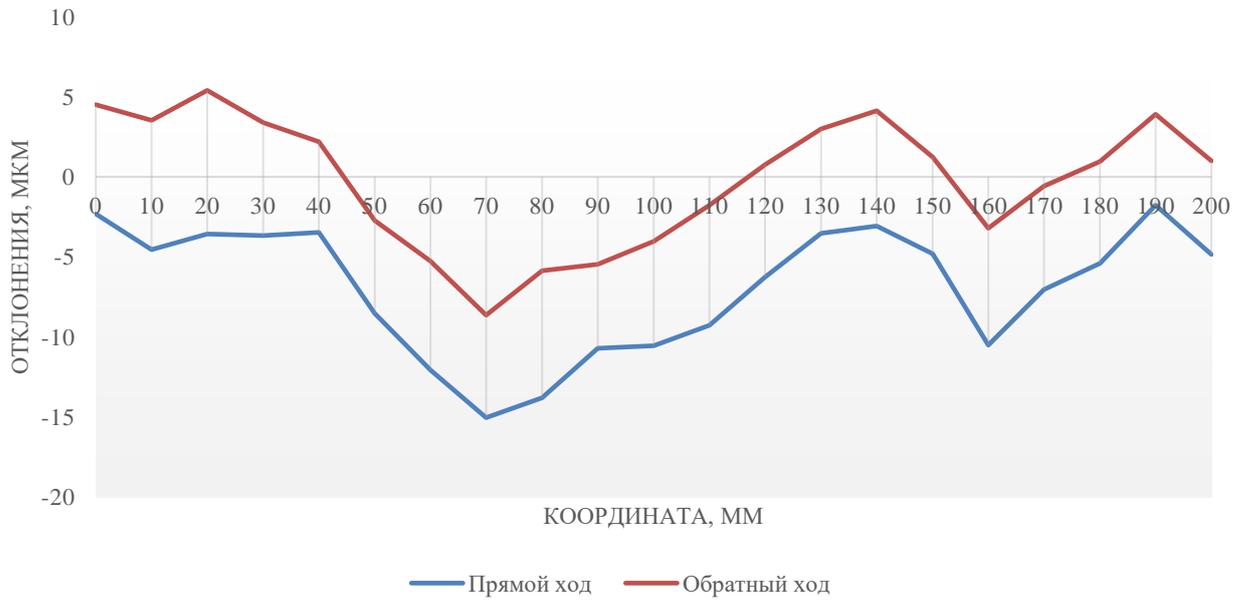


Рис.3.10. Результаты измерений точности позиционирования оси Z.  
Обработанные данные

### Непрямолинейность оси X в направлении оси Y

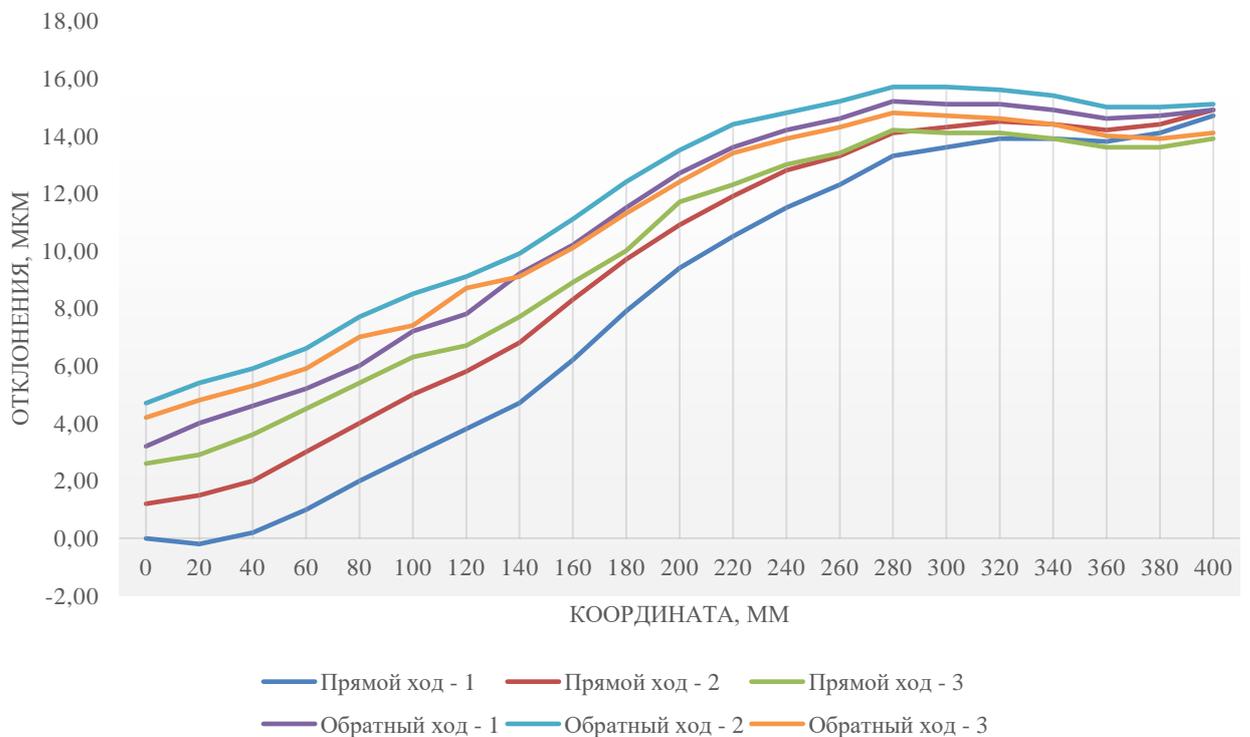


Рис.3.11. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси X в направлении оси Y

Непрямолинейность оси X в направлении оси Y  
обработанные данные

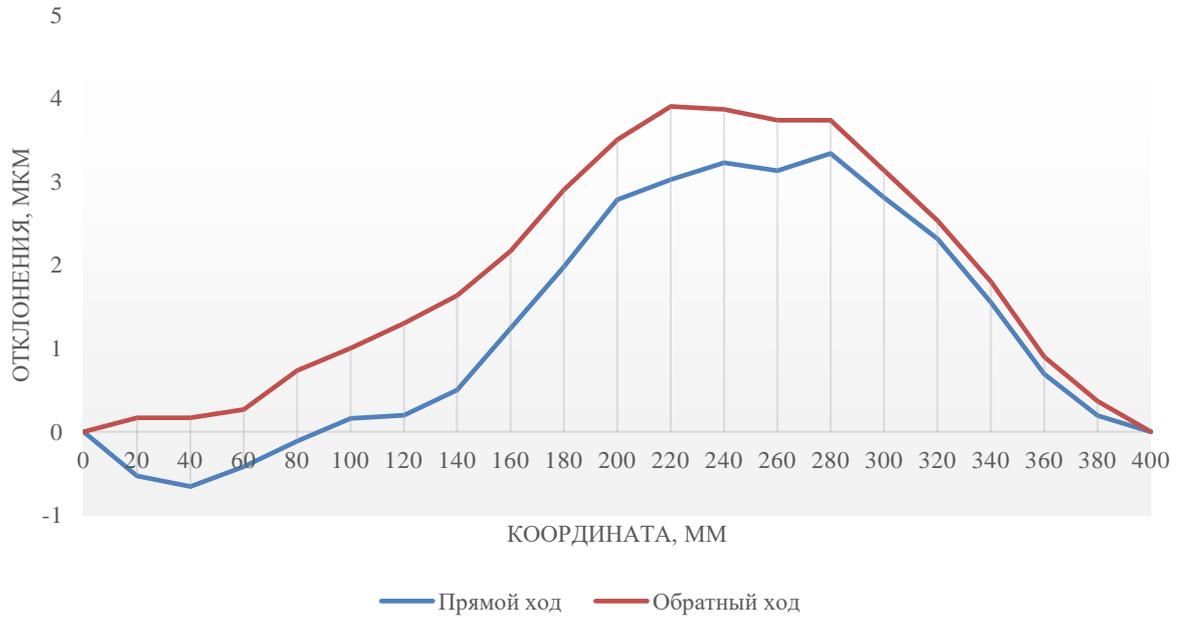


Рис.3.12. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси X в направлении оси Y. Обработанные данные

Непрямолинейность оси X в направлении оси Z

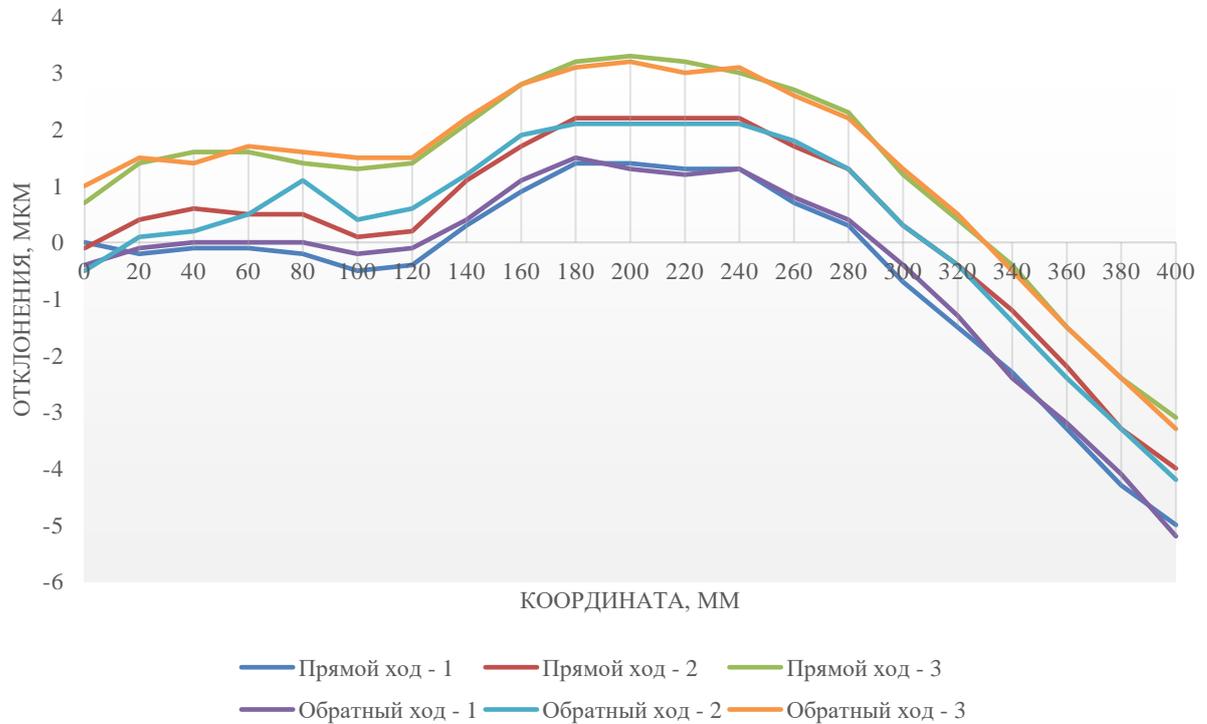


Рис.3.13. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси X в направлении оси Z

Непрямолинейность оси X в направлении оси Z  
обработанные данные

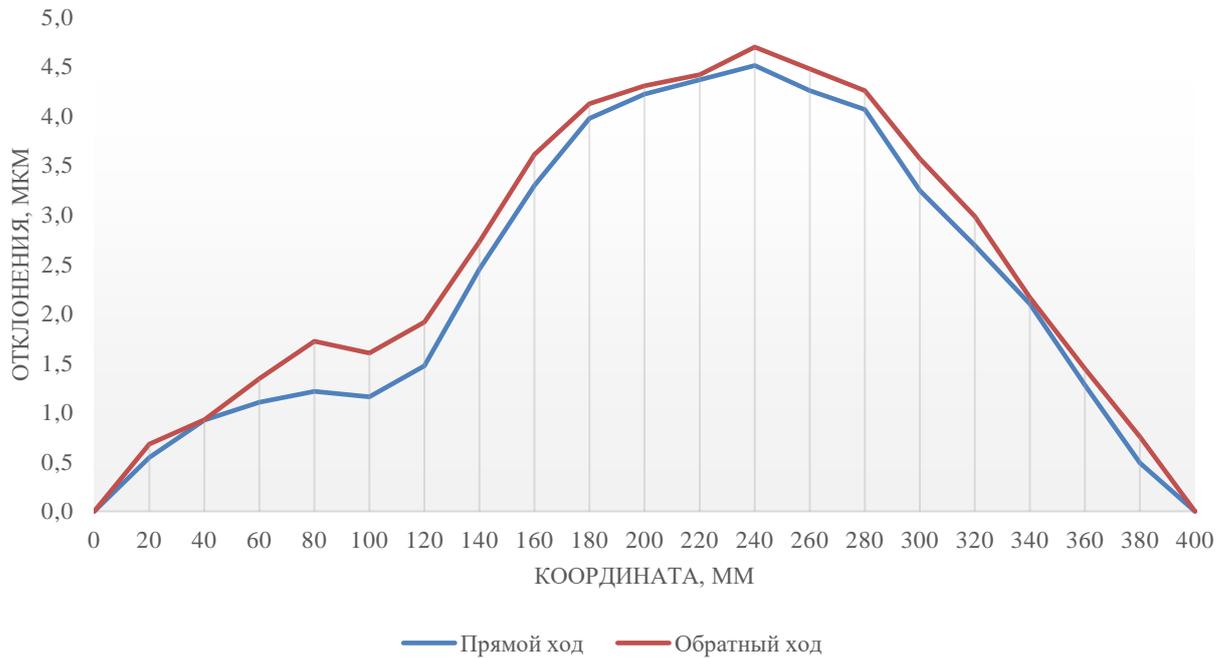


Рис.3.14. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси X в направлении оси Z. Обработанные данные

Непрямолинейность оси Y в направлении оси X

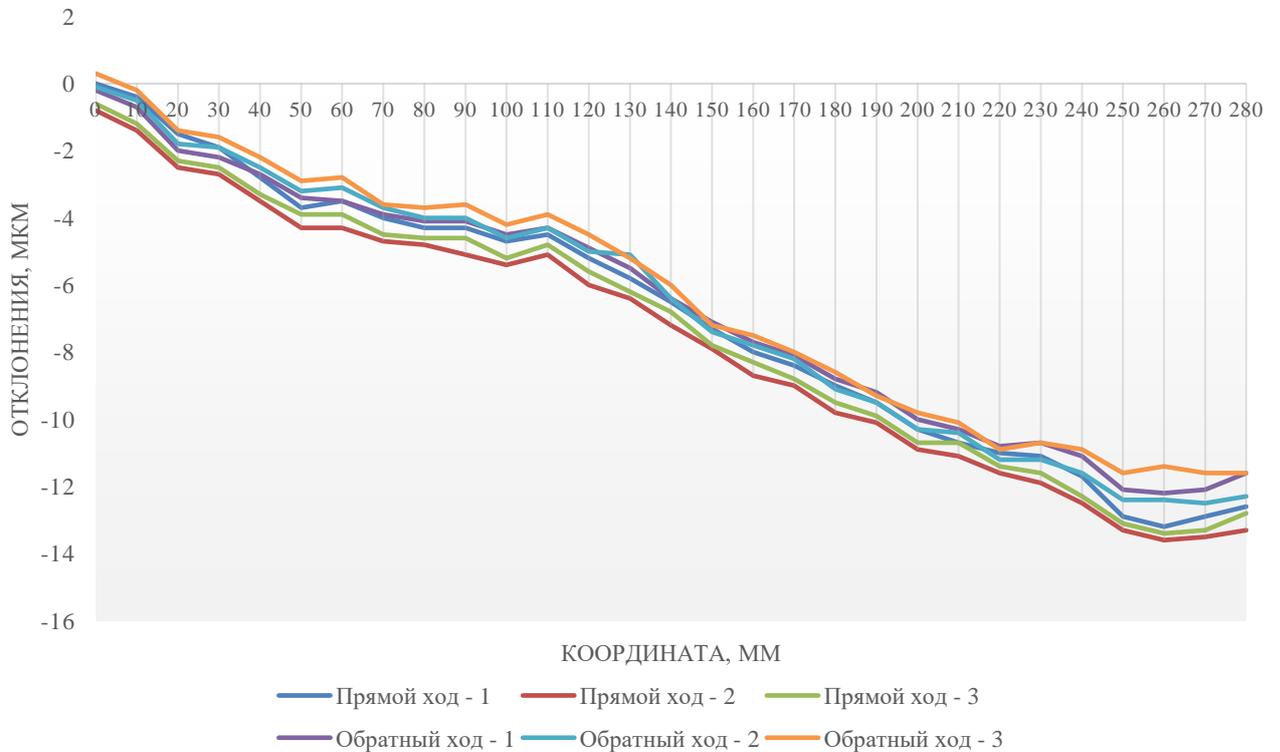


Рис.3.15. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Y в направлении оси X

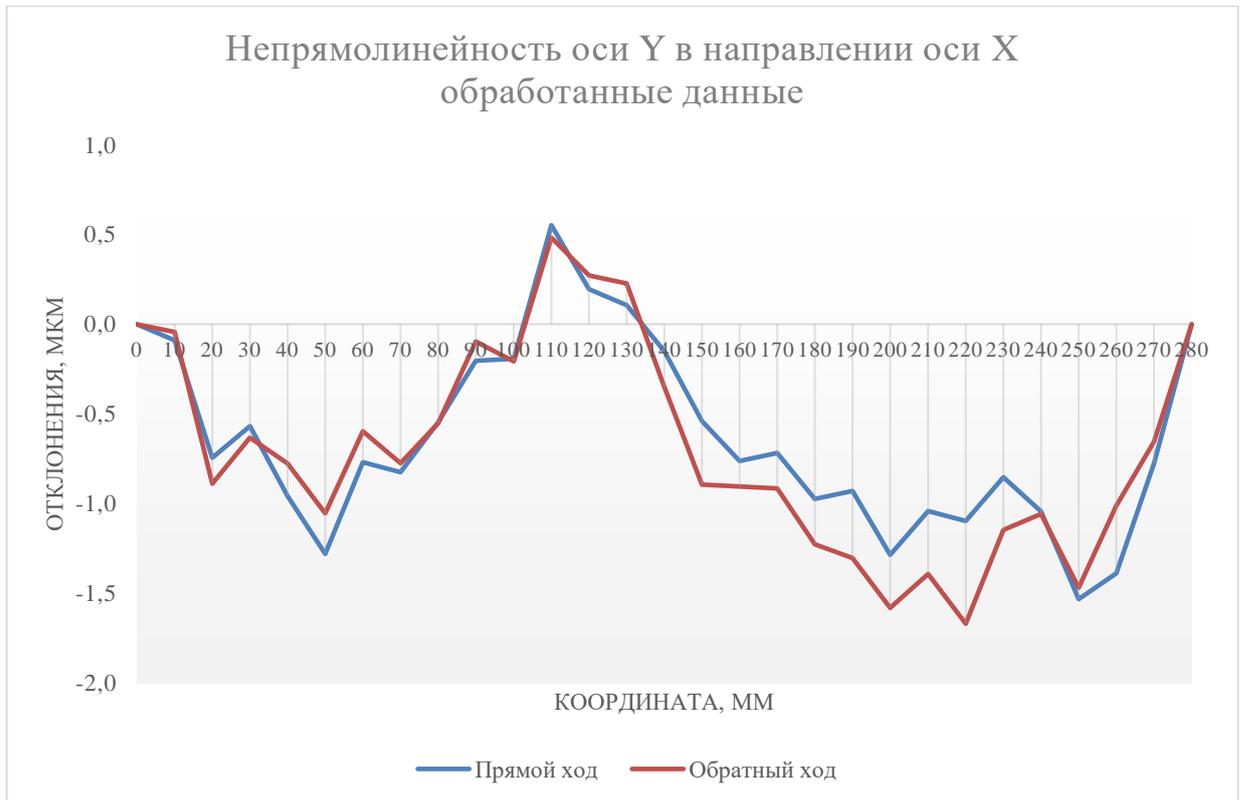


Рис.3.16. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Y в направлении оси X. Обработанные данные

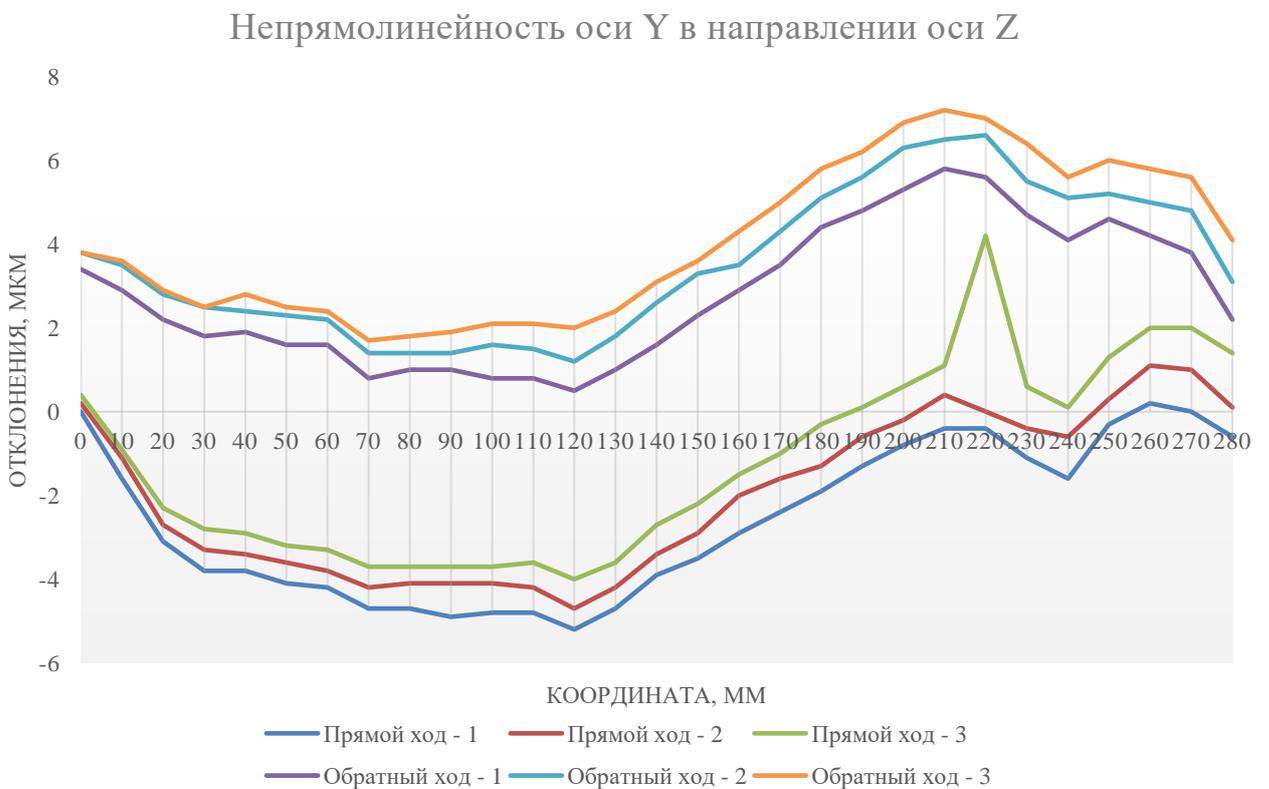


Рис.3.17. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Y в направлении оси Z

Непрямолинейность оси Y в направлении оси Z  
обработанные данные

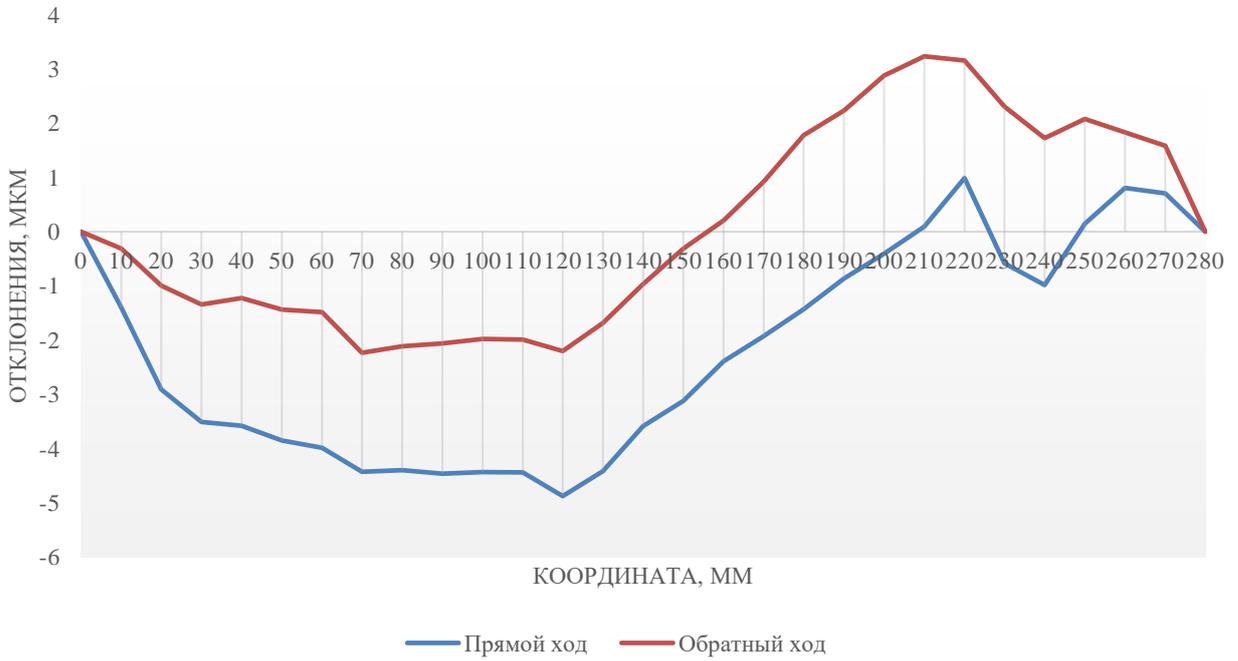


Рис.3.18. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Y в направлении оси Z. Обработанные данные

Непрямолинейность оси Z в направлении оси X

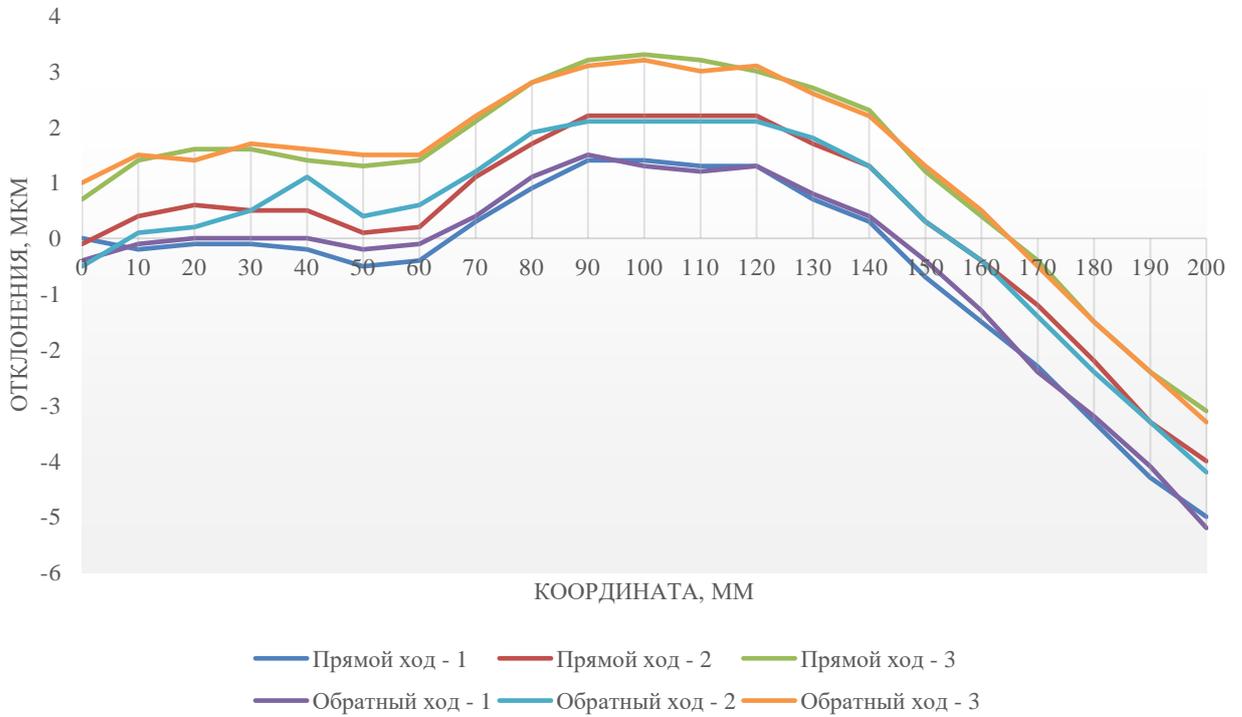


Рис.3.19. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Z в направлении оси X

Непрямолинейность оси Z в направлении оси X  
обработанные данные

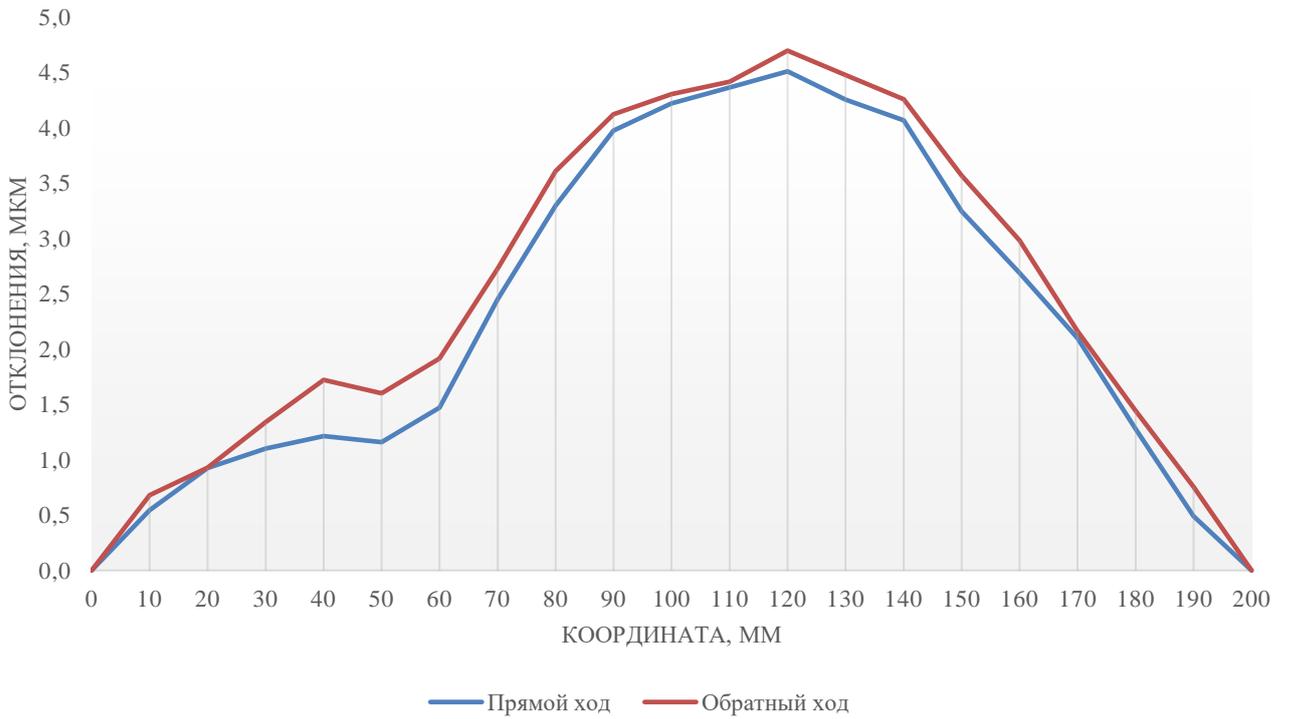


Рис.3.20. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Z в направлении оси X. Обработанные данные

Непрямолинейность оси Z в направлении оси Y

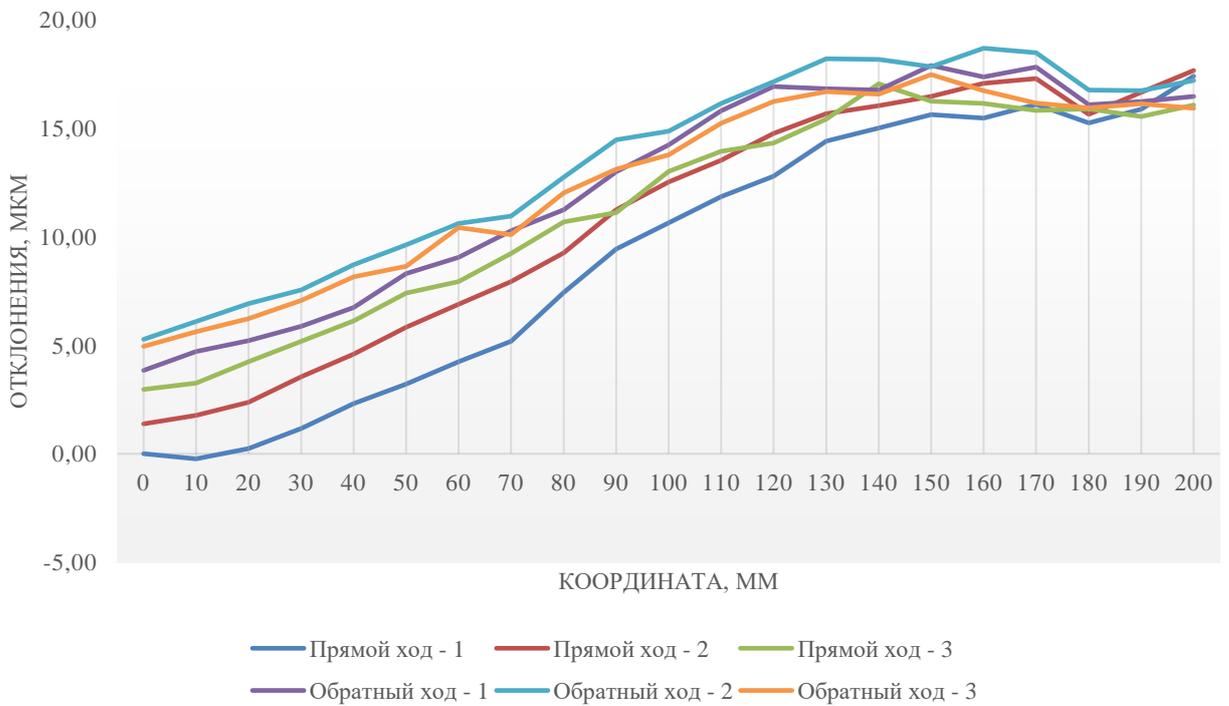


Рис.3.21. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Z в направлении оси Y

Непрямолнейность оси Z в направлении оси Y  
обработанные данные

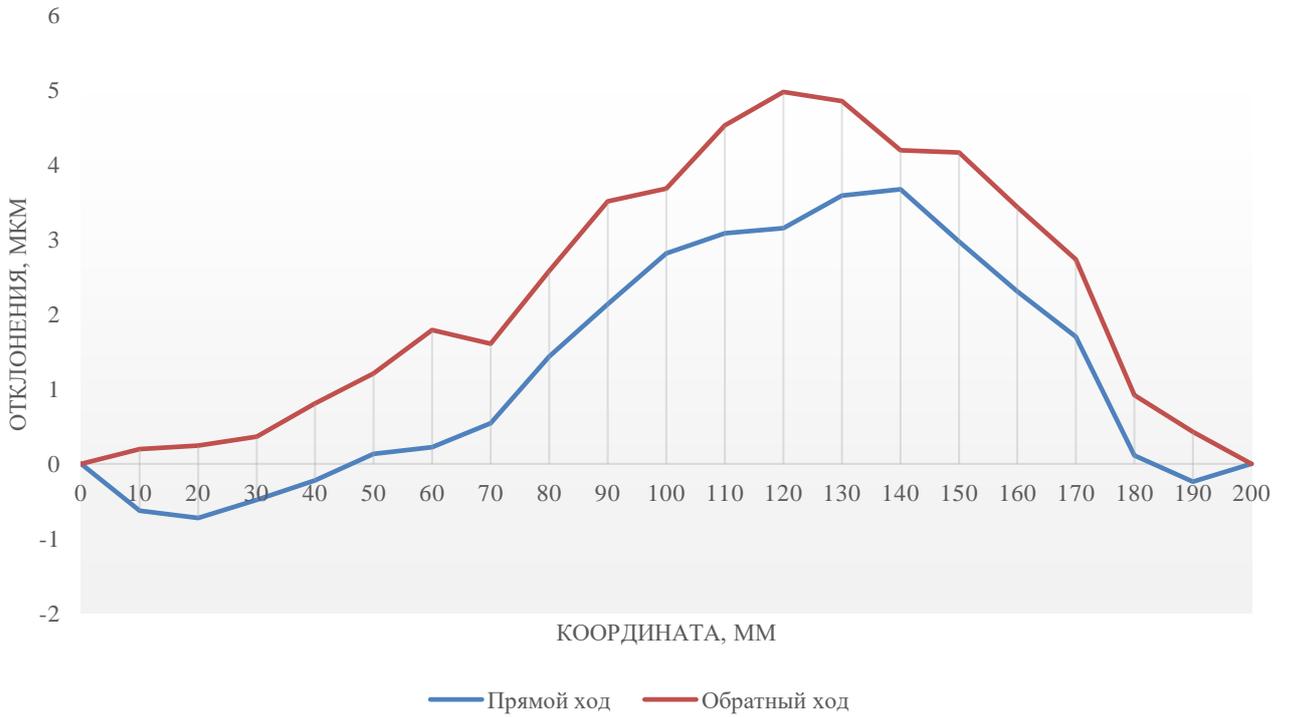


Рис.3.22. Результаты измерений отклонений от прямолинейности оси Z в направлении оси Y. Обработанные данные

Тангаж оси X

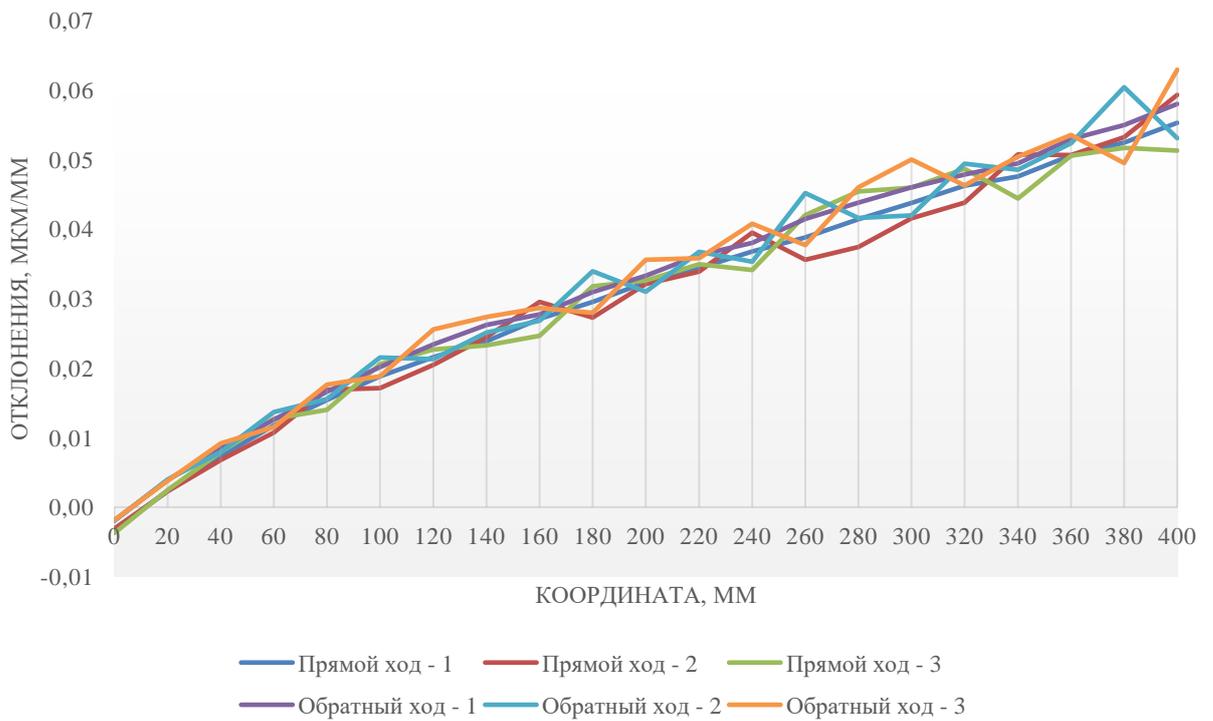


Рис.3.23. Результаты измерений тангажа оси X

Тангаж оси X  
обработанные данные

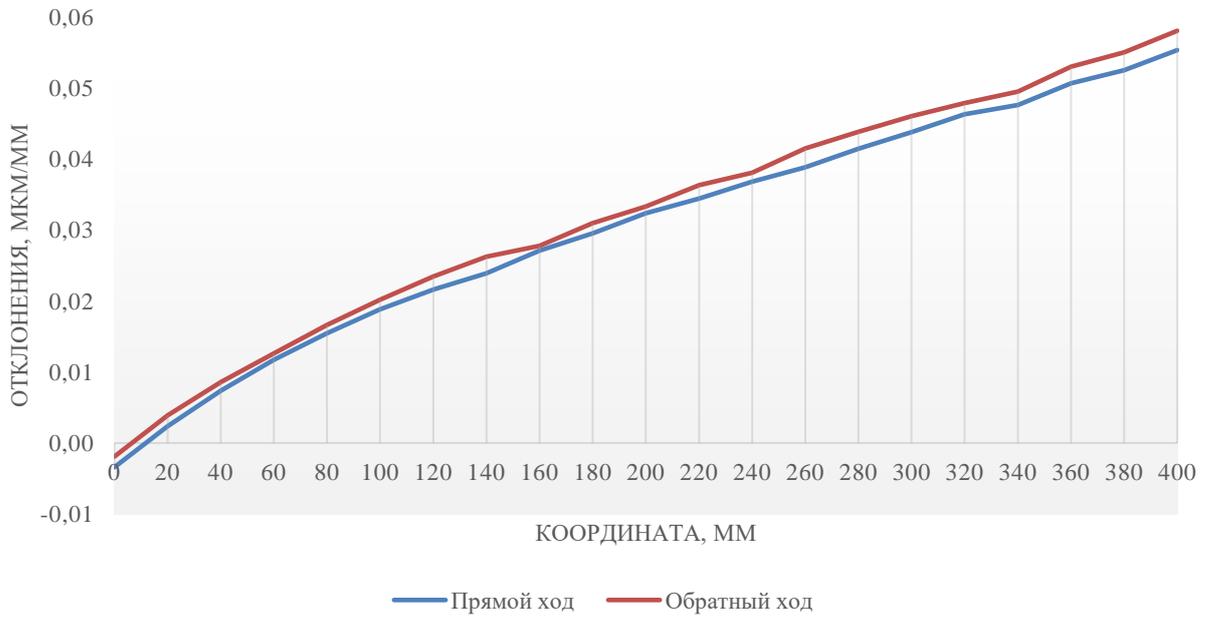


Рис.3.24. Результаты измерений тангажа оси X. Обработанные данные

Рыскание оси X

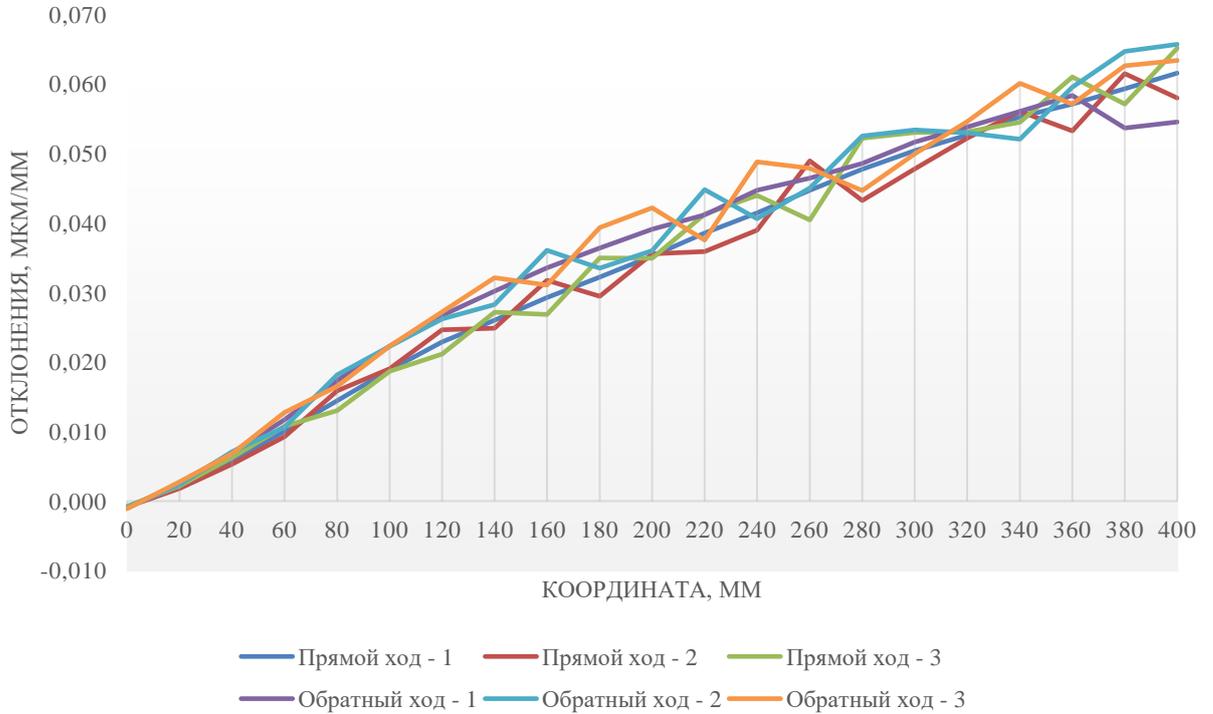


Рис.3.25. Результаты измерений рыскания оси X

Рыскание оси X  
обработанные данные

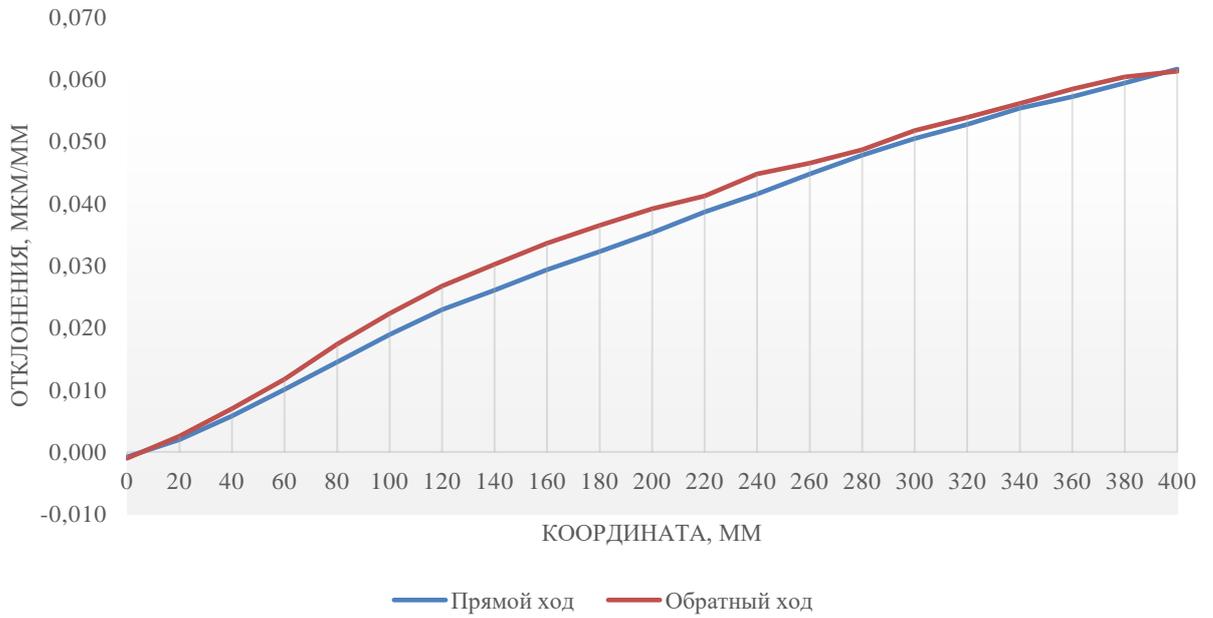


Рис.3.26. Результаты измерений рыскания оси X. Обработанные данные

Тангаж оси Y

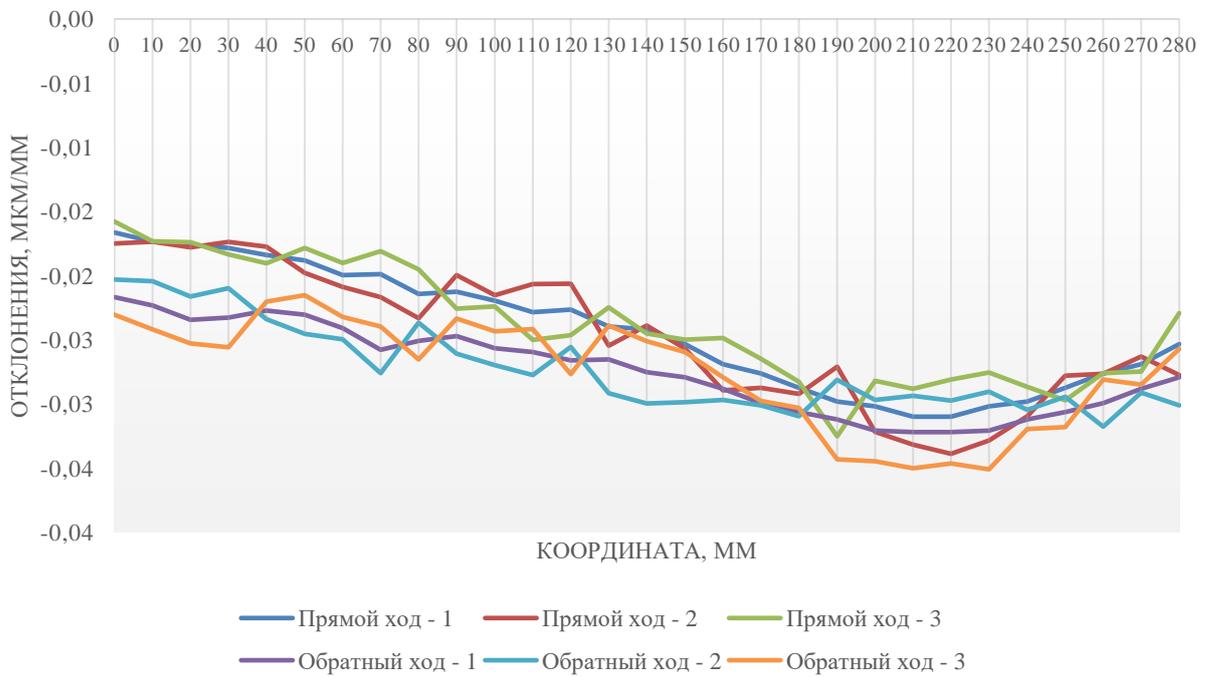


Рис.3.27. Результаты измерений тангажа оси Y

### Тангаж оси Y обработанные данные

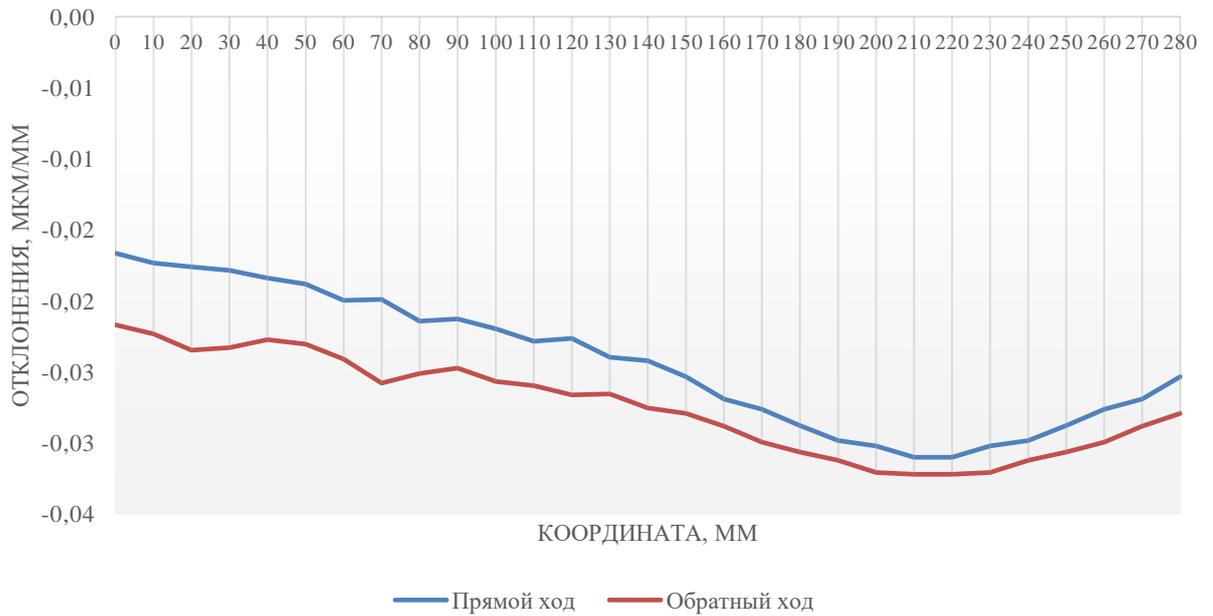


Рис.3.28. Результаты измерений тангажа оси Y. Обработанные данные

### Рыскание оси Y

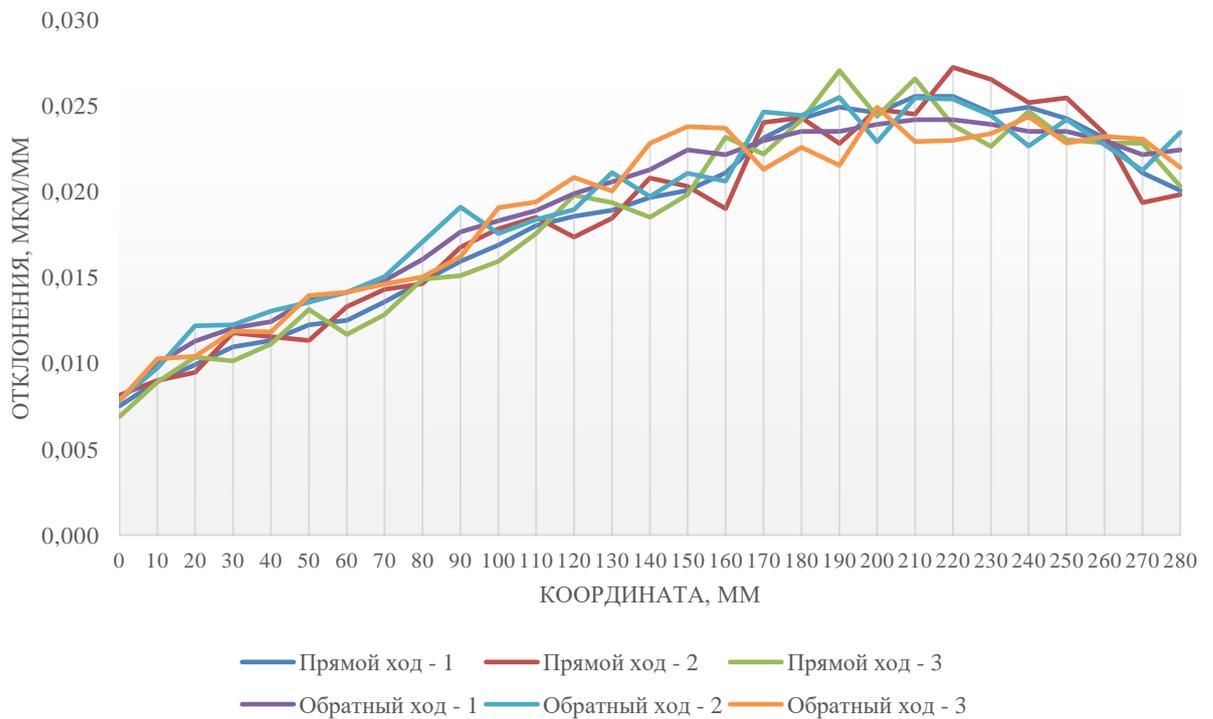


Рис.3.29. Результаты измерений рыскания оси Y

Рыскание оси Y  
обработанные данные

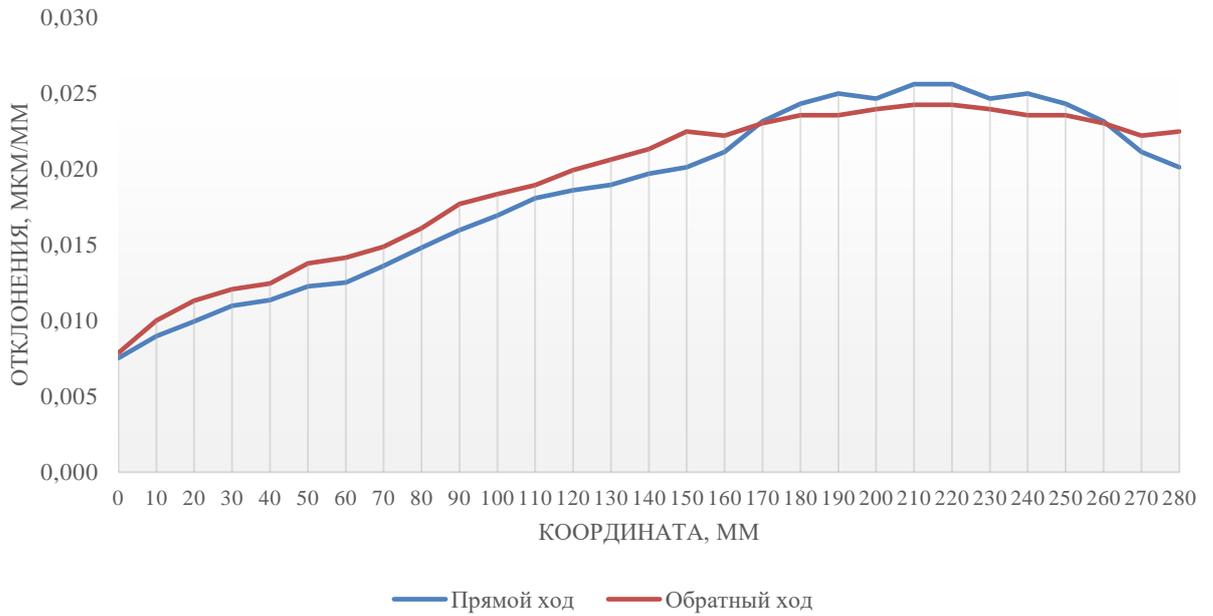


Рис.3.30. Результаты измерений рыскания оси Y. Обработанные данные

Крен оси Z

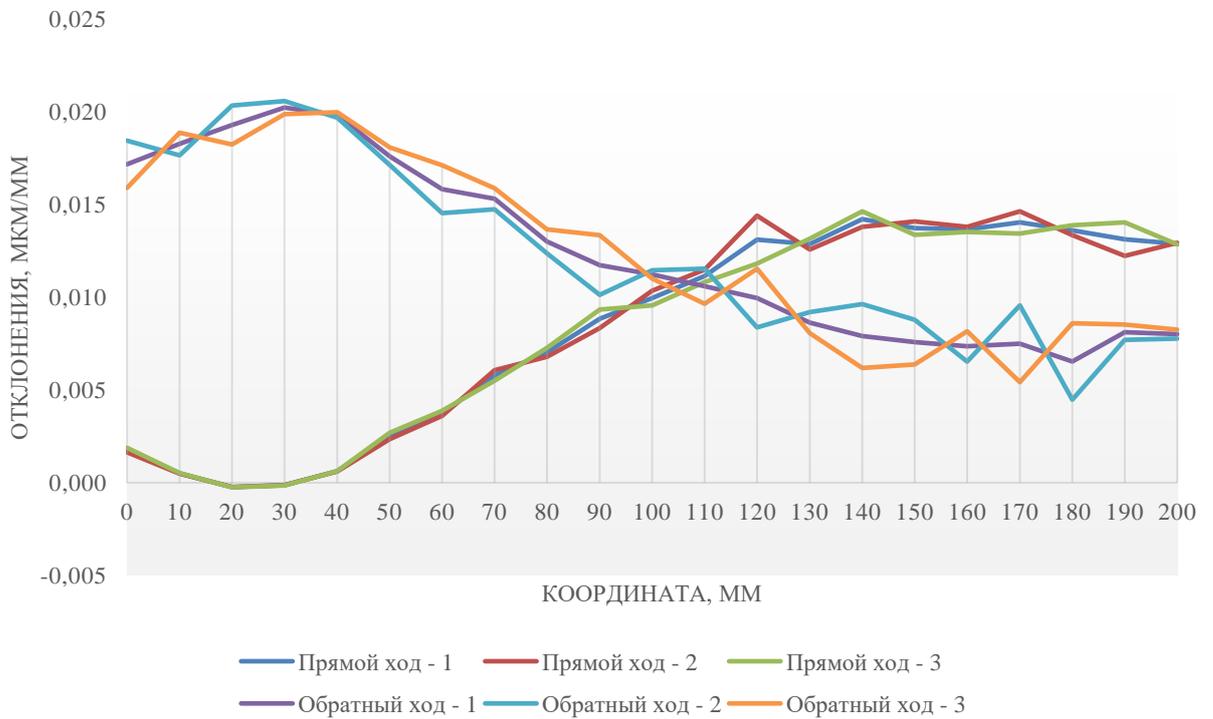


Рис.3.31. Результаты измерений крена оси Z

Крен оси Z  
обработанные данные

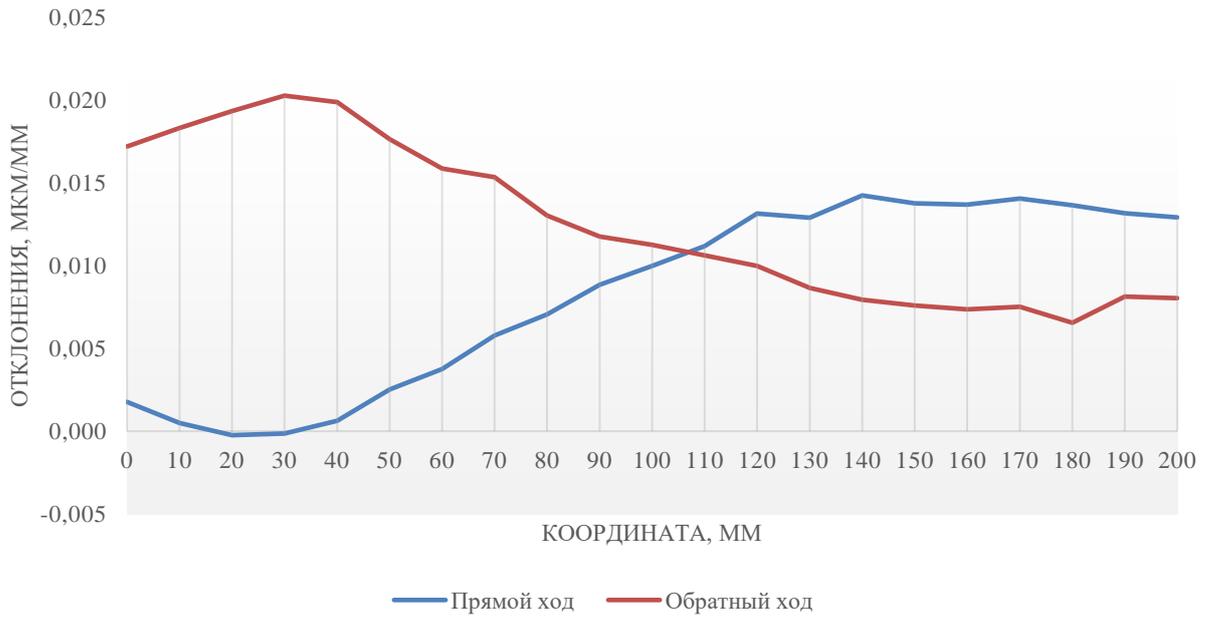


Рис.3.32. Результаты измерений крена оси Z. Обработанные данные

Тангаж оси Z

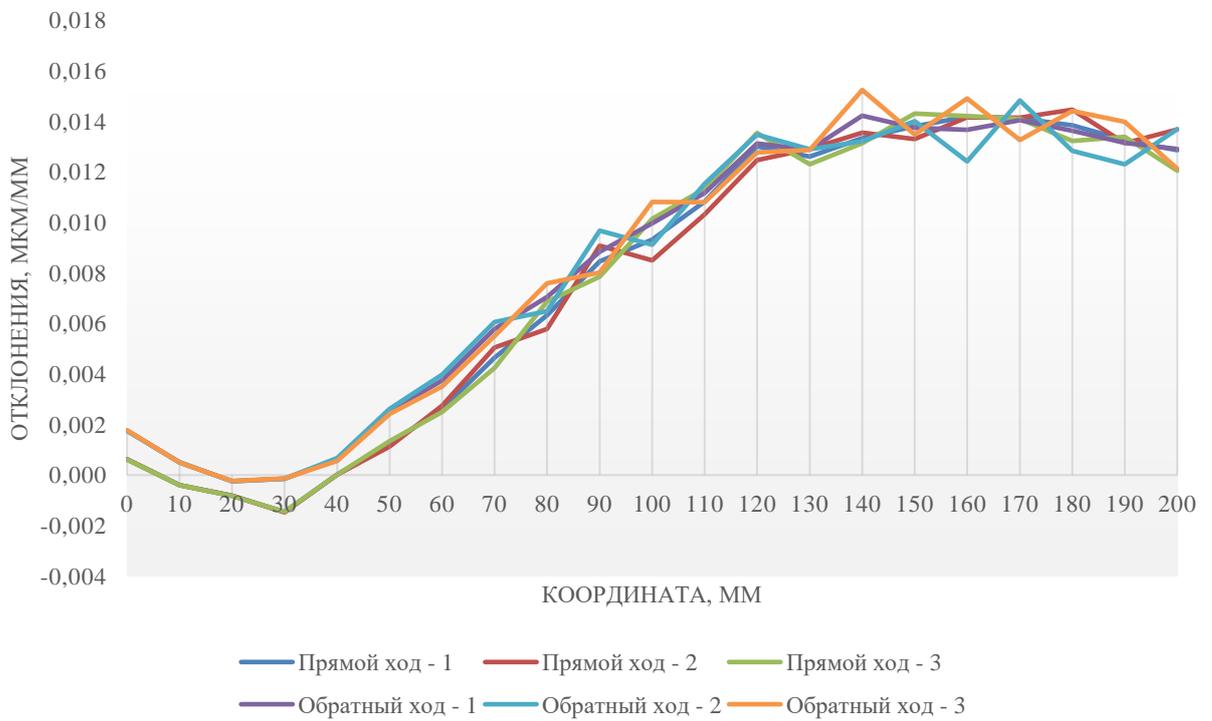


Рис.3.33. Результаты измерений тангажа оси Z

Тангаж оси Z  
обработанные данные

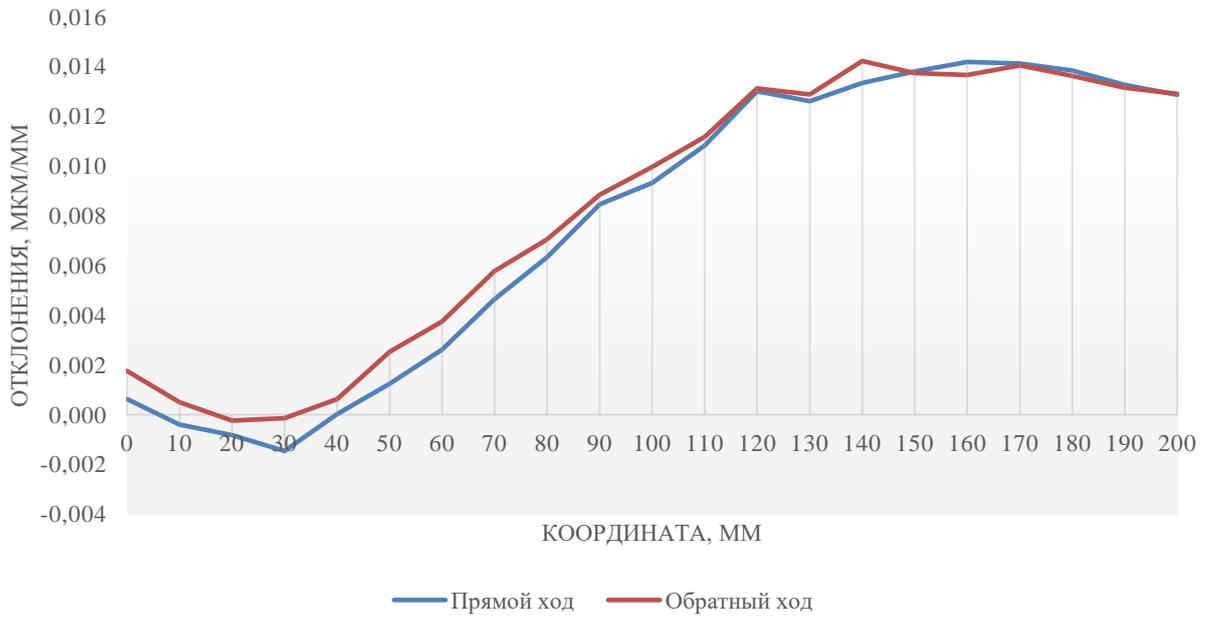


Рис.3.34. Результаты измерений тангажа оси Z. Обработанные данные

Крен оси X

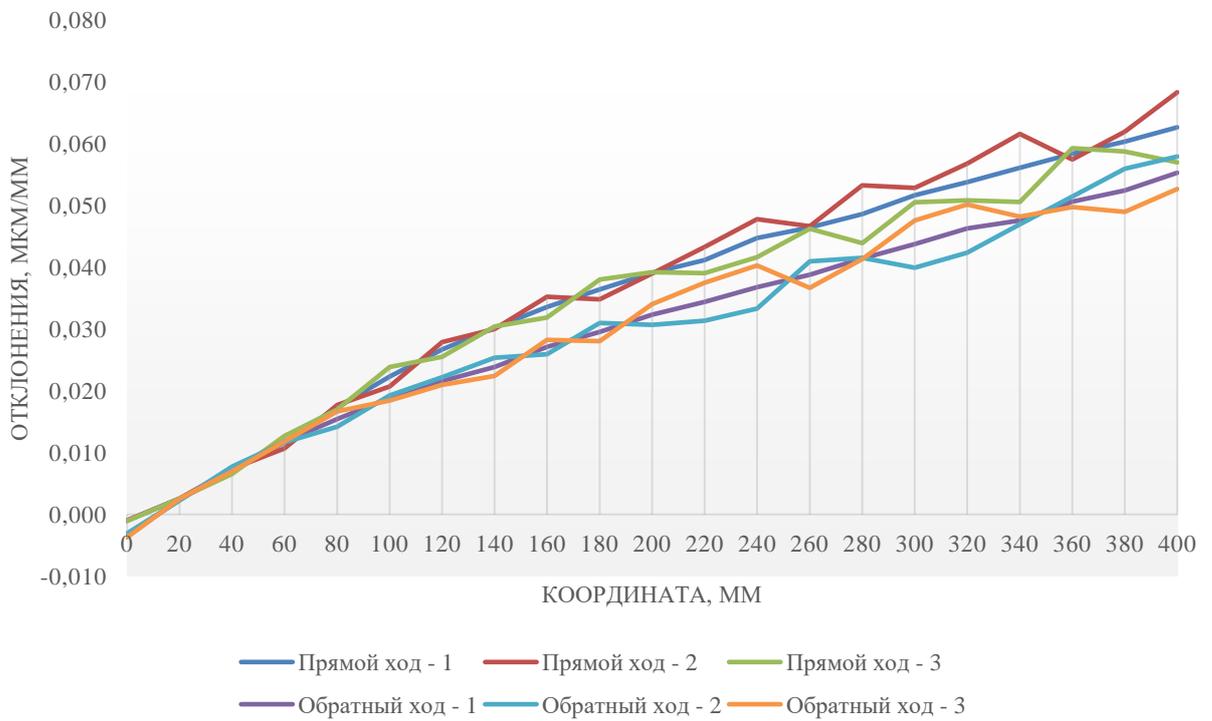


Рис.3.35. Результаты измерений крена оси X

### Крен оси X обработанные данные

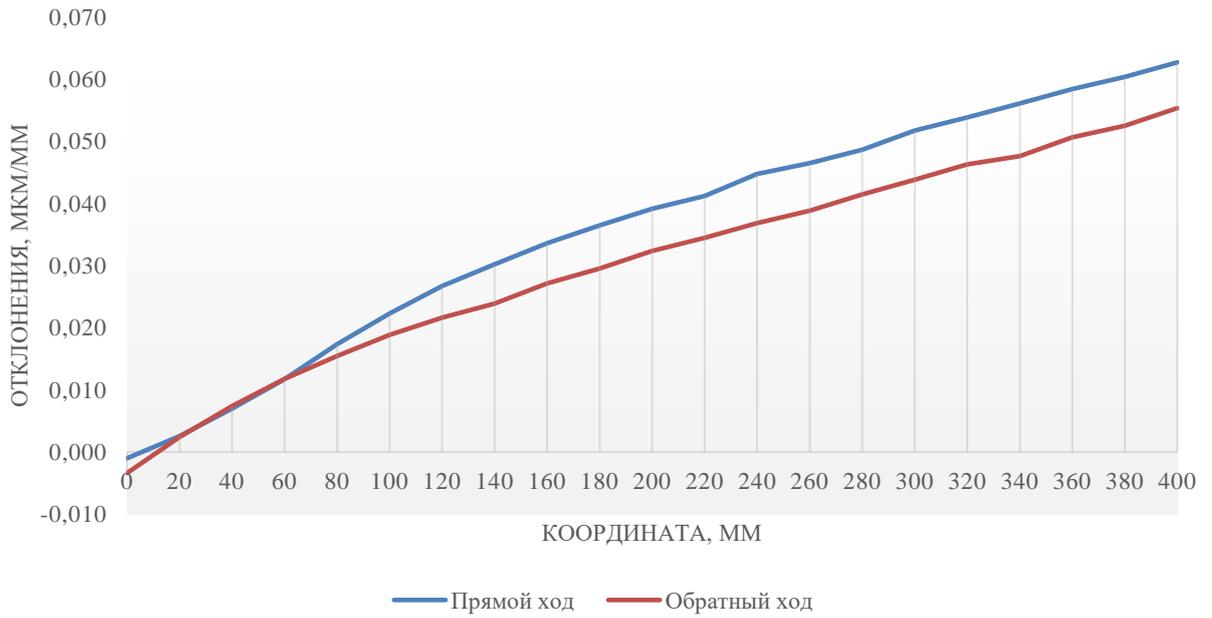


Рис.3.36. Результаты измерений крена оси X. Обработанные данные

### Крен оси Y

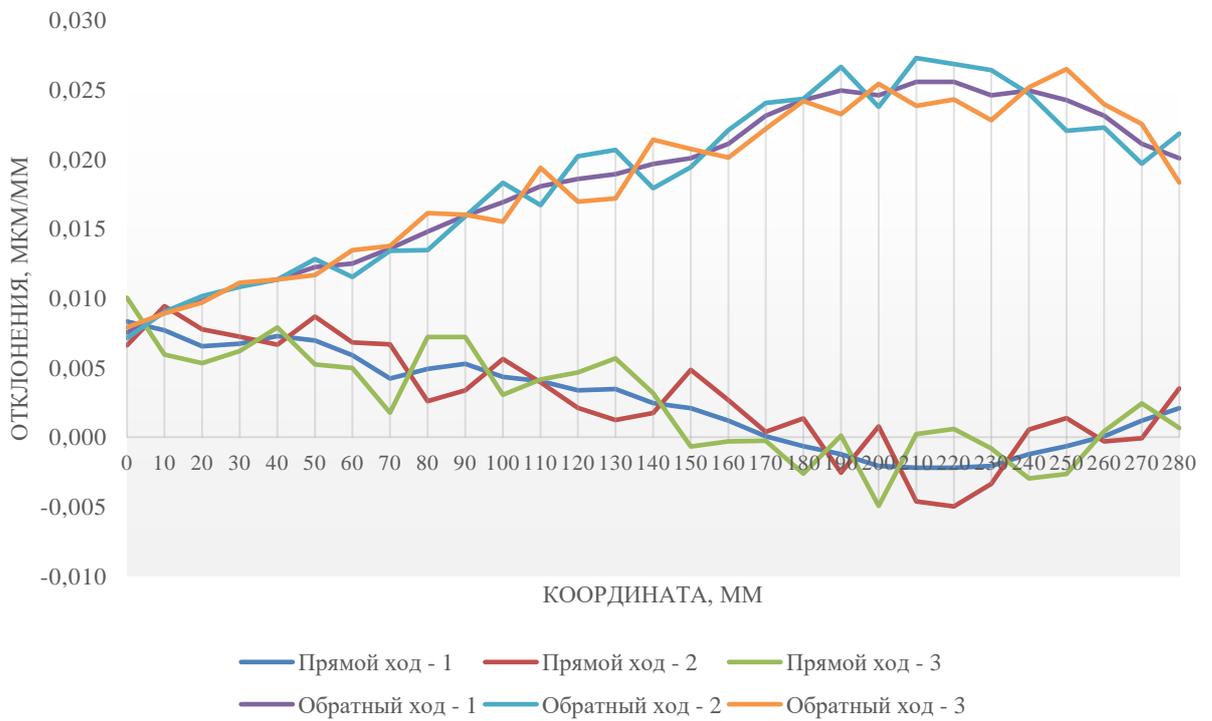


Рис.3.37. Результаты измерений крена оси Y

### Крен оси Y обработанные данные

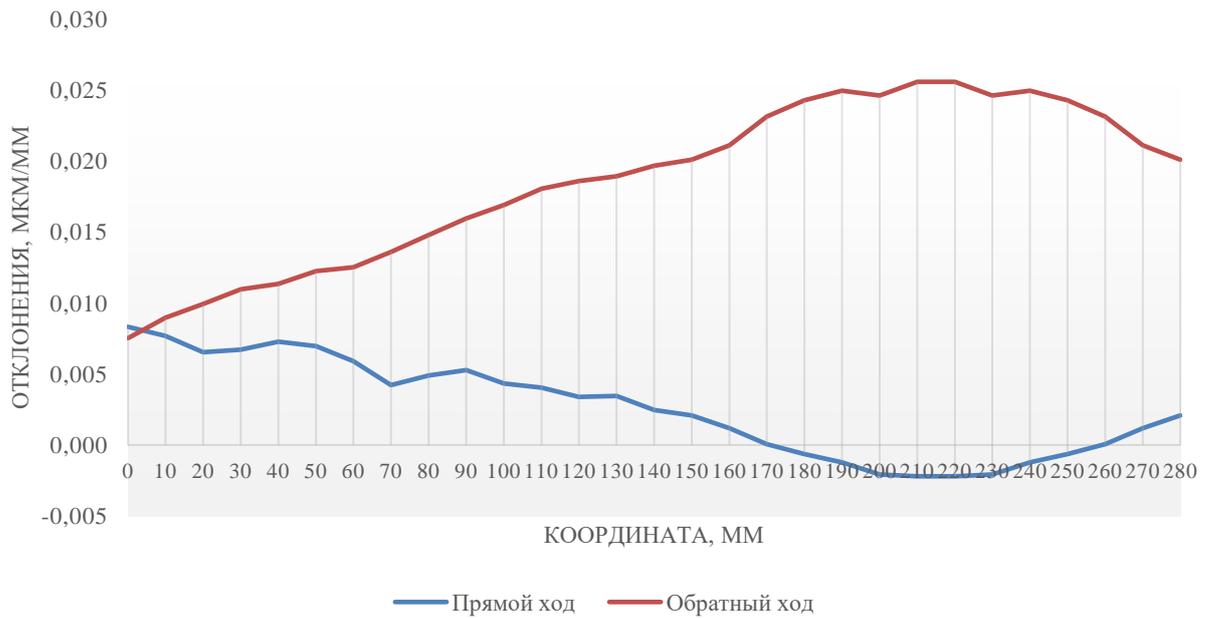


Рис.3.38. Результаты измерений крена оси Y. Обработанные данные

### Рыскание оси Z

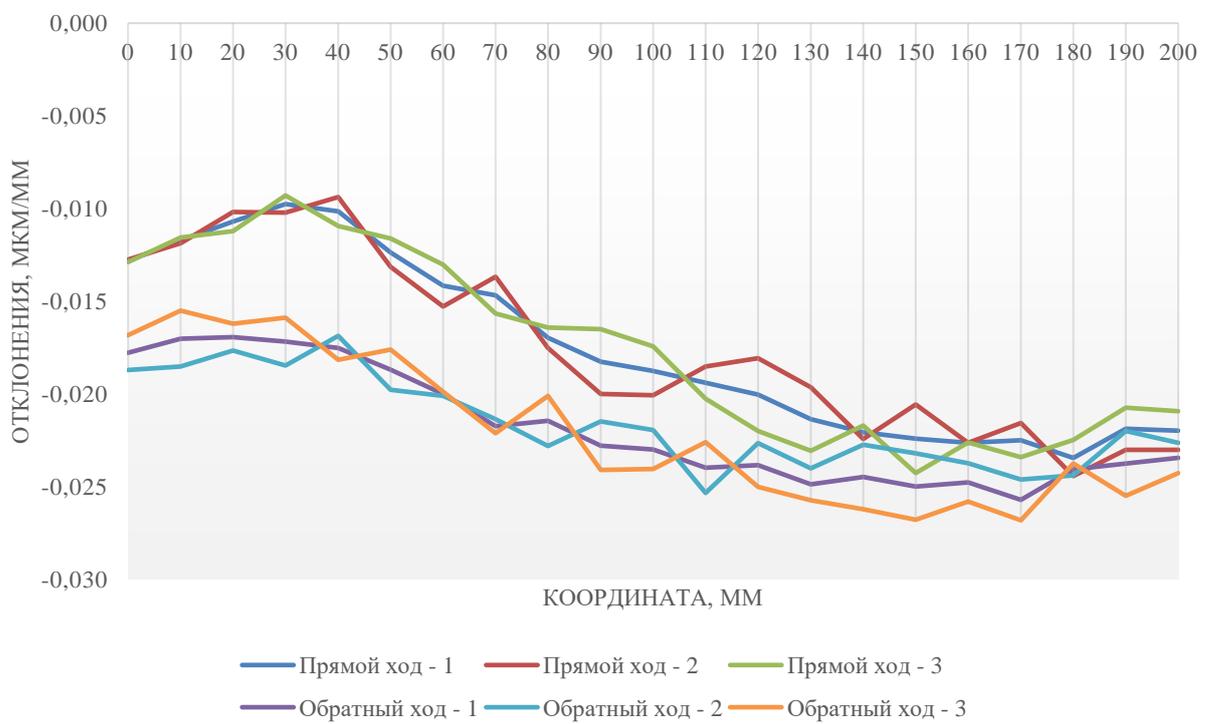


Рис.3.39. Результаты измерений рыскания оси Z

### Рыскание оси Z обработанные данные

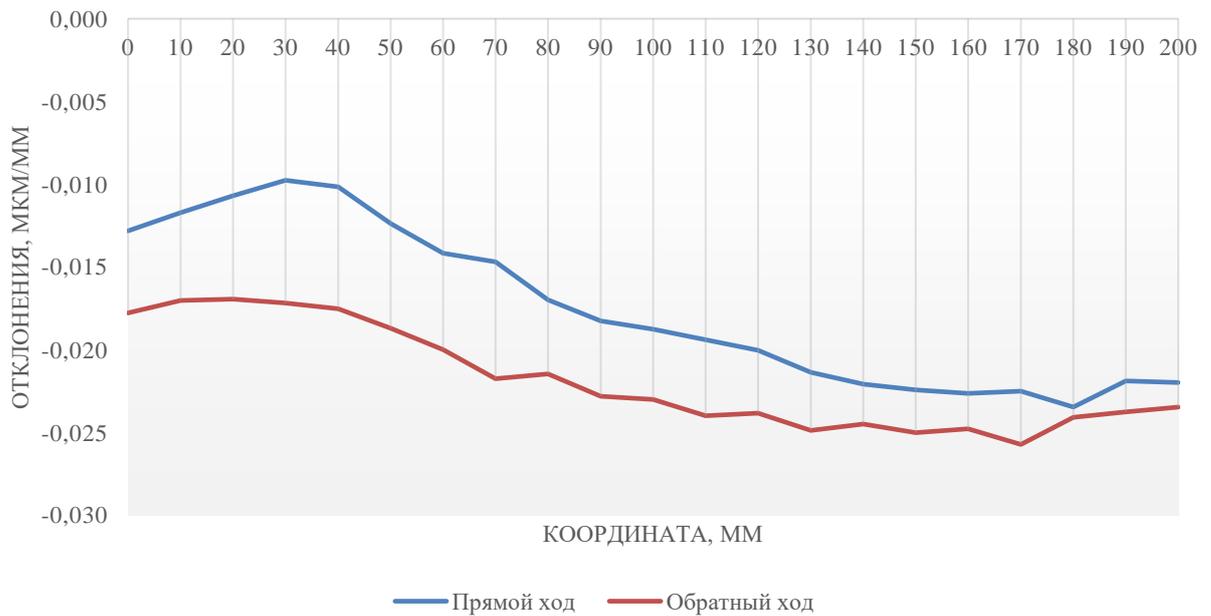


Рис.3.40. Результаты измерений рыскания оси Z. Обработанные данные

После проведения всех измерений была построена карта погрешностей. Наибольшая геометрическая погрешность по методике, рассмотренной в [53, 66], составила 420 мкм. Результат построения модели состояния технологической машины – карты погрешностей – представлен на рисунке 3.41.

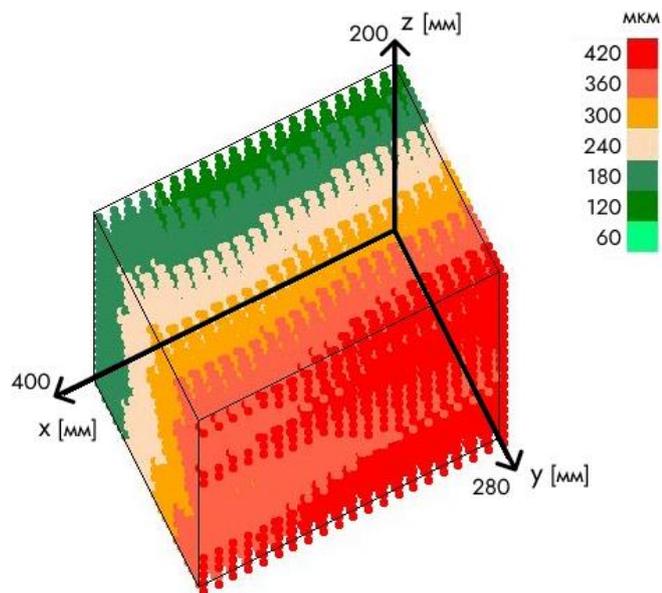


Рис.3.41. Распределение значений модуля ОП в рабочем пространстве станка.

Шкала в мкм

### 3.3 Анализ объёмной точности трёхкоординатных обрабатывающих центров средствами теории поворотов с учётом второго порядка малости

Для того, чтобы установить приемлемую вычислительную грубость инструментов анализа точности позиционирования рабочего органа ТОО на протяженных участках движения, ниже рассмотрим теорию представления объёмной погрешности с учетом сверхмалых величин, под которыми будем понимать величины со 2-м порядком малости, при этом будем концептуально исходить из того, что модель состояния технологической машины – карта погрешностей – построена в соответствии с методикой, изложенной в предыдущем параграфе. Далее нам останется провести сравнение величины объёмной погрешности в выбранных заранее точках, полученной по данной теории, с аналогичной величиной, полученной при анализе с учетом величин 1-го порядка малости и сделать соответствующие, уже аналитически обоснованные, выводы. Величинами 3-го порядка малости мы уже будем безусловно пренебрегать, как заведомо ничтожными.

Согласно теории результат сложения двух взаимно перпендикулярных векторов конечных поворотов  $\theta_1$ , затем  $\theta_2$  выражает формула [31]:

$$\theta_{12} = \theta_1 + \theta_2 + 0.5\theta_1 \times \theta_2$$

В случае последовательности поворотов  $\theta_2$ , затем  $\theta_1$  в данной формуле перед произведением  $\theta_1 \times \theta_2$  фигурировал бы знак «-», т.к. сложение поворотов не является перестановочным действием:  $\theta_1 + \theta_2 \neq \theta_2 + \theta_1$ . И только в случае малых поворотов, когда вычисления проводят с точностью до 1-го порядка малости, а величина  $\theta_1 \times \theta_2$  имеет второй порядок малости, делают допущение, что последовательность поворотов не важна.

В данной работе автора интересует теоретический результат с точностью как раз до 2-го порядка малости, т.е. в области сверхмалых величин, поэтому порядок поворотов уже становится важен.

В случае трех последовательных взаимно перпендикулярных поворотов  $\theta_i, \theta_j, \theta_k, i, j, k, \in 1, 2, 3$ , когда их последовательность не определена заранее, результат выражает интервальная формула:

$$\theta_{123} = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + 0.5(\pm\theta_1 \times \theta_2 \pm \theta_1 \times \theta_3 \pm \theta_2 \times \theta_3) \quad (3.1)$$

в которой результатом является векторное интервальное число  $\theta_{123}$ .

Скалярное действительное, дискретное или непрерывное, интервальное число (ИЧ) есть, как известно, числовое, дискретное или непрерывное, множество (интервал значений), задаваемое минимальным и максимальным числом, а реализация (значение) ИЧ есть число из этого множества, выбираемое по некоторому правилу. Скалярные ИЧ подчиняются арифметике Каухера [30]. Векторные интервальные числа есть векторы, компоненты которых есть скалярные ИЧ.

В случае формулы (3.1) при известных  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  мы имеем дискретное векторное ИЧ, интервал значений которого состоит из 6 элементов. Количество элементов интервала значений дискретного интервального числа  $\theta$  назовем размерностью числа и обозначим  $N\{\theta\}$ .

Применяя (3.1) для триэдра на оси ОХ, т.е., полагая  $\theta_1 = \epsilon_{xx}, \theta_2 = \epsilon_{xy},$

$\theta_3 = \epsilon_{xz}$ , где модули величин  $\epsilon_{xx}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{xz}$  берутся из таблицы 3.1 в соответствующей точке рабочего пространства, а направления выражают соответствующие орты осей триэдра, получим:

$$\epsilon_{xyz} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{xy} + \epsilon_{xz} + 0.5(\pm\epsilon_{xx} \times \epsilon_{xy} \pm \epsilon_{xx} \times \epsilon_{xz} \pm \epsilon_{xy} \times \epsilon_{xz}) \quad (3.2a)$$

Аналогично получим соответствующие формулы для триэдров на осях ОУ и ОZ:

$$\epsilon_{yxz} = \epsilon_{yx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{yz} + 0.5(\pm\epsilon_{yx} \times \epsilon_{yy} \pm \epsilon_{yx} \times \epsilon_{yz} \pm \epsilon_{yy} \times \epsilon_{yz}) \quad (3.2б)$$

$$\epsilon_{zxy} = \epsilon_{zx} + \epsilon_{zy} + \epsilon_{zz} + 0.5(\pm\epsilon_{zx} \times \epsilon_{zy} \pm \epsilon_{zx} \times \epsilon_{zz} \pm \epsilon_{zy} \times \epsilon_{zz}) \quad (3.2в)$$

Таким образом, триэдр осей рабочего органа станка выполняет повороты с векторами  $\epsilon_{xyz}, \epsilon_{yxz}, \epsilon_{zxy}$  при их некоторой, не определенной заранее, последовательности. Сформулируем в этих условиях результат, учитывая величины 2-го порядка малости.

Результирующий вектор  $\mathbf{E}'$  поворотов  $\boldsymbol{\varepsilon}_{xyz}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{yxz}$  получаем в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' \approx & \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{xz} + 0.5(\pm\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{xz} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{xz}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{yx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yz} + \\ & 0.5(\pm\boldsymbol{\varepsilon}_{yx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{yx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{yz} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}) \pm 0.5(\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{xz}) \times (\boldsymbol{\varepsilon}_{yx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}) = \\ & (\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yx}) + (\boldsymbol{\varepsilon}_{xy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}) + (\boldsymbol{\varepsilon}_{xz} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}) + 0.5(\pm\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{xz} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{xz}) + \\ & 0.5(\pm\boldsymbol{\varepsilon}_{yx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{yx} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{yz} \pm \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}) \pm 0.5[\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \times (\boldsymbol{\varepsilon}_{yy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \times (\boldsymbol{\varepsilon}_{yx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{xz} \times (\boldsymbol{\varepsilon}_{yx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yy})] \end{aligned} \quad (3.3)$$

При этом знак  $\pm$ , стоящий перед скобками, одинаково распространяется на все слагаемые внутри этих скобок, а знаки  $\pm$  перед отдельными величинами идентифицируются независимо.

Результирующий вектор  $\mathbf{E}''$  поворотов  $\mathbf{E}'$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{zxy}$  будет описываться с точностью до величин 2-го порядка малости следующей формулой:

$$\mathbf{E}'' \approx \mathbf{E}' + \boldsymbol{\varepsilon}_{zxy} \pm 0.5[(\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yx}) + (\boldsymbol{\varepsilon}_{xy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}) + (\boldsymbol{\varepsilon}_{xz} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yz})] \times (\boldsymbol{\varepsilon}_{zx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{zy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{zz}) \quad (3.4)$$

Второй индекс величин  $\boldsymbol{\varepsilon}$  определяет орт соответствующий оси измерительной системы (см. рисунок 3.1). Так, величину  $\boldsymbol{\varepsilon}_{xz}$ , например, можно записать в виде  $\boldsymbol{\varepsilon}_{xz} = 2\text{tg}(0.5\varepsilon_{xz})\mathbf{k} \approx \varepsilon_{xz}\mathbf{k}$ , а величину  $\boldsymbol{\varepsilon}_{zy}$  в виде  $\boldsymbol{\varepsilon}_{zy} \approx \varepsilon_{zy}\mathbf{j}$ , где  $\varepsilon_{xz}, \varepsilon_{zy}$  есть углы соответствующих осевых поворотов, и т.д.

С учетом этого замечания, опуская промежуточные выкладки по приведению однородных членов, запишем  $\mathbf{E}''$  в базисе измерительной системы в виде интервального вектора:

$$\mathbf{E}'' = A\mathbf{i} + B\mathbf{j} + C\mathbf{k} \quad (3.5)$$

где интервальные числа  $A, B, C$  определяются равенствами:

$$A = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx} + 0.5(\pm\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yz} \pm \varepsilon_{xz}\varepsilon_{yy} \pm \varepsilon_{xy}\varepsilon_{zz} \pm \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} \pm \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zy} \pm \varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy} \pm \varepsilon_{xy}\varepsilon_{xz} \pm \varepsilon_{yy}\varepsilon_{yz} \pm \varepsilon_{zy}\varepsilon_{zz})$$

$$B = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy} + 0.5(\pm\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yz} \pm \varepsilon_{xz}\varepsilon_{yx} \pm \varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz} \pm \varepsilon_{yx}\varepsilon_{zz} \pm \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx} \pm \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zy} \pm \varepsilon_{xx}\varepsilon_{xz} \pm \varepsilon_{yx}\varepsilon_{yz} \pm \varepsilon_{zx}\varepsilon_{zz})$$

$$C = \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz} + 0.5(\pm\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} \pm \varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx} \pm \varepsilon_{xx}\varepsilon_{zy} \pm \varepsilon_{yx}\varepsilon_{zy} \pm \varepsilon_{xy}\varepsilon_{zx} \pm \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zx} \pm \varepsilon_{xx}\varepsilon_{xy} \pm \varepsilon_{yx}\varepsilon_{yy} \pm \varepsilon_{zx}\varepsilon_{zy})$$

Относительно размерности интервального числа  $\mathbf{E}''$  следует заметить, что в силу взаимосвязей знаки в скобках не являются полностью независимыми друг от

друга. Можно показать, что  $N\{\mathbf{E}''\} \leq 2 \times 6^4 = 2592$ , поэтому вычисление нижней и верхней грани  $\mathbf{E}''$ , например, по евклидовой норме вектора, с точки зрения длительности вычислений не представляет проблемы для современных компьютеров.

Используя формулу (3.5), вычислим линейную погрешность  $\delta(\mathbf{Q}, \mathbf{r})$  позиции полюса рабочего органа станка, задаваемого вектором  $\mathbf{r}$  в системе координат инструмента, начало которой есть некоторая точка рабочего пространства машины, определяемая вектором обобщенных координат  $\mathbf{Q}$  в физической системе координат, причем для этой точки известна таблица 3.1, полученная с помощью лазерного интерферометра.

Вектор  $\delta(\mathbf{Q}, \mathbf{r})$  будет равен векторной сумме двух величин, а именно: вектора  $\Delta\mathbf{r}$  – приращения  $\mathbf{r}$  за счет поворота, задаваемого вектором  $\mathbf{E}''(\mathbf{Q})$ , и вектора погрешности  $\rho(\mathbf{Q})$  – вектора линейного смещения начала системы координат инструмента из точки  $\mathbf{Q}$ , но уже в трактовке измерительной системы.

Полагая:

$$|\mathbf{E}''(\mathbf{Q})|^2 = A^2 + B^2 + C^2 \approx (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx})^2 + (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy})^2 + (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz})^2 = \mu^2$$

величину  $\Delta\mathbf{r}$  найдем с точностью до 2-го порядка малости по формуле Родрига, обозначив  $(1 + 0.25\mu^2)^{-1} = 1$  [31]:

$$\Delta\mathbf{r} = |\mathbf{E}''(\mathbf{Q}) \times \mathbf{r} + 0.5|\mathbf{E}''(\mathbf{Q}) \times (\mathbf{E}''(\mathbf{Q}) \times \mathbf{r}) \quad (3.6)$$

Будем полагать:  $\mathbf{r} = r_1\mathbf{i} + r_2\mathbf{j} + r_3\mathbf{k}$ .

Для вычисления (3.6) используем известную формулу векторного произведения в базисе измерительной системы координат.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}''(\mathbf{Q}) \times \mathbf{r} &= (Br_3 - Cr_2)\mathbf{i} + (Cr_1 - Ar_3)\mathbf{j} + (Ar_2 - Br_1)\mathbf{k} \\ \mathbf{E}''(\mathbf{Q}) \times (\mathbf{E}''(\mathbf{Q}) \times \mathbf{r}) &= \\ &= [B(Ar_2 - Br_1) - C(Cr_1 - Ar_3)]\mathbf{i} + [C(Br_3 - Cr_2) - A(Ar_2 - Br_1)]\mathbf{j} \\ &+ [A(Cr_1 - Ar_3) - B(Br_3 - Cr_2)]\mathbf{k} \end{aligned}$$

Отсюда получаем:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} = & l[(Br_3 - Cr_2 + 0.5B(Ar_2 - Br_1) - 0.5C(Cr_1 - Ar_3))\mathbf{i} \\ & + (Cr_1 - Ar_3 + 0.5C(Br_3 - Cr_2) - 0.5A(Ar_2 - Br_1))\mathbf{j} \\ & + (Ar_2 - Br_1 + 0.5A(Cr_1 - Ar_3) - 0.5B(Br_3 - Cr_2))\mathbf{k} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Вектор  $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{Q})$  получим непосредственно из таблицы 3.1 в виде:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{Q}) = (\rho_{xx} + \rho_{xy} + \rho_{xz})\mathbf{i} + (\rho_{yy} + \rho_{yx} + \rho_{yz})\mathbf{j} + (\rho_{zz} + \rho_{zx} + \rho_{zy})\mathbf{k} \quad (3.8)$$

В итоге, объединяя формулы (3.7) и (3.8), получаем погрешность  $\boldsymbol{\delta}(\mathbf{Q}, \mathbf{r})$  в виде векторного дискретного интервального числа:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta}(\mathbf{Q}, \mathbf{r}) = & [l(Br_3 - Cr_2 + 0.5B(Ar_2 - Br_1) - 0.5C(Cr_1 - Ar_3)) \\ & + (\rho_{xx} + \rho_{xy} + \rho_{xz})]\mathbf{i} \\ & + [l(Cr_1 - Ar_3 + 0.5C(Br_3 - Cr_2) - 0.5A(Ar_2 - Br_1)) \\ & + (\rho_{yy} + \rho_{yx} + \rho_{yz})]\mathbf{j} \\ & + [l(Ar_2 - Br_1 + 0.5A(Cr_1 - Ar_3) - 0.5B(Br_3 - Cr_2)) \\ & + (\rho_{zz} + \rho_{zx} + \rho_{zy})]\mathbf{k} \end{aligned} \quad (3.9)$$

где величины A, B, C определяются формулой (3.5).

Вычисляя в силу вполне обозримой размерности нижнюю и верхнюю грань числа, как евклидову норму вектора, получаем область ошибки точки  $\mathbf{Q}$  в системе ЧПУ станка в виде дискретного множества точек.

Программа, вычисляющая с точностью до 2-го порядка малости область ошибки полюса рабочего органа металлорежущего станка, перемещаемого в целевую точку в измерительной системе координат, приведена в Приложении А. Несмотря на громоздкость формул (3.5) и (3.9), программирование вычислений по ним не вызывает принципиальных сложностей на выбранной комбинации знаков.

Для сравнения следует заметить, что если бы при проведении вычислений мы ограничивались не вторым порядком малости, а только первым, область ошибки точки  $\mathbf{Q}$  представляла бы собой единственную точку на основе уравнения (3.9), упрощенного до 1-го порядка малости величин, в виде:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta}(\mathbf{Q}, \mathbf{r}) = & [l(Br_3 - Cr_2) + (\rho_{xx} + \rho_{xy} + \rho_{xz})]\mathbf{i} \\ & + [l(Cr_1 - Ar_3) + (\rho_{yy} + \rho_{yx} + \rho_{yz})]\mathbf{j} \\ & + [l(Ar_2 - Br_1) + (\rho_{zz} + \rho_{zx} + \rho_{zy})]\mathbf{k} \end{aligned} \quad (3.10)$$

где  $A = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx}$ ,  $B = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}$ ,  $C = \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}$ ,  $l = 1$

Сравнение величин, полученных по формулам (3.9) и (3.10), проведем в следующем параграфе.

### 3.4 Сравнение вычислительной точности моделей первого и второго порядков малости при анализе модели состояния трёхкоординатного обрабатывающего центра, построенной средствами лазерной интерферометрии

Представим модель технологического пространства станка СТАН S500 в виде координатных таблиц параметрических погрешностей, полученных в результате эксперимента, описанного в параграфе 3.2.

Таблица 3.2. Параметрические погрешности оси O<sub>x</sub>

$n$	O <sub>x</sub> , мм	$\delta_{xx}$ , мкм	$\delta_{xy}$ , мкм	$\delta_{xz}$ , мкм	$\varepsilon_{xx}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{xy}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{xz}$ , мкм/мм
0	0	-0,466667	14,500000	-4,033333	0,027140	0,027310	-0,000910
1	20	3,033333	14,033333	-3,333333	0,027510	0,028680	0,002280
2	40	5,966667	13,866667	-2,333333	0,028790	0,030160	0,006380
3	60	8,233333	14,066667	-1,300000	0,029630	0,030610	0,010850
4	80	9,100000	14,166667	-0,500000	0,031800	0,031650	0,015890
5	100	11,400000	14,000000	0,266667	0,033020	0,032420	0,020570
6	120	13,266667	13,866667	1,300000	0,034070	0,032710	0,024800
7	140	16,166667	13,000000	1,700000	0,034500	0,032670	0,028110
8	160	19,166667	12,433333	2,166667	0,035180	0,032570	0,031430
9	180	21,233333	11,566667	2,233333	0,035420	0,032900	0,034320
10	200	22,833333	10,666667	2,300000	0,035720	0,032810	0,037180
11	220	25,500000	9,200000	2,266667	0,035350	0,032680	0,039880
12	240	27,866667	7,800000	1,800000	0,035910	0,032270	0,043100
13	260	28,933333	6,400000	1,166667	0,035170	0,032520	0,045580
14	280	29,633333	5,433333	0,400000	0,035100	0,032440	0,048170
15	300	30,566667	4,733333	0,300000	0,035260	0,031960	0,051050
16	320	31,566667	3,800000	0,566667	0,034620	0,031430	0,053230
17	340	34,233333	2,833333	0,666667	0,033910	0,030090	0,055690
18	360	39,233333	1,933333	0,700000	0,032860	0,029590	0,057750
19	380	40,333333	1,400000	0,533333	0,031360	0,028180	0,059823
20	400	42,666667	1,266667	0,200000	0,029630	0,026700	0,061403

Таблица 3.3. Параметрические погрешности оси O<sub>y</sub>

$n$	O <sub>y</sub> , мм	$\delta_{yx}$ , мкм	$\delta_{yy}$ , мкм	$\delta_{yz}$ , мкм	$\varepsilon_{yx}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{yy}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{yz}$ , мкм/мм
0	0	-0,233333	6,883333	1,933333	-0,019160	0,007920	0,007690
1	10	-0,733333	9,200000	1,066667	-0,019830	0,008320	0,009480
2	20	-1,916667	12,100000	-0,033333	-0,020530	0,008230	0,010610
3	30	-2,133333	14,916667	-0,516667	-0,020570	0,008840	0,011510

4	40	-2,833333	18,016667	-0,500000	-0,020560	0,009310	0,011890
5	50	-3,566667	20,850000	-0,750000	-0,020930	0,009600	0,013000
6	60	-3,516667	23,850000	-0,850000	-0,022030	0,009200	0,013320
7	70	-4,066667	26,383333	-1,450000	-0,022840	0,008900	0,014210
8	80	-4,250000	29,033333	-1,383333	-0,023260	0,009840	0,015420
9	90	-4,283333	31,633333	-1,400000	-0,022990	0,010610	0,016800
10	100	-4,766667	34,216667	-1,350000	-0,023810	0,010620	0,017610
11	110	-4,483333	36,850000	-1,366667	-0,024400	0,011040	0,018470
12	120	-5,200000	39,466667	-1,700000	-0,024630	0,010980	0,019240
13	130	-5,700000	42,250000	-1,216667	-0,025250	0,011190	0,019750
14	140	-6,550000	44,650000	-0,450000	-0,025870	0,011060	0,020470
15	150	-7,450000	47,600000	0,100000	-0,026630	0,011080	0,021260
16	160	-8,000000	50,066667	0,716667	-0,027860	0,011140	0,021630
17	170	-8,416667	52,450000	1,300000	-0,028780	0,011590	0,023050
18	180	-9,133333	55,083333	1,966667	-0,029700	0,011810	0,023890
19	190	-9,583333	57,750000	2,466667	-0,030520	0,011860	0,024230
20	200	-10,333333	60,416667	3,016667	-0,031140	0,011260	0,024260
21	210	-10,550000	63,300000	3,433333	-0,031600	0,011680	0,024880
22	220	-11,150000	65,766667	3,833333	-0,031600	0,011680	0,024880
23	230	-11,200000	68,216667	2,616667	-0,031140	0,011260	0,024260
24	240	-11,683333	70,083333	2,116667	-0,030520	0,011860	0,024230
25	250	-12,566667	72,766667	2,850000	-0,029700	0,011810	0,023890
26	260	-12,700000	74,533333	3,050000	-0,028780	0,011590	0,023050
24	270	-12,650000	76,750000	2,866667	-0,027860	0,011140	0,021630
28	280	-12,366667	78,850000	1,716667	-0,026630	0,011080	0,021260

Таблица 3.4. Параметрические погрешности оси Oz

$n$	Oz, мм	$\delta_{zx}$ , мкм	$\delta_{zy}$ , мкм	$\delta_{zz}$ , мкм	$\varepsilon_{zx}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{zy}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{zz}$ , мкм/мм
0	0	-4,133333	14,600000	1,100000	0,001190	0,009470	-0,005530
1	10	-3,300000	14,283333	-0,500000	0,000050	0,009390	-0,005610
2	20	-2,350000	14,200000	0,916667	-0,000530	0,009530	-0,005470
3	30	-1,366667	14,483333	-0,133333	-0,000800	0,010050	-0,004950
4	40	-0,450000	14,633333	-0,633333	0,000320	0,010230	-0,004770
5	50	0,333333	14,583333	-5,633333	0,001880	0,010070	-0,004930
6	60	1,300000	14,550000	-8,666667	0,003180	0,009790	-0,005210
7	70	1,716667	13,850000	-11,833333	0,005210	0,010550	-0,004450
8	80	2,166667	13,366667	-9,833333	0,006680	0,010030	-0,004970
9	90	2,166667	12,683333	-8,083333	0,008650	0,010290	-0,004710
10	100	2,250000	11,766667	-7,283333	0,009640	0,010600	-0,004400
11	110	2,250000	10,466667	-5,516667	0,010990	0,010880	-0,004120
12	120	1,866667	9,133333	-2,750000	0,013060	0,011540	-0,003460
13	130	1,216667	7,900000	-0,266667	0,012740	0,010760	-0,004240
14	140	0,533333	6,983333	0,533333	0,013780	0,011070	-0,003930
15	150	0,433333	6,216667	-1,783333	0,013770	0,010660	-0,004340
16	160	0,733333	5,350000	-6,850000	0,013920	0,010510	-0,004490
17	170	0,700000	4,366667	-3,800000	0,014080	0,010770	-0,004230
18	180	0,616667	3,600000	-2,216667	0,013730	0,010080	-0,004920
19	190	0,516667	3,066667	1,066667	0,013200	0,010630	-0,004370
20	200	0,116667	2,650000	-1,916667	0,012880	0,010460	-0,004540

В таблице 3.5 и 3.6 представлены максимальные и минимальные параметрические погрешности по модулю обрабатывающего центра СТАН S500.

Таблица 3.5. Максимальные параметрические погрешности

$\delta_{xx}$ , МКМ	42,666667
$\delta_{xy}$ , МКМ	14,500000
$\delta_{xz}$ , МКМ	4,033333
$\delta_{yx}$ , МКМ	12,700000
$\delta_{yy}$ , МКМ	78,850000
$\delta_{yz}$ , МКМ	3,833333
$\delta_{zx}$ , МКМ	4,133333
$\delta_{zy}$ , МКМ	14,633333
$\delta_{zz}$ , МКМ	11,833333
$\varepsilon_{xx}$ , МКМ/ММ	0,035910
$\varepsilon_{xy}$ , МКМ/ММ	0,032900
$\varepsilon_{xz}$ , МКМ/ММ	0,061403
$\varepsilon_{yx}$ , МКМ/ММ	0,031600
$\varepsilon_{yy}$ , МКМ/ММ	0,011860
$\varepsilon_{yz}$ , МКМ/ММ	0,024880
$\varepsilon_{zx}$ , МКМ/ММ	0,014080
$\varepsilon_{zy}$ , МКМ/ММ	0,011540
$\varepsilon_{zz}$ , МКМ/ММ	0,005610

Таблица 3.6. Минимальные параметрические погрешности

$\delta_{xx}$ , МКМ	0,466667
$\delta_{xy}$ , МКМ	1,266667
$\delta_{xz}$ , МКМ	0,200000
$\delta_{yx}$ , МКМ	0,233333
$\delta_{yy}$ , МКМ	6,883333
$\delta_{yz}$ , МКМ	0,033333
$\delta_{zx}$ , МКМ	0,116667
$\delta_{zy}$ , МКМ	2,650000
$\delta_{zz}$ , МКМ	0,133333
$\varepsilon_{xx}$ , МКМ/ММ	0,027140
$\varepsilon_{xy}$ , МКМ/ММ	0,026700
$\varepsilon_{xz}$ , МКМ/ММ	0,000910
$\varepsilon_{yx}$ , МКМ/ММ	0,019160
$\varepsilon_{yy}$ , МКМ/ММ	0,007920
$\varepsilon_{yz}$ , МКМ/ММ	0,007690
$\varepsilon_{zx}$ , МКМ/ММ	0,000050

$\varepsilon_{zy}$ , МКМ/ММ	0,009390
$\varepsilon_{zz}$ , МКМ/ММ	0,003460

Оценим объёмную погрешность СТАН S500 средствами теории поворотов с учётом сверхмалых величин алгоритмом (Приложение А) на точках, входящих в данную область рабочего пространства.

Результаты анализа представлены в таблицы 3.7:  $\delta_+$ ,  $\delta_-$  – значения ОП при соответственно положительных и отрицательных значениях интервальных чисел с точностью до второго порядка малости, рассчитанных по формуле (3.9);  $\delta$  – значения ОП с точностью до первого порядка малости, рассчитанных по формуле (3.10).

Таблица 3.7. Анализ объёмной погрешности СТАН S500

$n_x/n_y/n_z$	$X/Y/Z$ (мм)	$\delta_+$ , МКМ	$\delta_-$ , МКМ	$\delta$ , МКМ	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	28.449109	28.449111	28.449118	$3 \cdot 10^{-5}$	$\frac{20}{\delta} \cdot 10^{-6}$
6/17/19	120/170/190	53.955309	53.95532	53.955318	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$\frac{4.7}{\delta} \cdot 10^{-6}$
9/13/20	180/130/200	49.983661	49.983672	49.983674	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$\frac{4.1}{\delta} \cdot 10^{-6}$
7/14/11	140/140/110	49.419014	49.419023	49.419024	$1.96 \cdot 10^{-5}$	$\frac{1.2}{\delta} \cdot 10^{-6}$
10/20/14	200/200/140	64.809708	64.809723	64.809725	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$\frac{2.65}{\delta} \cdot 10^{-6}$
4/11/12	80/110/120	39.485267	39.485272	39.485271	$1.13 \cdot 10^{-5}$	$\frac{2.3}{\delta} \cdot 10^{-6}$

Как видно из таблицы 3.7 разница в первом и втором порядках малости при вычислении ОП крайне мала и находится в пределах  $10^{-5}$  %. Введём масштабирующий коэффициент  $k$ , который искусственно увеличивает/уменьшает угловые составляющие объёмной погрешности станка. Проведем имитационный вычислительный эксперимент с целью окончательного вывода в целесообразности использования второго порядка малости. Результаты моделирования приведены в таблицах 3.8 – 3.13.

Таблица 3.8. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 при  $k = 0,5$ 

$n_x/n_y/n_z$	X/Y/Z (мм)	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	28.370336	28.370337	28.370339	$7 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-6}$
6/17/19	120/170/190	53.834281	53.834284	53.834284	$4.2 \cdot 10^{-6}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$
9/13/20	180/130/200	49.873753	49.873756	49.873756	$6.1 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$
7/14/11	140/140/110	49.316609	49.316611	49.316611	$4.9 \cdot 10^{-6}$	$0.3 \cdot 10^{-6}$
10/20/14	200/200/140	64.676917	64.676921	64.676922	$6.3 \cdot 10^{-6}$	$69 \cdot 10^{-6}$
4/11/12	80/110/120	39.410534	39.410536	39.410535	$2.8 \cdot 10^{-6}$	$56 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3.9. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 при  $k = 5$ 

$n_x/n_y/n_z$	X/Y/Z (мм)	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	29.152728	29.152795	29.152943	$7 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
6/17/19	120/170/190	54.947891	54.948195	54.948124	$4.2 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-4}$
9/13/20	180/130/200	50.88456	50.884827	50.884869	$6.1 \cdot 10^{-4}$	$0.8 \cdot 10^{-4}$
7/14/11	140/140/110	50.265387	50.265628	50.265634	$4.9 \cdot 10^{-4}$	$0.11 \cdot 10^{-4}$
10/20/14	200/200/140	65.901588	65.901975	65.902005	$6.3 \cdot 10^{-4}$	$0.45 \cdot 10^{-4}$
4/11/12	80/110/120	40.118286	40.118432	40.118403	$2.9 \cdot 10^{-4}$	$0.73 \cdot 10^{-4}$

Таблица 3.10. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 при  $k = 10$ 

$n_x/n_y/n_z$	X/Y/Z (мм)	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	30.205137	30.205458	30.205997	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
6/17/19	120/170/190	56.246911	56.248181	56.247862	$2 \cdot 10^{-3}$	$0.5 \cdot 10^{-3}$
9/13/20	180/130/200	52.062477	52.063603	52.063726	$2 \cdot 10^{-3}$	$0.2 \cdot 10^{-3}$
7/14/11	140/140/110	51.388448	51.389474	51.389454	$2 \cdot 10^{-3}$	$0.04 \cdot 10^{-3}$
10/20/14	200/200/140	67.337389	67.33902	67.339079	$3 \cdot 10^{-3}$	$0.088 \cdot 10^{-3}$
4/11/12	80/110/120	40.994111	40.99475	40.994601	$1 \cdot 10^{-3}$	$0.36 \cdot 10^{-3}$

Таблица 3.11. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 при  $k = 50$ 

$n_x/n_y/n_z$	X/Y/Z (мм)	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	43.405378	43.419629	43.424703	$45 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-3}$
6/17/19	120/170/190	68.49389	68.533996	68.520455	$39 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-3}$
9/13/20	180/130/200	63.141004	63.177479	63.173417	$51 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$
7/14/11	140/140/110	62.460727	62.495631	62.488362	$44 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-3}$
10/20/14	200/200/140	81.113989	81.167449	81.158915	$55 \cdot 10^{-3}$	$11 \cdot 10^{-3}$
4/11/12	80/110/120	50.699415	50.723265	50.714804	$30 \cdot 10^{-3}$	$17 \cdot 10^{-3}$

Таблица 3.12. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 при  $k = 100$ 

$n_x/n_y/n_z$	X/Y/Z (мм)	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	65.397367	65.397367	65.463165	0.101	0.001
6/17/19	120/170/190	86.759787	86.941687	86.871489	0.129	0.081
9/13/20	180/130/200	79.649106	79.817301	79.778319	0.162	0.049
7/14/11	140/140/110	79.633549	79.797071	79.747421	0.143	0.062
10/20/14	200/200/140	102.058171	102.305887	102.240111	0.178	0.064
4/11/12	80/110/120	66.965766	67.079324	67.033176	0.101	0.069

Таблица 3.13. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 при  $k = 1000$ 

$n_x/n_y/n_z$	X/Y/Z (мм)	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
3/5/5	60/50/50	517.530078	524.862639	521.793105	0.817	0.588
6/17/19	120/170/190	475.646964	496.68112	486.839523	2.299	2.022
9/13/20	180/130/200	431.566307	451.695328	442.758356	2.528	2.018
7/14/11	140/140/110	455.011516	474.508707	465.605871	2.275	1.912
10/20/14	200/200/140	555.782144	585.310912	572.045132	2.843	2.843
4/11/12	80/110/120	431.729067	444.850595	438.680522	1.585	1.407

Исходя из вычислительного эксперимента, при значениях  $k = 1000$  видна разница в значениях объёмной погрешности при разных порядках малости более 1%.

Для апробации полученных результатов создадим две гипотетические точки ( $M_{max}$ , и  $M_{min}$ ) в рабочем пространстве станка: состоящих из максимальных и минимальных параметрических составляющих погрешностей ОП соответственно,

используя значения из таблиц 3.5 и 3.6. Повторим имитационный вычислительный эксперимент.

Оценивать будем по модулю результирующего вектора поворотов  $\mathbf{E}''$ , посчитанного по формуле:  $|\mathbf{E}''| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$  с переводом в угловые градусы.

Таблица 3.14. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 в точке  $M_{max}$

$k$	$ \mathbf{E}'' $	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
0.5	0° 0' 14"	117.369557	117.369555	117.36956	$3 \cdot 10^{-6}$	$4,12 \cdot 10^{-6}$
1	0° 0' 28"	117.352224	117.352219	117.352238	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$1,64 \cdot 10^{-5}$
5	0° 2' 20"	117.228659	117.228546	117.229021	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-4}$
10	0° 4' 40"	117.111999	117.111629	117.11349	0,001	0,002
50	0° 23' 20"	117.688717	117.695519	117.733795	0,038	0,033
100	0° 46' 20"	122.053765	122.157189	122.26615	0,174	0,089
1000	7° 43' 20"	429.035708	469.562124	454.539188	5,611	3,305

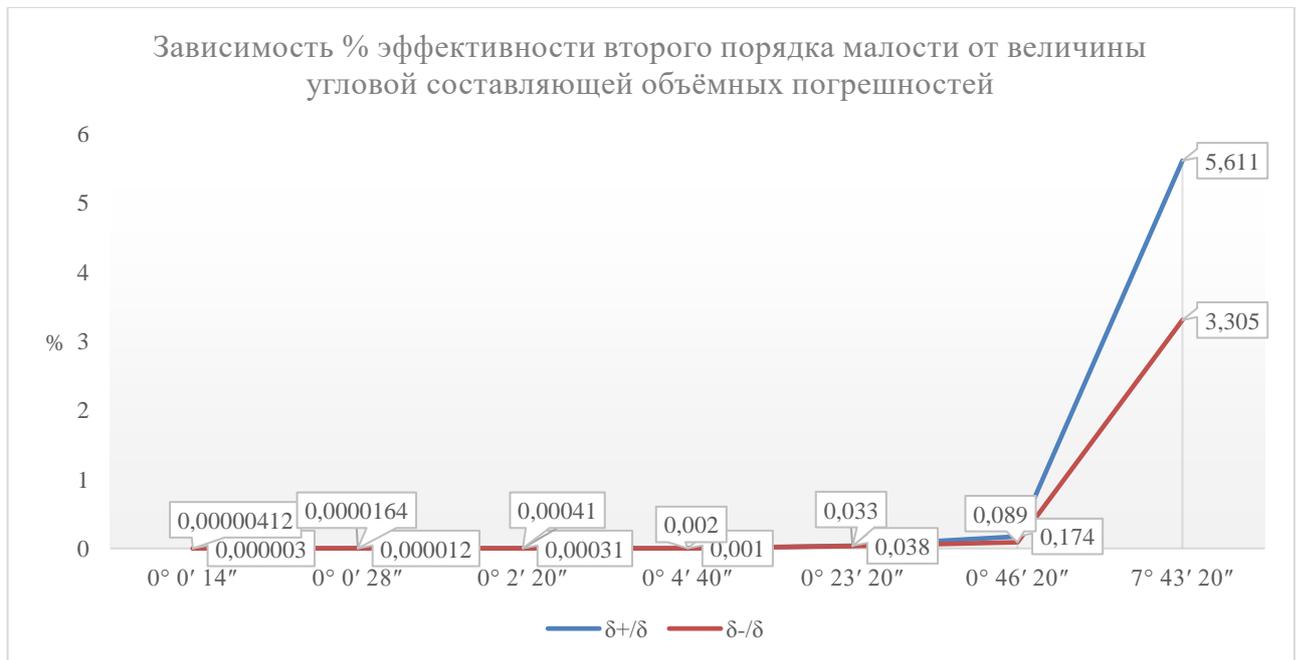
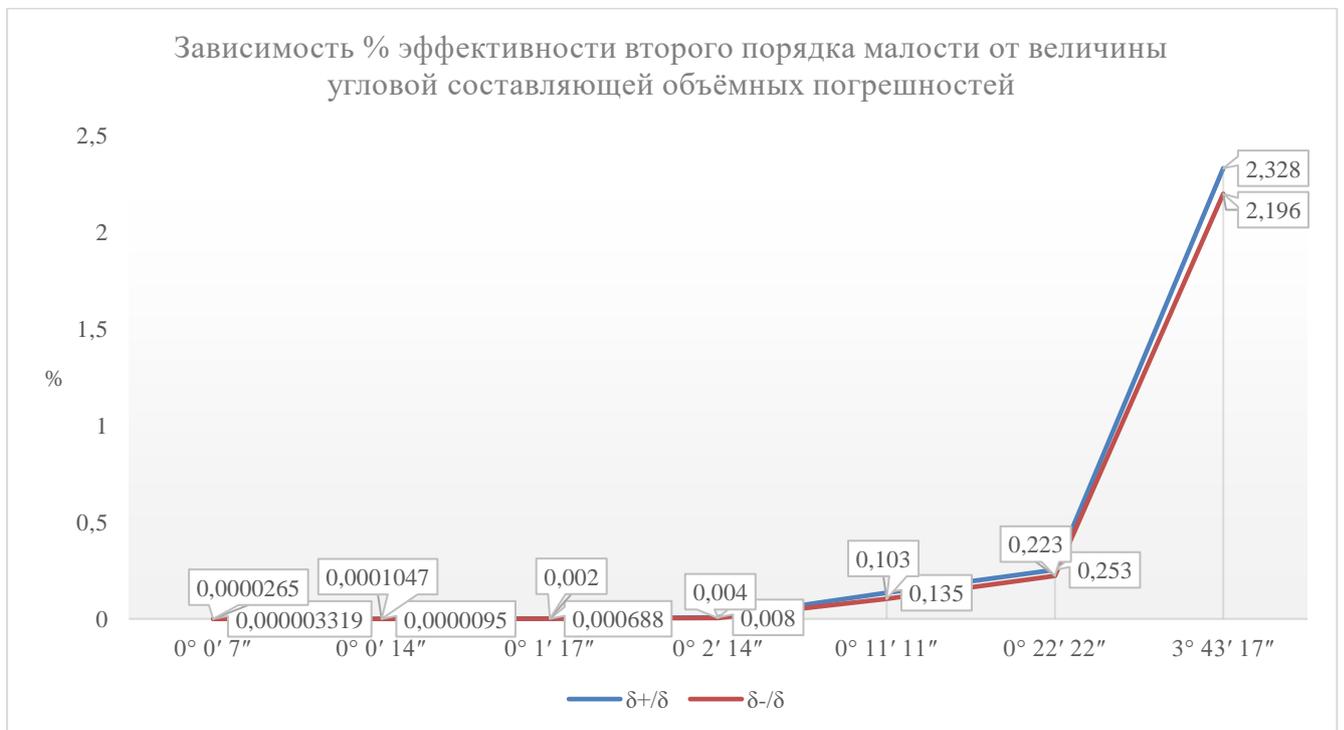


Рис.3.42. Сравнение вычислительной точности методов сверхмалых и малых величин в точке  $M_{max}$

В точке максимальных погрешностей при  $k = 1000$  наибольший процент различия между порядками малости составил 5,611.

Таблица 3.15. Анализ объёмной погрешности СТАН S500 в точке  $M_{min}$ 

$k$	$ E'' $	$\delta_+$ , мкм	$\delta_-$ , мкм	$\delta$ , мкм	$\frac{\delta_+}{\delta}$ , %	$\frac{\delta_-}{\delta}$ , %
0.5	0° 0' 7"	7.845964	7.845961	7.845964	$3,319 \cdot 10^{-6}$	$26,5 \cdot 10^{-6}$
1	0° 0' 14"	7.743264	7.743255	7.743263	$0,95 \cdot 10^{-5}$	$10,47 \cdot 10^{-5}$
5	0° 1' 17"	7.149337	7.149236	7.149386	$6,88 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$
10	0° 2' 14"	7.068228	7.068518	7.068776	0,008	0,004
50	0° 11' 11"	20.88039	20.930123	20.908691	0,135	0,103
100	0° 22' 22"	43.616936	43.8251	43.727767	0,253	0,223
1000	3° 43' 17"	454.713217	475.777818	465.552512	2,328	2,196

Рис.3.43. Сравнение вычислительной точности методов сверхмалых и малых величин в точке  $M_{min}$ 

В точке минимальных погрешностей при  $k = 1000$  наибольший процент различия между порядками малости составил 2,328.

При угловой составляющей объёмных погрешностей в более чем  $1^\circ$  различие в порядках малости при определении вектора объёмной точности начинает проявляться более, чем на 1 %. Для металлорежущих станков прецизионной и

ультрапрецизионной точности такая составляющая является запредельной и попросту невозможна. Поэтому для таких станков не целесообразно использовать второй порядок малости, даже при наличии динамических или статических нагрузок.

### 3.5 Выводы по главе 3

1. Способ лазерной интерферометрии определяет структуру параметрических погрешностей в рабочем пространстве станка, как суперпозиций взаимовлияющих результатов по его осям движения. Согласно концепции распределения погрешностей с каждой осью движения связаны 6 погрешностей, 3 линейных и 3 угловых, формализуемых методом подвижного триэдра.

2. Модель объёмной точности ТОЦ с учётом сверхмалых величин (величин 2-го порядка малости) приводит к использованию математического аппарата векторных интервальных чисел дискретного типа.

3. Экспериментом по анализу нелинейной теоретической модели объёмной точности комплекса СТАН S500 обоснованно показано, что в диапазоне угловых погрешностей до 2,5 угловых минут учёт квадратичных членов модели не даёт результатов, что позволяет ограничиться в задачах прецизионной объёмной точности многокоординатного металлорежущего оборудования рассмотрением величин погрешностей не выше 1-ого порядка малости.

## ГЛАВА 4. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ КВАЗИДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО МЕТОДА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ РАБОЧИХ ОРГАНОВ МНОГОКООРДИНАТНОГО МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ

### 4.1 Квазидифференциальный метод повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей (КМТПП)

Будем исходить из предположения о том, что построена квазиинвариантная по моменту юстировки приводов станка сетка достаточно большой размерности точек рабочего пространства станка (технологического пространства), в каждой из которых численно сформирована таблица 3.1 параметрических погрешностей методом лазерной интерферометрии, т.е. с высокой точностью.

Пусть есть связанная с телом подвижная система осей  $OX_1Y_1Z_1$ , первоначально совпадающая с неподвижной декартовой системой  $OXYZ$  и осуществляющая поворот вокруг неподвижной точки  $O$ , характеризуемый вектором поворота  $\theta = 2etg \frac{\varphi}{2} = Ai + Bj + Ck$ , где  $e = \frac{\theta}{\|\theta\|}$  - орт оси поворота,  $\varphi$  - угол поворота.

Вводя параметры Родрига – Гамильтона:

$$\gamma_0 = \cos \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma_1 = \frac{A}{P} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma_2 = \frac{B}{P} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma_3 = \frac{C}{P} \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$P = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

запишем матрицу направляющих косинусов системы  $OX_1Y_1Z_1$  по отношению к системе  $OXYZ$  [31]:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \gamma_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 & 2(\gamma_2\gamma_1 - \gamma_0\gamma_3) & 2(\gamma_0\gamma_2 + \gamma_1\gamma_3) \\ 2(\gamma_0\gamma_3 + \gamma_1\gamma_2) & \gamma_0^2 + \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \gamma_1^2 & 2(\gamma_3\gamma_2 - \gamma_0\gamma_1) \\ 2(\gamma_1\gamma_3 - \gamma_2\gamma_0) & 2(\gamma_1\gamma_0 + \gamma_2\gamma_3) & \gamma_0^2 + \gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Пусть теперь в системе  $OX_1Y_1Z_1$  заданы три единичных вектора:

$\mathbf{l}_x = [l_{x1} \ l_{x2} \ l_{x3}]^T$ ,  $\mathbf{l}_y = [l_{y1} \ l_{y2} \ l_{y3}]^T$ ,  $\mathbf{l}_z = [l_{z1} \ l_{z2} \ l_{z3}]^T$  с общим началом в т.О, вдоль которых одновременно начинает двигаться изображающая точка со скоростями соответственно  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3$ . Тогда скорость  $\mathbf{V}$  движения точки будет иметь следующие проекции на оси системы  $OXYZ$ .

На ось  $OX$ :

$$v_x = (\gamma_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2)(\dot{q}_1 l_{x1} + \dot{q}_2 l_{y1} + \dot{q}_3 l_{z1}) + 2(\gamma_2 \gamma_1 - \gamma_0 \gamma_3)(\dot{q}_1 l_{x2} + \dot{q}_2 l_{y2} + \dot{q}_3 l_{z2}) + 2(\gamma_0 \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_3)(\dot{q}_1 l_{x3} + \dot{q}_2 l_{y3} + \dot{q}_3 l_{z3});$$

На ось  $OY$ :

$$v_y = 2(\gamma_0 \gamma_3 + \gamma_1 \gamma_2)(\dot{q}_1 l_{x1} + \dot{q}_2 l_{y1} + \dot{q}_3 l_{z1}) + (\gamma_0^2 + \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \gamma_1^2)(\dot{q}_1 l_{x2} + \dot{q}_2 l_{y2} + \dot{q}_3 l_{z2}) + 2(\gamma_3 \gamma_2 - \gamma_0 \gamma_1)(\dot{q}_1 l_{x3} + \dot{q}_2 l_{y3} + \dot{q}_3 l_{z3});$$

На ось  $OZ$ :

$$v_z = 2(\gamma_1 \gamma_3 - \gamma_2 \gamma_0)(\dot{q}_1 l_{x1} + \dot{q}_2 l_{y1} + \dot{q}_3 l_{z1}) + 2(\gamma_1 \gamma_0 + \gamma_2 \gamma_3)(\dot{q}_1 l_{x2} + \dot{q}_2 l_{y2} + \dot{q}_3 l_{z2}) + (\gamma_0^2 + \gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2)(\dot{q}_1 l_{x3} + \dot{q}_2 l_{y3} + \dot{q}_3 l_{z3}).$$

При этом, как нетрудно видеть, косинусы углов векторов скорости  $\dot{q}_1 \mathbf{l}_x, \dot{q}_2 \mathbf{l}_y, \dot{q}_3 \mathbf{l}_z$  с осями системы  $OXYZ$  составят следующие величины.

С осью  $OX$  соответственно нижним индексам:

$$(\gamma_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2)l_{x1,y1,z1} + 2(\gamma_2 \gamma_1 - \gamma_0 \gamma_3)l_{x2,y2,z2} + 2(\gamma_0 \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_3)l_{x3,y3,z3} \quad (4.2)$$

С осью  $OY$  соответственно нижним индексам:

$$2(\gamma_0 \gamma_3 + \gamma_1 \gamma_2)l_{x1,y1,z1} + (\gamma_0^2 + \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \gamma_1^2)l_{x2,y2,z2} + 2(\gamma_3 \gamma_2 - \gamma_0 \gamma_1)l_{x3,y3,z3} \quad (4.3)$$

С осью  $OZ$  соответственно нижним индексам:

$$2(\gamma_1\gamma_3 - \gamma_2\gamma_0)l_{x1,y1,z1} + 2(\gamma_1\gamma_0 + \gamma_2\gamma_3)l_{x2,y2,z2} + (\gamma_0^2 + \gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2)l_{x3,y3,z3} \quad (4.4)$$

Представим, что  $\theta$  это вектор  $E''$  в формуле (3.5) параграфа 3.3, а векторы  $l_x, l_y, l_z$  это орты осей соответственно  $OS_1, OS_2, OS_3$  физической косоугольной системы координат в точке  $O$  измерительной СК, т.е. в ее начале. Тогда с величинами  $Q_{1,2,3}$  в формуле (2.14) это согласуется следующими зависимостями:

$$Q_1 = Fl_x, Q_2 = Fl_y, Q_3 = Fl_z \quad (4.5)$$

Далее необходимо рассмотреть вопрос о выборе матрицы  $F$  в рассматриваемый текущий момент путевого параметра или времени. Проще всего это сделать в модельном времени  $\tau$ , опираясь на кинематику движения изображающей точки по осям физической системы координат станка на основе астатического закона движения, который характеризуется устойчивостью при отсутствии статической ошибки в целевой точке.

Пусть целевая расчетная точка есть  $q_d$ , а текущее положение рабочего органа в модели станка за период  $t$  моделирования движения характеризует точка  $q = \int_0^t \dot{q}(\tau) d\tau$ . Тогда в точке  $q$  сформируем целевую скорость по формуле астатического закона управления:

$$\dot{q}(t + d\tau) = -k \left( \int_0^t \dot{q}(\tau) d\tau - q_d \right) \quad (4.6)$$

где  $k$  – коэффициент, показатель экспоненты убывания разности  $q - q_d$ ;

$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3]^T$  – вектор обобщенных скоростей движения.

Представляя

$$q(ml) = \int_0^{ml} \dot{q}(\tau) d\tau \approx l \sum_{k=0}^{m-1} \dot{q}(kl), \quad l - \text{ шаг сетки интегрирования по}$$

модельному времени,  $m$  – номер текущего шага, формулу (4.6) при условии  $q(0) =$

$0$  запишем в виде:

$$\dot{\mathbf{q}}[nl] = -k[l \sum_{k=0}^{n-1} \dot{\mathbf{q}}(kl) - \mathbf{q}_d], \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.7)$$

Отсюда получаем:

$$\mathbf{q}[nl] = \mathbf{q}[(n-1)l] + \dot{\mathbf{q}}[(n-1)l]l \quad (4.8)$$

Формулы (4.7), (4.8) задают узлы траектории перемещения выбранного рабочего органа станка из точки  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  в точку  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_d$ , при этом в каждом узле матрица  $\mathbf{F}$  по формуле (4.1) выбирается как матрица в ближайшей к узлу по евклидовой норме точке мультипликативной сетки  $S_{\times}\{n_x \times n_y \times n_z\}$ , которая упоминалась в начале данного раздела.

Остается уточнить вид формулы (2.17), т.к. в приведенной в текущем разделе расчетной схеме мы, используя астатический закон (4.6) управления движением, не имеем фигурирующих в (2.15) величин  $u_{1,2,3}$  суть постоянных шагов разбиения физических осей соответственно  $OS_{1,2,3}$ . Поэтому, обозначив:

$$\Delta q_{1,2,3}(n) = q_{1,2,3}(nl) - q_{1,2,3}[(n-1)l], \quad n = 1, 2, \dots, N$$

формулу (2.17) представим в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{Ox,Oy,Oz} = & r_{O1x,y,z} \quad (4.9) \\ & + \sum_{n=1}^N [\Delta q_1(n) \cos_n(OS_1; Ox, Oy, Oz) \\ & + \Delta q_2(n) \cos_n(OS_2; Ox, Oy, Oz) + \Delta q_3(n) \cos_n(OS_3; Ox, Oy, Oz)] \end{aligned}$$

где число  $N$  определяется как решение системы неравенств:

$$\begin{cases} |q_{d1} - q_1(N)| \leq u_1 \\ |q_{d2} - q_2(N)| \leq u_2 \\ |q_{d3} - q_3(N)| \leq u_3 \end{cases} \quad (4.10)$$

При этом матрица  $\mathbf{G}_M$  в формуле (2.16) рассчитывается в точке с номером  $[M_1, M_2, M_3]$  сетки технологического пространства:

$$\mathbf{G}_M = \begin{bmatrix} \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_1, Ox) & \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_2, Ox) & \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_3, Ox) \\ \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_1, Oy) & \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_2, Oy) & \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_3, Oy) \\ \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_1, Oz) & \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_2, Oz) & \cos_{[M_1, M_2, M_3]}(\mathbf{S}_3, Oz) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

а величины  $M_{1,2,3}$  задает формула (2.15).

Заметим, что вектор  $\mathbf{r}_{01}$  может быть вычислен на основе метода, изложенного в разделе 2.1. Решение обратной задачи кинематики для целевой точки  $\mathbf{r}_N$  выражает, как и ранее, формула (2.18) раздела 2.3, но уже на основе формул (4.9), (4.10), (4.11) и способа трассировки траектории движения, представленного формулами (4.7), (4.8).

Таким образом, теоретическое решение обратной задачи кинематики в условиях прецизионной точности основано на трассировки траектории в целевую точку внутри модели состояния технологического пространства, построенной методом лазерной интерферометрии.

## 4.2 Алгоритм построения КМТПП

Для реализации квазидифференциального метода повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей, описанного в 4.1, предлагается следующий алгоритм:

1. задаём целевую расчетную точку  $\mathbf{q}_d$ ;
2. задаём коэффициент скорости  $K$ ;
3. задаём шаг сетки интегрирования по модельному времени  $l$ ;
4. задаём начальное перемещение  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ ;
5. задаём номер шага  $m = 0$  в начальный момент времени;
6. задаем  $u_x, u_y, u_z$  – величины шагов движения по осям рабочего пространства технологической машины для ЛИИС Renishaw XL-80 (таблицы 3.2 – 3.4);
7. задаём орты осей физической системы в точке начала измерительной системы координат:  $l_x, l_y, l_z$ ;

В соответствии с параграфом 2.1:

$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} \cos(0_1 A, O_x) \\ \cos(0_1 A, O_y) \\ \cos(0_1 A, O_z) \end{bmatrix} = \mathbf{l}_x; \quad \tilde{C}_2 = \begin{bmatrix} \cos(0_1 B, O_x) \\ \cos(0_1 B, O_y) \\ \cos(0_1 B, O_z) \end{bmatrix} = \mathbf{l}_y; \quad \tilde{C}_3 = \begin{bmatrix} \cos(0_1 C, O_x) \\ \cos(0_1 C, O_y) \\ \cos(0_1 C, O_z) \end{bmatrix} = \mathbf{l}_z;$$

8. Найдем смещение центра систем координат по параграфу 2.1:

$$\mathbf{r}_{01} = \begin{pmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ z_{01} \end{pmatrix}$$

На рисунке 4.1 приводится визуализация разработанного метода.

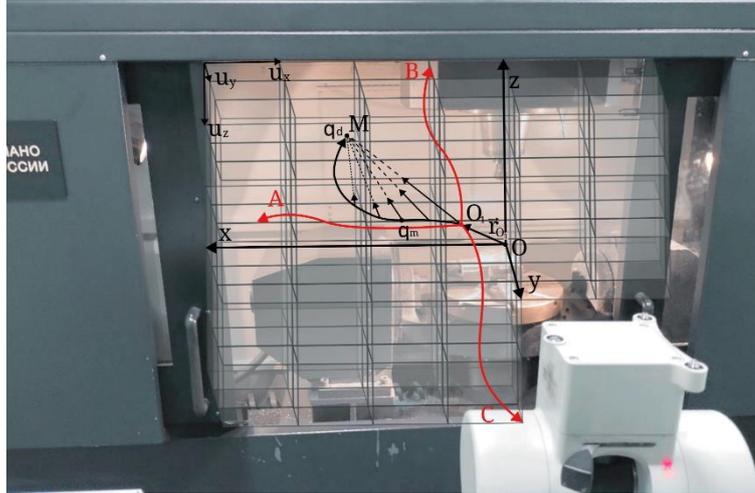


Рис.4.1. Визуализация КМТПП

9. выполнение цикла:

9.1. вычисление скорости:  $\dot{\mathbf{q}}_m = -k[\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_d]$ ;

9.2. вычисление следующей точки:  $\mathbf{q}_{m+1} = \mathbf{q}_m + l \cdot \dot{\mathbf{q}}_m$

9.3. переключение шага  $m = m + 1$

9.4. оценка ячейки сетки рабочего пространства, в которую попала точка

$\mathbf{q}_{m+1}$ : вычисление номеров строк таблиц 3.2 – 3.4:  $n_x, n_y, n_z$

9.5. вычисление  $A = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx}$ ,  $B = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}$ ,  $C = \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}$ ;

9.6. вычисление параметров Родрига-Гамильтона:

$$\gamma_0 = \cos \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma_1 = \frac{A}{P} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma_2 = \frac{B}{P} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma_3 = \frac{C}{P} \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$P = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

9.7. вычисление матрицы направляющих косинусов  $\mathbf{F}$ :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \gamma_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 & 2(\gamma_2\gamma_1 - \gamma_0\gamma_3) & 2(\gamma_0\gamma_2 + \gamma_1\gamma_3) \\ 2(\gamma_0\gamma_3 + \gamma_1\gamma_2) & \gamma_0^2 + \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \gamma_1^2 & 2(\gamma_3\gamma_2 - \gamma_0\gamma_1) \\ 2(\gamma_1\gamma_3 - \gamma_2\gamma_0) & 2(\gamma_1\gamma_0 + \gamma_2\gamma_3) & \gamma_0^2 + \gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 \end{bmatrix}$$

9.8. вычисление векторов направляющих косинусов к осям физической системы координат:

$$Q_1^m = Fl_x, Q_2^m = Fl_y, Q_3^m = Fl_z$$

$$\text{При } m = 0: Q_1^0 = l_x, Q_2^0 = l_y, Q_3^0 = l_z$$

9.9. вычисление перемещения в соседнюю точку за шаг:

$$\Delta q_m = q_m - q_{m-1}$$

9.10. вычисление фактического перемещения по осям станка:

$$s_x^m = s_x^{m-1} + \Delta q_m Q_1^{m-1}$$

$$s_y^m = s_y^{m-1} + \Delta q_m Q_2^{m-1}$$

$$s_z^m = s_z^{m-1} + \Delta q_m Q_3^{m-1}$$

9.11. цикл выполняется до тех пор, пока не выполняются одновременно три условия:

$$\begin{cases} |q_{dx} - q_x(m)| \leq u_x \\ |q_{dy} - q_y(m)| \leq u_y \\ |q_{dz} - q_z(m)| \leq u_z \end{cases}$$

10. по формуле 4.9 находим:

$$R_{Ox} = r_{O1x} + s_x^m$$

$$R_{Oy} = r_{O1y} + s_y^m$$

$$R_{Oz} = r_{O1z} + s_z^m$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{Ox} \\ R_{Oy} \\ R_{Oz} \end{bmatrix}$$

11. вычисление матрицы направляющих косинусов последнего шага цикла:

$$G_M = \begin{bmatrix} Q_{1x}^m & Q_{2x}^m & Q_{3x}^m \\ Q_{1y}^m & Q_{2y}^m & Q_{3y}^m \\ Q_{1z}^m & Q_{2z}^m & Q_{3z}^m \end{bmatrix}$$

12. в соответствии с (2.18) решения ОЗК для целевой точки  $r_d$  получается в виде:

$$q = G_M^{-1}(r_d - R) + [u_x n_x, u_y n_y, u_z n_z]^T$$

### 4.3 Реализация алгоритма КМТПП в среде математического моделирования Mathcad Prime 8.0

Ниже представлен листинг разработанной программы в среде математического моделирования Mathcad Prime 8.0.

*Введите координаты*

$$xa := 50 \quad ya := 50 \quad za := 50$$

*Введите шаг сетки по осям:*

$$ux := 20 \quad uy := 10 \quad uz := 10$$

$$qd := \begin{bmatrix} xa \\ ya \\ za \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{bmatrix}$$

*Определим координаты смещения центра системы координат станка (по экспериментальным данным параграфа 2.8):*

$$A := \text{READEXCEL}(\text{"..\15.05\BigCube.xlsx"}, \text{"X1D3:F4"})$$

*Задайте q1T (вектор первоначального перемещения рабочего органа):*

$$q1T := 15$$

$$x01 := A_{0,0} - \frac{q1T}{\sqrt{1 + \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2 + \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2}}$$

$$q1T \cdot \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)$$

$$y01 := A_{0,1} - \frac{q1T \cdot \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2 + \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2}}$$

$$q1T \cdot \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)$$

$$z01 := A_{0,2} - \frac{q1T \cdot \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2 + \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2}}$$

$$r01 := \begin{bmatrix} x01 \\ y01 \\ z01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.006368359 \\ -0.002503989 \\ 0.005996301 \end{bmatrix}$$

*Таблицы направляющих косинусов по осям (соответствуют таблицам 2.10-2.12, записанных в файл MS Excel BigCube.xlsx):*

$CCx := \text{READEXCEL}(\text{"..\15.05\BigCube.xlsx"}, \text{"X!Q3:S23"})$

$CCy := \text{READEXCEL}(\text{"..\15.05\BigCube.xlsx"}, \text{"Y!Q3:S23"})$

$CCz := \text{READEXCEL}(\text{"..\15.05\BigCube.xlsx"}, \text{"Z!Q3:S23"})$

*Вводим единичные векторы (орты осей физической СК в точке начала измерительной СК):*

$$lx := \begin{bmatrix} CCx_{1,0} \\ CCx_{1,1} \\ CCx_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.999999851 \\ 0.000545926 \\ 0.000015963 \end{bmatrix} \quad ly := \begin{bmatrix} CCy_{1,0} \\ CCy_{1,1} \\ CCy_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000371486 \\ 0.999999883 \\ 0.000309413 \end{bmatrix}$$

$$lz := \begin{bmatrix} CCz_{1,0} \\ CCz_{1,1} \\ CCz_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000497191 \\ 0.00002308 \\ 0.999999876 \end{bmatrix}$$

*Параметрические погрешности многокоординатной технологической машины по осям (соответствуют таблицам 3.2-3.4):*

$\Delta x := \text{READEXCEL}(\text{"..\2 порядок\Таблицы Пимушкин СТАН новые.xlsx"}, \text{"X!T37:AA57"})$

$\Delta y := \text{READEXCEL}(\text{"..\2 порядок\Таблицы Пимушкин СТАН новые.xlsx"}, \text{"Y!A39:H67"})$

$\Delta z := \text{READEXCEL}(\text{"..\2 порядок\Таблицы Пимушкин СТАН новые.xlsx"}, \text{"Z!A32:H52"})$

*Зададим коэффициент скорости:*

$K := 1.5$

*Зададим шаг сетки интегрирования по модельному времени:*

$l := 1$

*Зададим счётчик шагов цикла:*

$m := 0$

*Зададим начальную точку перемещения полюса эффектора машины:*

$$q_m := 0$$

*Вычисляем скорость в  $t$ -точке:*

$$q'_m := -K \cdot (q_m - qd) = \begin{bmatrix} 75 \\ 75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

*Вычисляем вектор перемещения точки ( $t+1$ ):*

$$q_{m+1} := q_m + l \cdot q'_m = \begin{bmatrix} 75 \\ 75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

*Переключение счётчика:*

$$t := t + 1$$

*Оценка выполнения условий выхода из цикла:*

$$qd - q_m = \begin{bmatrix} -25 \\ -25 \\ -25 \end{bmatrix}$$

Как видно из листинга первого этапа выполнения программы условия (4.10):

$$\begin{cases} |q_{dx} - q_x(m)| \leq u_x = 20 \\ |q_{dy} - q_y(m)| \leq u_y = 10 \\ |q_{dz} - q_z(m)| \leq u_z = 10 \end{cases} \text{ не выполняются.}$$

Подпрограмма, выполняющая вычисление реального перемещения рабочего органа многокоординатной технологической машины на первой шаге цикла, представлена ниже:

*Оценка ячейки рабочего пространства технологической машины, в которую попала  $t$ -точка (вычисление номеров строк таблиц 3.2-3.4):*

$$nx := \text{round} \left( \frac{\left( \begin{matrix} q \\ m \end{matrix} \right)_0}{ux} \right) = 4 \quad ny := \text{round} \left( \frac{\left( \begin{matrix} q \\ m \end{matrix} \right)_1}{uy} \right) = 8 \quad nz := \text{round} \left( \frac{\left( \begin{matrix} q \\ m \end{matrix} \right)_2}{uz} \right) = 8$$

*Угловые погрешности в т-точке (значения в мкм/мм):*

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{xx} := \Delta x_{nx,5} & \varepsilon_{yx} := \Delta y_{ny,5} & \varepsilon_{zx} := \Delta z_{nz,5} \\ \varepsilon_{xy} := \Delta x_{nx,6} & \varepsilon_{yy} := \Delta y_{ny,6} & \varepsilon_{zy} := \Delta z_{nz,6} \\ \varepsilon_{xz} := \Delta x_{nx,7} & \varepsilon_{yz} := \Delta y_{ny,7} & \varepsilon_{zz} := \Delta z_{nz,7} \end{array}$$

*Вычислим компоненты интервального вектора поворота:*

$$A := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx}) = 1.522 \cdot 10^{-5}$$

$$B := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}) = 5.152 \cdot 10^{-5}$$

$$C := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}) = 2.634 \cdot 10^{-5}$$

*Найдём угол поворота:*

$$\varphi := 2 \cdot \operatorname{atan} \left( \frac{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{2} \right) = 5.983 \cdot 10^{-5}$$

*Параметры Родрига-Гамильтона:*

$$\begin{array}{l} \gamma_0 := \cos \left( \frac{\varphi}{2} \right) \quad \gamma_1 := \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \cdot \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \quad \gamma_2 := \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \cdot \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \\ \gamma_3 := \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \cdot \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \end{array}$$

*Запишем матрицу направляющих косинусов:*

$$F := \begin{bmatrix} \gamma_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 & 2(\gamma_2 \cdot \gamma_1 - \gamma_0 \cdot \gamma_3) & 2(\gamma_0 \cdot \gamma_2 + \gamma_1 \cdot \gamma_3) \\ 2(\gamma_0 \cdot \gamma_3 + \gamma_1 \cdot \gamma_2) & \gamma_0^2 + \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \gamma_1^2 & 2(\gamma_3 \cdot \gamma_2 - \gamma_0 \cdot \gamma_1) \\ 2(\gamma_1 \cdot \gamma_3 - \gamma_2 \cdot \gamma_0) & 2(\gamma_1 \cdot \gamma_0 + \gamma_2 \cdot \gamma_3) & \gamma_0^2 + \gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 \end{bmatrix}$$

*Вычисление векторов направляющих косинусов к физической СК:*

*для  $m$ -шага цикла:*

$$Q1_m := F \cdot lx = \begin{bmatrix} 0.999999836 \\ 0.000572267 \\ -0.000035549 \end{bmatrix}$$

$$Q2_m := F \cdot ly = \begin{bmatrix} 0.000345163 \\ 0.999999888 \\ 0.000324614 \end{bmatrix}$$

$$Q3_m := F \cdot lz = \begin{bmatrix} 0.00054871 \\ 0.000007873 \\ 0.999999849 \end{bmatrix}$$

*в  $\theta$  СК:*

$$Q1_{m-1} := lx = \begin{bmatrix} 0.999999851 \\ 0.000545926 \\ 0.000015963 \end{bmatrix}$$

$$Q2_{m-1} := ly = \begin{bmatrix} 0.000371486 \\ 0.999999883 \\ 0.000309413 \end{bmatrix}$$

$$Q3_{m-1} := lz = \begin{bmatrix} 0.000497191 \\ 0.00002308 \\ 0.999999876 \end{bmatrix}$$

*Вычисление перемещения в соседнюю точку за шаг:*

$$\Delta q_m := q_m - q_{m-1} = \begin{bmatrix} 75 \\ 75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

*Вычисление фактического перемещения по осям технологической машины (см. формулу 4.9):*

$$Sx_m := Sx_{m-1} + \Delta q_m \cdot Q1_{m-1} = 37.522$$

$$Sy_m := Sy_{m-1} + \Delta q_m \cdot Q2_{m-1} = 37.526$$

$$Sz_m := Sz_{m-1} + \Delta q_m \cdot Q3_{m-1} = 37.518$$

*Второй и последующие шаги выполняются по следующему алгоритму:*

*Вычисляем скорость в  $m$ -точке:*

$$q'_m := -K \cdot (q_m - qd) = \begin{bmatrix} -37.5 \\ -37.5 \\ -37.5 \end{bmatrix}$$

*Вычисляем вектор перемещения точки ( $m+1$ ):*

$$q_{m+1} := q_m + l \cdot q'_m = \begin{bmatrix} 37.5 \\ 37.5 \\ 37.5 \end{bmatrix}$$

*Переключение счётчика:*

$$m := m + 1$$

*Оценка выполнения условий выхода из цикла:*

$$qd - q_m = \begin{bmatrix} 12.5 \\ 12.5 \\ 12.5 \end{bmatrix}$$

$$\text{Условия (4.10): } \begin{cases} |q_{dx} - q_x(m)| \leq u_x = 20 \\ |q_{dy} - q_y(m)| \leq u_y = 10 \\ |q_{dz} - q_z(m)| \leq u_z = 10 \end{cases} \text{ не выполняются.}$$

Подпрограмма, выполняющая вычисление реального перемещения рабочего органа многокоординатной технологической машины на втором и последующих шагах цикла, представлена ниже:

*Оценка ячейки рабочего пространства технологической машины, в которую попала т-точка (вычисление номеров строк таблиц 3.2-3.4):*

$$nx := \text{round} \left( \frac{\left( \begin{matrix} q \\ m \end{matrix} \right)_0}{ux} \right) = 2 \quad ny := \text{round} \left( \frac{\left( \begin{matrix} q \\ m \end{matrix} \right)_1}{uy} \right) = 4 \quad nz := \text{round} \left( \frac{\left( \begin{matrix} q \\ m \end{matrix} \right)_2}{uz} \right) = 4$$

*Угловые погрешности в т-точке (значения в мкм/мм):*

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{xx} := \Delta x_{nx, 5} & \varepsilon_{yx} := \Delta y_{ny, 5} & \varepsilon_{zx} := \Delta z_{nz, 5} \\ \varepsilon_{xy} := \Delta x_{nx, 6} & \varepsilon_{yy} := \Delta y_{ny, 6} & \varepsilon_{zy} := \Delta z_{nz, 6} \\ \varepsilon_{xz} := \Delta x_{nx, 7} & \varepsilon_{yz} := \Delta y_{ny, 7} & \varepsilon_{zz} := \Delta z_{nz, 7} \end{array}$$

*Вычислим компоненты интервального вектора поворота:*

$$A := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx}) = 8.55 \cdot 10^{-6}$$

$$B := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}) = 4.97 \cdot 10^{-5}$$

$$C := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}) = 1.35 \cdot 10^{-5}$$

*Найдём угол поворота:*

$$\varphi := 2 \cdot \text{atan} \left( \frac{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{2} \right) = 5.221 \cdot 10^{-5}$$

*Параметры Родрига-Гамильтона:*

$$\begin{aligned}\gamma_0 &:= \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) & \gamma_1 &:= \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) & \gamma_2 &:= \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \gamma_3 &:= \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\end{aligned}$$

*Запишем матрицу направляющих косинусов:*

$$F := \begin{bmatrix} \gamma_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 & 2(\gamma_2 \cdot \gamma_1 - \gamma_0 \cdot \gamma_3) & 2(\gamma_0 \cdot \gamma_2 + \gamma_1 \cdot \gamma_3) \\ 2(\gamma_0 \cdot \gamma_3 + \gamma_1 \cdot \gamma_2) & \gamma_0^2 + \gamma_2^2 - \gamma_3^2 - \gamma_1^2 & 2(\gamma_3 \cdot \gamma_2 - \gamma_0 \cdot \gamma_1) \\ 2(\gamma_1 \cdot \gamma_3 - \gamma_2 \cdot \gamma_0) & 2(\gamma_1 \cdot \gamma_0 + \gamma_2 \cdot \gamma_3) & \gamma_0^2 + \gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 \end{bmatrix}$$

*Вычисление векторов направляющих косинусов к физической СК:*

*для m-шага цикла:*

$$Q1_m := F \cdot lx = \begin{bmatrix} 0.999999843 \\ 0.000559426 \\ -0.000033733 \end{bmatrix}$$

$$Q2_m := F \cdot ly = \begin{bmatrix} 0.000358002 \\ 0.999999885 \\ 0.000317945 \end{bmatrix}$$

$$Q3_m := F \cdot lz = \begin{bmatrix} 0.00054689 \\ 0.000014537 \\ 0.99999985 \end{bmatrix}$$

*Вычисление перемещения в соседнюю точку за шаг:*

$$\Delta q_m := q_m - q_{m-1} = \begin{bmatrix} -37.5 \\ -37.5 \\ -37.5 \end{bmatrix}$$

*Вычисление фактического перемещения по осям технологической машины(см. формулу 4.9):*

$$Sx_m := Sx_{m-1} + \Delta q_m \cdot Q1_{m-1} = 37.522$$

$$Sy_m := Sy_{m-1} + \Delta q_m \cdot Q2_{m-1} = 37.526$$

$$Sz_m := Sz_{m-1} + \Delta q_m \cdot Q3_{m-1} = 37.518$$

Будем повторять второй шаг до одновременного выполнения всех трех условий (4.10).

На 3 шаге получаем:

$$qd - q_m = \begin{bmatrix} -6.25 \\ -6.25 \\ -6.25 \end{bmatrix}$$

$$\text{Все три условия: } \begin{cases} |q_{dx} - q_x(m)| \leq u_x = 20 \\ |q_{dy} - q_y(m)| \leq u_y = 10 \\ |q_{dz} - q_z(m)| \leq u_z = 10 \end{cases} \text{ одновременно выполняются,}$$

можно посчитать решение для обратной задачи кинематики для целевой точки

$$q_d = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{bmatrix}.$$

*При достижении условий завершения цикла:*

*Найдём компоненты вектора R по осям СК:*

$$Rx := x_{01} + Sx_m = 56.275495189$$

$$Ry := y_{01} + Sy_m = 56.286114115$$

$$Rz := z_{01} + Sz_m = 56.284664996$$

$$R0 := \begin{bmatrix} Rx \\ Ry \\ Rz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56.275 \\ 56.286 \\ 56.285 \end{bmatrix}$$

$$\Delta R := qd - R0 = \begin{bmatrix} -6.275 \\ -6.286 \\ -6.285 \end{bmatrix}$$

*Матрица направляющих косинусов последнего шага цикла:*

$$G := \begin{bmatrix} (Q1_m)_0 & (Q2_m)_0 & (Q3_m)_0 \\ (Q1_m)_1 & (Q2_m)_1 & (Q3_m)_1 \\ (Q1_m)_2 & (Q2_m)_2 & (Q3_m)_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.99999984 & 0.000352542 & 0.00054679 \\ 0.000564886 & 0.999999887 & 0.00001231 \\ -0.000033631 & 0.000320175 & 0.99999985 \end{bmatrix}$$

*Решение обратной задачи кинематики для целевой точки  $q_d$ :*

$$q := \begin{bmatrix} ux \cdot nx \\ uy \cdot ny \\ uz \cdot nz \end{bmatrix} + G^{-1} \cdot \Delta R = \begin{bmatrix} 53.73 \\ 53.718 \\ 53.717 \end{bmatrix}$$

Алгоритм работает, но найденные координаты целевой точки (50;50;50) в косоугольной системе координат физических осей трёхкоординатного обрабатывающего центра смещены.

Такой вывод можно сделать, опираясь на исследования параграфа 2.8: наибольшую точность при решении обратной задачи кинематики с проверкой на обрабатывающем центре СТАН S500 удалось достичь при использовании

тангенциального квазидифференциального метода: для целевой точки  $q_d = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{bmatrix}$

получено решение ОЗК  $q = \begin{bmatrix} 49.927 \\ 49.936 \\ 49.949 \end{bmatrix}$ . Данное решение, введенное в систему ЧПУ

станка, вывело приводы в точку, измеренную лазерным трекером  $q_{tr} = \begin{bmatrix} 50,0253 \\ 50,0363 \\ 50,0018 \end{bmatrix}$ .

Погрешность составила:

$$\Delta = \sqrt{(x_d - x_{tr})^2 + (y_d - y_{tr})^2 + (z_d - z_{tr})^2} = 0,044(\text{мм})$$

Для более точной работы программы проведем исследование зависимости решения обратной задачи кинематики для целевой точки от величины шага  $l$  сетки интегрирования по модельному времени с целью нахождения оптимального значения данного параметра.

Оценивать работу алгоритма будем по формуле:

$$\sigma_a = \sqrt{(x_{kd} - x_a)^2 + (y_{kd} - y_a)^2 + (z_{kd} - z_a)^2},$$

где  $(x_{kd}; y_{kd}; z_{kd})$  – решение ОЗК для целевой точки по тангенциальному квазидифференциальному методу, а  $(x_a; y_a; z_a)$  – решение ОЗК по алгоритму квазидифференциального метода повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей.

В таблице 4.1  $m$  – количество шагов обработки алгоритма до выполнения условий.

Таблица 4.1. Вычислительный эксперимент при  $q_d = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{bmatrix}$ ,  $K = 1.5$

$l$	$m$	$q$
1	3	$\begin{bmatrix} 53.730 \\ 53.718 \\ 53.717 \end{bmatrix}$
0.5	2	$\begin{bmatrix} 43.103 \\ 53.094 \\ 53.093 \end{bmatrix}$
0.1	10	$\begin{bmatrix} 49.914 \\ 49.907 \\ 49.906 \end{bmatrix}$
0.05	21	$\begin{bmatrix} 49.703 \\ 49.696 \\ 49.695 \end{bmatrix}$
0.015	71	$\begin{bmatrix} 49.820 \\ 49.813 \\ 49.813 \end{bmatrix}$



Рис.4.2. Зависимость  $\sigma_a$  от шага  $l$  сетки интегрирования по модельному времени

Проведем вычислительный эксперимент при изменении коэффициента скорости  $K$ .

Таблица 4.2. Вычислительный эксперимент при  $q_d = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{bmatrix}$ ,  $l = 0.1$

$K$	$m$	$q$
0.1	161	$\begin{bmatrix} 49.890 \\ 49.883 \\ 49.882 \end{bmatrix}$
0.5	32	$\begin{bmatrix} 49.662 \\ 49.655 \\ 49.654 \end{bmatrix}$
1	16	$\begin{bmatrix} 49.242 \\ 49.235 \\ 49.234 \end{bmatrix}$
1.5	10	$\begin{bmatrix} 49.914 \\ 49.907 \\ 49.906 \end{bmatrix}$
2	8	$\begin{bmatrix} 48.365 \\ 48.358 \\ 48.357 \end{bmatrix}$



Рис.4.3. Зависимость  $\sigma_a$  от значения коэффициента скорости  $K$

Из проведенных вычислительных экспериментов следует, что оптимальные значения коэффициента скорости  $K = 1.5$ , а сетки интегрирования по модельному времени  $l = 0.1$ . Дальнейшее уменьшение не целесообразно из-за увеличения погрешности и нагрузки на вычислительные мощности.

#### 4.4 Экспериментальные исследования КМТПП

Для апробации работы алгоритма возьмем несколько точек из параграфа 2.8 и проведем экспериментальное исследование на обрабатывающем центре СТАН S500, предварительно вычислив решение ОЗК с помощью разработанной программы. В таблицах 4.3 и 4.4  $q_{tr}$  – значения положения приводов станка, измеренных трекером, полученные вводом в систему ЧПУ решений ОЗК.

Таблица 4.3. Экспериментальное исследование при  $q_d = \begin{bmatrix} 130 \\ 140 \\ 106 \end{bmatrix}$ ,  $K = 1.5$

$l$	$m$	$q_{tr}$
1	4	$\begin{bmatrix} 128.054 \\ 138.668 \\ 106.555 \end{bmatrix}$
0.5	2	$\begin{bmatrix} 128.052 \\ 138.672 \\ 106.552 \end{bmatrix}$
0.1	17	$\begin{bmatrix} 128.133 \\ 138.759 \\ 106.614 \end{bmatrix}$
0.05	34	$\begin{bmatrix} 129.107 \\ 139.807 \\ 107.408 \end{bmatrix}$
0.015	116	$\begin{bmatrix} 129.207 \\ 139.916 \\ 107.489 \end{bmatrix}$

Изменим коэффициент скорости  $K$  и повторим эксперимент.

Таблица 4.4. Вычислительный эксперимент при  $q_d = \begin{bmatrix} 130 \\ 140 \\ 106 \end{bmatrix}$ ,  $K = 1$

$l$	$m$	$q_{tr}$
1	1	$\begin{bmatrix} 139.928 \\ 139.921 \\ 109.926 \end{bmatrix}$
0.5	4	$\begin{bmatrix} 128.052 \\ 138.673 \\ 106.551 \end{bmatrix}$
0.1	26	$\begin{bmatrix} 128.328 \\ 138.969 \\ 106.772 \end{bmatrix}$
0.05	52	$\begin{bmatrix} 128.956 \\ 139.645 \\ 107.285 \end{bmatrix}$
0.015	152	$\begin{bmatrix} 129.132 \\ 139.957 \\ 107.263 \end{bmatrix}$

Из данных таблиц следует, что корректно выполняемый алгоритм тем не менее приводит к неудовлетворительной погрешности результата. При этом чем больше удалена точка от начала координат и чем дальше она от «узловых» точек, тем больше эта погрешность.

Изменения параметров физического закона: величины шага сетки интегрирования по модельному времени и коэффициента скорости движения не привели к корректировке перемещения приводов в целевую точку (наведения), так как модель состояния (карта распределения параметрических погрешностей) рабочего пространства станка имела разбиение на основе слишком большого шага.

Для уменьшения погрешности наведения проведём вычислительный имитационный эксперимент: уменьшим шаг движения по осям станка  $u_x = u_y = u_z = 2$  мм, изменив дискретность экспериментальных данных на основе линейной интерполяции соседних узлов таблиц 3.2-3.4 на участке рабочего пространства  $200 \times 200 \times 200$  мм.

Таблица 4.5. Параметрические погрешности оси Oх

$n$	Oх, мм	$\delta_{xx}$ , МКМ	$\delta_{xy}$ , МКМ	$\delta_{xz}$ , МКМ	$\varepsilon_{xx}$ , МКМ/ММ	$\varepsilon_{xy}$ , МКМ/ММ	$\varepsilon_{xz}$ , МКМ/ММ
0	0	-0,466667	14,500000	-4,033333	0,027140	0,027310	-0,000910
1	2	-0,116667	14,453333	-3,963333	0,027177	0,027447	-0,000591
2	4	0,233333	14,406667	-3,893333	0,027214	0,027584	-0,000272
3	6	0,583333	14,360000	-3,823333	0,027251	0,027721	0,000047
4	8	0,933333	14,313333	-3,753333	0,027288	0,027858	0,000366
5	10	1,283333	14,266667	-3,683333	0,027325	0,027995	0,000685
6	12	1,633333	14,220000	-3,613333	0,027362	0,028132	0,001004
7	14	1,983333	14,173333	-3,543333	0,027399	0,028269	0,001323
8	16	2,333333	14,126667	-3,473333	0,027436	0,028406	0,001642
9	18	2,683333	14,080000	-3,403333	0,027473	0,028543	0,001961
10	20	3,033333	14,033333	-3,333333	0,027510	0,028680	0,002280
11	22	3,326667	14,016667	-3,233333	0,027638	0,028828	0,002690
12	24	3,620000	14,000000	-3,133333	0,027766	0,028976	0,003100
13	26	3,913333	13,983333	-3,033333	0,027894	0,029124	0,003510
14	28	4,206667	13,966667	-2,933333	0,028022	0,029272	0,003920
15	30	4,500000	13,950000	-2,833333	0,028150	0,029420	0,004330
16	32	4,793333	13,933333	-2,733333	0,028278	0,029568	0,004740
17	34	5,086667	13,916667	-2,633333	0,028406	0,029716	0,005150
18	36	5,380000	13,900000	-2,533333	0,028534	0,029864	0,005560
19	38	5,673333	13,883333	-2,433333	0,028662	0,030012	0,005970
20	40	5,966667	13,866667	-2,333333	0,028790	0,030160	0,006380
21	42	6,193333	13,886667	-2,230000	0,028874	0,030205	0,006827
22	44	6,420000	13,906667	-2,126667	0,028958	0,030250	0,007274
23	46	6,646667	13,926667	-2,023333	0,029042	0,030295	0,007721
24	48	6,873333	13,946667	-1,920000	0,029126	0,030340	0,008168
25	50	7,100000	13,966667	-1,816667	0,029210	0,030385	0,008615
26	52	7,326667	13,986667	-1,713333	0,029294	0,030430	0,009062
27	54	7,553333	14,006667	-1,610000	0,029378	0,030475	0,009509
28	56	7,780000	14,026667	-1,506667	0,029462	0,030520	0,009956
29	58	8,006667	14,046667	-1,403333	0,029546	0,030565	0,010403
30	60	8,233333	14,066667	-1,300000	0,029630	0,030610	0,010850
31	62	8,320000	14,076667	-1,220000	0,029847	0,030714	0,011354
32	64	8,406667	14,086667	-1,140000	0,030064	0,030818	0,011858
33	66	8,493333	14,096667	-1,060000	0,030281	0,030922	0,012362
34	68	8,580000	14,106667	-0,980000	0,030498	0,031026	0,012866
35	70	8,666667	14,116667	-0,900000	0,030715	0,031130	0,013370
36	72	8,753333	14,126667	-0,820000	0,030932	0,031234	0,013874
37	74	8,840000	14,136667	-0,740000	0,031149	0,031338	0,014378
38	76	8,926667	14,146667	-0,660000	0,031366	0,031442	0,014882
39	78	9,013333	14,156667	-0,580000	0,031583	0,031546	0,015386
40	80	9,100000	14,166667	-0,500000	0,031800	0,031650	0,015890
41	82	9,330000	14,150000	-0,423333	0,031922	0,031727	0,016358
42	84	9,560000	14,133333	-0,346667	0,032044	0,031804	0,016826
43	86	9,790000	14,116667	-0,270000	0,032166	0,031881	0,017294
44	88	10,020000	14,100000	-0,193333	0,032288	0,031958	0,017762
45	90	10,250000	14,083333	-0,116667	0,032410	0,032035	0,018230
46	92	10,480000	14,066667	-0,040000	0,032532	0,032112	0,018698
47	94	10,710000	14,050000	0,036667	0,032654	0,032189	0,019166

48	96	10,940000	14,033333	0,113333	0,032776	0,032266	0,019634
49	98	11,170000	14,016667	0,190000	0,032898	0,032343	0,020102
50	100	11,400000	14,000000	0,266667	0,033020	0,032420	0,020570
51	102	11,586667	13,986667	0,370000	0,033125	0,032449	0,020993
52	104	11,773333	13,973333	0,473333	0,033230	0,032478	0,021416
53	106	11,960000	13,960000	0,576667	0,033335	0,032507	0,021839
54	108	12,146667	13,946667	0,680000	0,033440	0,032536	0,022262
55	110	12,333333	13,933333	0,783333	0,033545	0,032565	0,022685
56	112	12,520000	13,920000	0,886667	0,033650	0,032594	0,023108
57	114	12,706667	13,906667	0,990000	0,033755	0,032623	0,023531
58	116	12,893333	13,893333	1,093333	0,033860	0,032652	0,023954
59	118	13,080000	13,880000	1,196667	0,033965	0,032681	0,024377
60	120	13,266667	13,866667	1,300000	0,034070	0,032710	0,024800
61	122	13,556667	13,780000	1,340000	0,034113	0,032706	0,025131
62	124	13,846667	13,693333	1,380000	0,034156	0,032702	0,025462
63	126	14,136667	13,606667	1,420000	0,034199	0,032698	0,025793
64	128	14,426667	13,520000	1,460000	0,034242	0,032694	0,026124
65	130	14,716667	13,433333	1,500000	0,034285	0,032690	0,026455
66	132	15,006667	13,346667	1,540000	0,034328	0,032686	0,026786
67	134	15,296667	13,260000	1,580000	0,034371	0,032682	0,027117
68	136	15,586667	13,173333	1,620000	0,034414	0,032678	0,027448
69	138	15,876667	13,086667	1,660000	0,034457	0,032674	0,027779
70	140	16,166667	13,000000	1,700000	0,034500	0,032670	0,028110
71	142	16,466667	12,943333	1,746667	0,034568	0,032660	0,028442
72	144	16,766667	12,886667	1,793333	0,034636	0,032650	0,028774
73	146	17,066667	12,830000	1,840000	0,034704	0,032640	0,029106
74	148	17,366667	12,773333	1,886667	0,034772	0,032630	0,029438
75	150	17,666667	12,716667	1,933333	0,034840	0,032620	0,029770
76	152	17,966667	12,660000	1,980000	0,034908	0,032610	0,030102
77	154	18,266667	12,603333	2,026667	0,034976	0,032600	0,030434
78	156	18,566667	12,546667	2,073333	0,035044	0,032590	0,030766
79	158	18,866667	12,490000	2,120000	0,035112	0,032580	0,031098
80	160	19,166667	12,433333	2,166667	0,035180	0,032570	0,031430
81	162	19,373333	12,346667	2,173333	0,035204	0,032603	0,031719
82	164	19,580000	12,260000	2,180000	0,035228	0,032636	0,032008
83	166	19,786667	12,173333	2,186667	0,035252	0,032669	0,032297
84	168	19,993333	12,086667	2,193333	0,035276	0,032702	0,032586
85	170	20,200000	12,000000	2,200000	0,035300	0,032735	0,032875
86	172	20,406667	11,913333	2,206667	0,035324	0,032768	0,033164
87	174	20,613333	11,826667	2,213333	0,035348	0,032801	0,033453
88	176	20,820000	11,740000	2,220000	0,035372	0,032834	0,033742
89	178	21,026667	11,653333	2,226667	0,035396	0,032867	0,034031
90	180	21,233333	11,566667	2,233333	0,035420	0,032900	0,034320
91	182	21,393333	11,476667	2,240000	0,035450	0,032891	0,034606
92	184	21,553333	11,386667	2,246667	0,035480	0,032882	0,034892
93	186	21,713333	11,296667	2,253333	0,035510	0,032873	0,035178
94	188	21,873333	11,206667	2,260000	0,035540	0,032864	0,035464
95	190	22,033333	11,116667	2,266667	0,035570	0,032855	0,035750
96	192	22,193333	11,026667	2,273333	0,035600	0,032846	0,036036
97	194	22,353333	10,936667	2,280000	0,035630	0,032837	0,036322

98	196	22,513333	10,846667	2,286667	0,035660	0,032828	0,036608
99	198	22,673333	10,756667	2,293333	0,035690	0,032819	0,036894
100	200	22,833333	10,666667	2,300000	0,035720	0,032810	0,037180

Таблица 4.6. Параметрические погрешности оси Oy

$n$	Oy, мм	$\delta_{yx}$ , мкм	$\delta_{yy}$ , мкм	$\delta_{yz}$ , мкм	$\varepsilon_{yx}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{yy}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{yz}$ , мкм/мм
0	0	-0,233333	6,883333	1,933333	-0,019160	0,007920	0,007690
1	2	-0,333333	7,346667	1,760000	-0,019294	0,008000	0,008048
2	4	-0,433333	7,810000	1,586667	-0,019428	0,008080	0,008406
3	6	-0,533333	8,273333	1,413333	-0,019562	0,008160	0,008764
4	8	-0,633333	8,736667	1,240000	-0,019696	0,008240	0,009122
5	10	-0,733333	9,200000	1,066667	-0,019830	0,008320	0,009480
6	12	-0,970000	9,780000	0,846667	-0,019970	0,008302	0,009706
7	14	-1,206667	10,360000	0,626667	-0,020110	0,008284	0,009932
8	16	-1,443333	10,940000	0,406667	-0,020250	0,008266	0,010158
9	18	-1,680000	11,520000	0,186667	-0,020390	0,008248	0,010384
10	20	-1,916667	12,100000	-0,033333	-0,020530	0,008230	0,010610
11	22	-1,960000	12,663333	-0,130000	-0,020538	0,008352	0,010790
12	24	-2,003333	13,226667	-0,226667	-0,020546	0,008474	0,010970
13	26	-2,046667	13,790000	-0,323333	-0,020554	0,008596	0,011150
14	28	-2,090000	14,353333	-0,420000	-0,020562	0,008718	0,011330
15	30	-2,133333	14,916667	-0,516667	-0,020570	0,008840	0,011510
16	32	-2,273333	15,536667	-0,513333	-0,020568	0,008934	0,011586
17	34	-2,413333	16,156667	-0,510000	-0,020566	0,009028	0,011662
18	36	-2,553333	16,776667	-0,506667	-0,020564	0,009122	0,011738
19	38	-2,693333	17,396667	-0,503333	-0,020562	0,009216	0,011814
20	40	-2,833333	18,016667	-0,500000	-0,020560	0,009310	0,011890
21	42	-2,980000	18,583333	-0,550000	-0,020634	0,009368	0,012112
22	44	-3,126667	19,150000	-0,600000	-0,020708	0,009426	0,012334
23	46	-3,273333	19,716667	-0,650000	-0,020782	0,009484	0,012556
24	48	-3,420000	20,283333	-0,700000	-0,020856	0,009542	0,012778
25	50	-3,566667	20,850000	-0,750000	-0,020930	0,009600	0,013000
26	52	-3,556667	21,450000	-0,770000	-0,021150	0,009520	0,013064
27	54	-3,546667	22,050000	-0,790000	-0,021370	0,009440	0,013128
28	56	-3,536667	22,650000	-0,810000	-0,021590	0,009360	0,013192
29	58	-3,526667	23,250000	-0,830000	-0,021810	0,009280	0,013256
30	60	-3,516667	23,850000	-0,850000	-0,022030	0,009200	0,013320
31	62	-3,626667	24,356667	-0,970000	-0,022192	0,009140	0,013498
32	64	-3,736667	24,863333	-1,090000	-0,022354	0,009080	0,013676
33	66	-3,846667	25,370000	-1,210000	-0,022516	0,009020	0,013854
34	68	-3,956667	25,876667	-1,330000	-0,022678	0,008960	0,014032
35	70	-4,066667	26,383333	-1,450000	-0,022840	0,008900	0,014210
36	72	-4,103333	26,913333	-1,436667	-0,022924	0,009088	0,014452
37	74	-4,140000	27,443333	-1,423333	-0,023008	0,009276	0,014694
38	76	-4,176667	27,973333	-1,410000	-0,023092	0,009464	0,014936
39	78	-4,213333	28,503333	-1,396667	-0,023176	0,009652	0,015178
40	80	-4,250000	29,033333	-1,383333	-0,023260	0,009840	0,015420
41	82	-4,256667	29,553333	-1,386667	-0,023206	0,009994	0,015696
42	84	-4,263333	30,073333	-1,390000	-0,023152	0,010148	0,015972

43	86	-4,270000	30,593333	-1,393333	-0,023098	0,010302	0,016248
44	88	-4,276667	31,113333	-1,396667	-0,023044	0,010456	0,016524
45	90	-4,283333	31,633333	-1,400000	-0,022990	0,010610	0,016800
46	92	-4,380000	32,150000	-1,390000	-0,023154	0,010612	0,016962
47	94	-4,476667	32,666667	-1,380000	-0,023318	0,010614	0,017124
48	96	-4,573333	33,183333	-1,370000	-0,023482	0,010616	0,017286
49	98	-4,670000	33,700000	-1,360000	-0,023646	0,010618	0,017448
50	100	-4,766667	34,216667	-1,350000	-0,023810	0,010620	0,017610
51	102	-4,710000	34,743333	-1,353333	-0,023928	0,010704	0,017782
52	104	-4,653333	35,270000	-1,356667	-0,024046	0,010788	0,017954
53	106	-4,596667	35,796667	-1,360000	-0,024164	0,010872	0,018126
54	108	-4,540000	36,323333	-1,363333	-0,024282	0,010956	0,018298
55	110	-4,483333	36,850000	-1,366667	-0,024400	0,011040	0,018470
56	112	-4,626667	37,373333	-1,433333	-0,024446	0,011028	0,018624
57	114	-4,770000	37,896667	-1,500000	-0,024492	0,011016	0,018778
58	116	-4,913333	38,420000	-1,566667	-0,024538	0,011004	0,018932
59	118	-5,056667	38,943333	-1,633333	-0,024584	0,010992	0,019086
60	120	-5,200000	39,466667	-1,700000	-0,024630	0,010980	0,019240
61	122	-5,300000	40,023333	-1,603333	-0,024754	0,011022	0,019342
62	124	-5,400000	40,580000	-1,506667	-0,024878	0,011064	0,019444
63	126	-5,500000	41,136667	-1,410000	-0,025002	0,011106	0,019546
64	128	-5,600000	41,693333	-1,313333	-0,025126	0,011148	0,019648
65	130	-5,700000	42,250000	-1,216667	-0,025250	0,011190	0,019750
66	132	-5,870000	42,730000	-1,063333	-0,025374	0,011164	0,019894
67	134	-6,040000	43,210000	-0,910000	-0,025498	0,011138	0,020038
68	136	-6,210000	43,690000	-0,756667	-0,025622	0,011112	0,020182
69	138	-6,380000	44,170000	-0,603333	-0,025746	0,011086	0,020326
70	140	-6,550000	44,650000	-0,450000	-0,025870	0,011060	0,020470
71	142	-6,730000	45,240000	-0,340000	-0,026022	0,011064	0,020628
72	144	-6,910000	45,830000	-0,230000	-0,026174	0,011068	0,020786
73	146	-7,090000	46,420000	-0,120000	-0,026326	0,011072	0,020944
74	148	-7,270000	47,010000	-0,010000	-0,026478	0,011076	0,021102
75	150	-7,450000	47,600000	0,100000	-0,026630	0,011080	0,021260
76	152	-7,560000	48,093333	0,223333	-0,026876	0,011092	0,021334
77	154	-7,670000	48,586667	0,346667	-0,027122	0,011104	0,021408
78	156	-7,780000	49,080000	0,470000	-0,027368	0,011116	0,021482
79	158	-7,890000	49,573333	0,593333	-0,027614	0,011128	0,021556
80	160	-8,000000	50,066667	0,716667	-0,027860	0,011140	0,021630
81	162	-8,083333	50,543333	0,833333	-0,028044	0,011230	0,021914
82	164	-8,166667	51,020000	0,950000	-0,028228	0,011320	0,022198
83	166	-8,250000	51,496667	1,066667	-0,028412	0,011410	0,022482
84	168	-8,333333	51,973333	1,183333	-0,028596	0,011500	0,022766
85	170	-8,416667	52,450000	1,300000	-0,028780	0,011590	0,023050
86	172	-8,560000	52,976667	1,433333	-0,028964	0,011634	0,023218
87	174	-8,703333	53,503333	1,566667	-0,029148	0,011678	0,023386
88	176	-8,846667	54,030000	1,700000	-0,029332	0,011722	0,023554
89	178	-8,990000	54,556667	1,833333	-0,029516	0,011766	0,023722
90	180	-9,133333	55,083333	1,966667	-0,029700	0,011810	0,023890
91	182	-9,223333	55,616667	2,066667	-0,029864	0,011820	0,023958
92	184	-9,313333	56,150000	2,166667	-0,030028	0,011830	0,024026

93	186	-9,403333	56,683333	2,266667	-0,030192	0,011840	0,024094
94	188	-9,493333	57,216667	2,366667	-0,030356	0,011850	0,024162
95	190	-9,583333	57,750000	2,466667	-0,030520	0,011860	0,024230
96	192	-9,733333	58,283333	2,576667	-0,030644	0,011740	0,024236
97	194	-9,883333	58,816667	2,686667	-0,030768	0,011620	0,024242
98	196	-10,033333	59,350000	2,796667	-0,030892	0,011500	0,024248
99	198	-10,183333	59,883333	2,906667	-0,031016	0,011380	0,024254
100	200	-10,333333	60,416667	3,016667	-0,031140	0,011260	0,024260

Таблица 4.7. Параметрические погрешности оси Oz

$n$	Oz, мм	$\delta_{zx}$ , мкм	$\delta_{zy}$ , мкм	$\delta_{zz}$ , мкм	$\varepsilon_{zx}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{zy}$ , мкм/мм	$\varepsilon_{zz}$ , мкм/мм
0	0	-4,133333	14,600000	1,100000	0,001190	0,009470	-0,005530
1	2	-3,966667	14,536667	0,780000	0,000962	0,009454	-0,005546
2	4	-3,800000	14,473333	0,460000	0,000734	0,009438	-0,005562
3	6	-3,633333	14,410000	0,140000	0,000506	0,009422	-0,005578
4	8	-3,466667	14,346667	-0,180000	0,000278	0,009406	-0,005594
5	10	-3,300000	14,283333	-0,500000	0,000050	0,009390	-0,005610
6	12	-3,110000	14,266667	-0,216667	-0,000066	0,009418	-0,005582
7	14	-2,920000	14,250000	0,066667	-0,000182	0,009446	-0,005554
8	16	-2,730000	14,233333	0,350000	-0,000298	0,009474	-0,005526
9	18	-2,540000	14,216667	0,633333	-0,000414	0,009502	-0,005498
10	20	-2,350000	14,200000	0,916667	-0,000530	0,009530	-0,005470
11	22	-2,153333	14,256667	0,706667	-0,000584	0,009634	-0,005366
12	24	-1,956667	14,313333	0,496667	-0,000638	0,009738	-0,005262
13	26	-1,760000	14,370000	0,286667	-0,000692	0,009842	-0,005158
14	28	-1,563333	14,426667	0,076667	-0,000746	0,009946	-0,005054
15	30	-1,366667	14,483333	-0,133333	-0,000800	0,010050	-0,004950
16	32	-1,183333	14,513333	-0,233333	-0,000576	0,010086	-0,004914
17	34	-1,000000	14,543333	-0,333333	-0,000352	0,010122	-0,004878
18	36	-0,816667	14,573333	-0,433333	-0,000128	0,010158	-0,004842
19	38	-0,633333	14,603333	-0,533333	0,000096	0,010194	-0,004806
20	40	-0,450000	14,633333	-0,633333	0,000320	0,010230	-0,004770
21	42	-0,293333	14,623333	-1,633333	0,000632	0,010198	-0,004802
22	44	-0,136667	14,613333	-2,633333	0,000944	0,010166	-0,004834
23	46	0,020000	14,603333	-3,633333	0,001256	0,010134	-0,004866
24	48	0,176667	14,593333	-4,633333	0,001568	0,010102	-0,004898
25	50	0,333333	14,583333	-5,633333	0,001880	0,010070	-0,004930
26	52	0,526667	14,576667	-6,240000	0,002140	0,010014	-0,004986
27	54	0,720000	14,570000	-6,846667	0,002400	0,009958	-0,005042
28	56	0,913333	14,563333	-7,453333	0,002660	0,009902	-0,005098
29	58	1,106667	14,556667	-8,060000	0,002920	0,009846	-0,005154
30	60	1,300000	14,550000	-8,666667	0,003180	0,009790	-0,005210
31	62	1,383333	14,410000	-9,300000	0,003586	0,009942	-0,005058
32	64	1,466667	14,270000	-9,933333	0,003992	0,010094	-0,004906
33	66	1,550000	14,130000	-10,566667	0,004398	0,010246	-0,004754
34	68	1,633333	13,990000	-11,200000	0,004804	0,010398	-0,004602
35	70	1,716667	13,850000	-11,833333	0,005210	0,010550	-0,004450
36	72	1,806667	13,753333	-11,433333	0,005504	0,010446	-0,004554
37	74	1,896667	13,656667	-11,033333	0,005798	0,010342	-0,004658

38	76	1,986667	13,560000	-10,633333	0,006092	0,010238	-0,004762
39	78	2,076667	13,463333	-10,233333	0,006386	0,010134	-0,004866
40	80	2,166667	13,366667	-9,833333	0,006680	0,010030	-0,004970
41	82	2,166667	13,230000	-9,483333	0,007074	0,010082	-0,004918
42	84	2,166667	13,093333	-9,133333	0,007468	0,010134	-0,004866
43	86	2,166667	12,956667	-8,783333	0,007862	0,010186	-0,004814
44	88	2,166667	12,820000	-8,433333	0,008256	0,010238	-0,004762
45	90	2,166667	12,683333	-8,083333	0,008650	0,010290	-0,004710
46	92	2,183333	12,500000	-7,923333	0,008848	0,010352	-0,004648
47	94	2,200000	12,316667	-7,763333	0,009046	0,010414	-0,004586
48	96	2,216667	12,133333	-7,603333	0,009244	0,010476	-0,004524
49	98	2,233333	11,950000	-7,443333	0,009442	0,010538	-0,004462
50	100	2,250000	11,766667	-7,283333	0,009640	0,010600	-0,004400
51	102	2,250000	11,506667	-6,930000	0,009910	0,010656	-0,004344
52	104	2,250000	11,246667	-6,576667	0,010180	0,010712	-0,004288
53	106	2,250000	10,986667	-6,223333	0,010450	0,010768	-0,004232
54	108	2,250000	10,726667	-5,870000	0,010720	0,010824	-0,004176
55	110	2,250000	10,466667	-5,516667	0,010990	0,010880	-0,004120
56	112	2,173333	10,200000	-4,963333	0,011404	0,011012	-0,003988
57	114	2,096667	9,933333	-4,410000	0,011818	0,011144	-0,003856
58	116	2,020000	9,666667	-3,856667	0,012232	0,011276	-0,003724
59	118	1,943333	9,400000	-3,303333	0,012646	0,011408	-0,003592
60	120	1,866667	9,133333	-2,750000	0,013060	0,011540	-0,003460
61	122	1,736667	8,886667	-2,253333	0,012996	0,011384	-0,003616
62	124	1,606667	8,640000	-1,756667	0,012932	0,011228	-0,003772
63	126	1,476667	8,393333	-1,260000	0,012868	0,011072	-0,003928
64	128	1,346667	8,146667	-0,763333	0,012804	0,010916	-0,004084
65	130	1,216667	7,900000	-0,266667	0,012740	0,010760	-0,004240
66	132	1,080000	7,716667	-0,106667	0,012948	0,010822	-0,004178
67	134	0,943333	7,533333	0,053333	0,013156	0,010884	-0,004116
68	136	0,806667	7,350000	0,213333	0,013364	0,010946	-0,004054
69	138	0,670000	7,166667	0,373333	0,013572	0,011008	-0,003992
70	140	0,533333	6,983333	0,533333	0,013780	0,011070	-0,003930
71	142	0,513333	6,830000	0,070000	0,013778	0,010988	-0,004012
72	144	0,493333	6,676667	-0,393333	0,013776	0,010906	-0,004094
73	146	0,473333	6,523333	-0,856667	0,013774	0,010824	-0,004176
74	148	0,453333	6,370000	-1,320000	0,013772	0,010742	-0,004258
75	150	0,433333	6,216667	-1,783333	0,013770	0,010660	-0,004340
76	152	0,493333	6,043333	-2,796667	0,013800	0,010630	-0,004370
77	154	0,553333	5,870000	-3,810000	0,013830	0,010600	-0,004400
78	156	0,613333	5,696667	-4,823333	0,013860	0,010570	-0,004430
79	158	0,673333	5,523333	-5,836667	0,013890	0,010540	-0,004460
80	160	0,733333	5,350000	-6,850000	0,013920	0,010510	-0,004490
81	162	0,726667	5,153333	-6,240000	0,013952	0,010562	-0,004438
82	164	0,720000	4,956667	-5,630000	0,013984	0,010614	-0,004386
83	166	0,713333	4,760000	-5,020000	0,014016	0,010666	-0,004334
84	168	0,706667	4,563333	-4,410000	0,014048	0,010718	-0,004282
85	170	0,700000	4,366667	-3,800000	0,014080	0,010770	-0,004230
86	172	0,683333	4,213333	-3,483333	0,014010	0,010632	-0,004368
87	174	0,666667	4,060000	-3,166667	0,013940	0,010494	-0,004506

88	176	0,650000	3,906667	-2,850000	0,013870	0,010356	-0,004644
89	178	0,633333	3,753333	-2,533333	0,013800	0,010218	-0,004782
90	180	0,616667	3,600000	-2,216667	0,013730	0,010080	-0,004920
91	182	0,596667	3,493333	-1,560000	0,013624	0,010190	-0,004810
92	184	0,576667	3,386667	-0,903333	0,013518	0,010300	-0,004700
93	186	0,556667	3,280000	-0,246667	0,013412	0,010410	-0,004590
94	188	0,536667	3,173333	0,410000	0,013306	0,010520	-0,004480
95	190	0,516667	3,066667	1,066667	0,013200	0,010630	-0,004370
96	192	0,436667	2,983333	0,470000	0,013136	0,010596	-0,004404
97	194	0,356667	2,900000	-0,126667	0,013072	0,010562	-0,004438
98	196	0,276667	2,816667	-0,723333	0,013008	0,010528	-0,004472
99	198	0,196667	2,733333	-1,320000	0,012944	0,010494	-0,004506
100	200	0,116667	2,650000	-1,916667	0,012880	0,010460	-0,004540

Повторим эксперимент таблицы 4.3 с новой сеткой разбиения рабочего пространства.

Таблица 4.8. Вычислительный эксперимент при  $q_d = \begin{bmatrix} 130 \\ 140 \\ 106 \end{bmatrix}$ ,  $K = 1.5$

$l$	$m$	$q_{tr}$
1	7	$\begin{bmatrix} 130.178 \\ 140.167 \\ 106.156 \end{bmatrix}$
0.5	4	$\begin{bmatrix} 130.236 \\ 140.269 \\ 106.239 \end{bmatrix}$
0.1	27	$\begin{bmatrix} 130.016 \\ 140.041 \\ 106.021 \end{bmatrix}$
0.05	55	$\begin{bmatrix} 130.023 \\ 139.946 \\ 105.878 \end{bmatrix}$
0.015	187	$\begin{bmatrix} 129.983 \\ 140.075 \\ 106.041 \end{bmatrix}$

В результате данного натурального эксперимента получены значения близкие к целевой точке, а также получил подтверждение выбор оптимальных параметров для астатического закона движения: при  $K = 1.5$ ,  $l = 0.1$  – наилучший результат.

Проведем экспериментальное исследование в кубе  $200 \times 200 \times 200$  мм по семи опорным контрольным точкам из параграфа 2.8. Предварительно были вычислены решения ОЗК для этих точек, результаты представлены в таблице 4.9.

Таблица 4.9. Результаты вычислительного эксперимента при  $l = 0.1$ ,  $K = 1.5$

$x_d / y_d / z_d$	$m$	$q$
110/170/185	28	[109.778] [169.800] [184.887]
198/196/140	29	[197.675] [195.849] [139.842]
130/140/106	27	[129.845] [139.863] [105.839]
50/50/50	20	[49.917] [49.907] [49.905]
133/198/176	29	[133.092] [197.677] [175.851]
80/112/118	26	[79.816] [111.904] [117.924]
108/136/168	28	[107.774] [135.847] [167.909]

Полученные значения обобщенных координат семи целевых точек были загружены в управляющие программы, проведены движения станка, и перемещения измерены с помощью лазерного трекера.

При этом проведено сравнение алгоритмов движения, показанное в таблице 4.10:  $\Delta_n$  – результат движения без коррекции обрабатывающего центра,  $\Delta_{dg}$  – результат с коррекцией по тангенциальному квазидифференциальному методу,  $\Delta_{kd}$

– результат по квазидифференциальному методу повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей.

Таблица 4.10. Обработка экспериментальных данных

$x_a/y_a/z_a$	$\Delta_n$	$\Delta_{dg}$	$\Delta_{kd}$
110/170/185	0,342	0,138	0,036
198/196/140	0,436	0,168	0,041
130/140/106	0,289	0,101	0,029
50/50/50	0,132	0,044	0,015
133/198/176	0,377	0,134	0,042
80/112/118	0,240	0,042	0,019
108/136/168	0,282	0,052	0,026
$\Sigma\Delta$	2,098	0,679	0,208

Таким образом, при применении тангенциального квазидифференциального метода коррекции перемещений рабочих органов объёмная точность станка по совокупности результатов в выбранных контрольных точках повысилась на 67,6 %; при применении квазидифференциального метода повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей – на 90,1 %.

#### 4.5 Выводы по главе 4

1. Теоретическое решение обратной задачи кинематики в условиях прецизионной точности, основанное на трассировке траектории в целевую позицию с помощью астатического закона управления движением станка, эффективно при модели состояния технологического пространства, построенной методом лазерной интерферометрии.

2. Алгоритм закона управления движением станка является двухпараметрическим, при этом рациональные параметры управления существенно зависят от величины шагов модели рабочего пространства по осям системы приводов.

3. Применение квазидифференциального метода повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей приводит на совокупности контрольных точек к ошибке, на порядок меньшей аналогичной величины без коррекции перемещения трехкоординатного обрабатывающего центра. При этом объёмная точность повышается на 90 %.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для дальнейшего совершенствования и расширения функциональных возможностей многокоординатных металлорежущих станков в цифровом машиностроении необходимо достижение требований прецизионной точности позиционирования рабочих органов в технологических процессах обработки и контроля. Большинство многокоординатных обрабатывающих центров современного машиностроения имеют кинематику транспортных степеней подвижности телескопического типа (портальную кинематику), в которой система физических осей движения не является идеальной системой взаимно ортогональных прямолинейных осей. При управлении перемещением рабочего органа станка это приводит к появлению неконтролируемых погрешностей и, как следствие, уменьшению точности выхода в целевые позиции. Для контроля погрешностей в целях их коррекции в современных условиях, когда процессы изготовления станков достигают пределов своих ресурсов по совершенствованию собственно производственных технологий, необходима разработка соответствующих методов и алгоритмов по повышению объёмной точности станков средствами цифровой коррекции.

1. Выполнена научно-квалификационная работа, в которой предложено решение актуальной для современных технологий машиностроения задачи повышения объёмной точности многокоординатного технологического оборудования, расширяющее функциональные возможности в области повышения качества и снижения трудоемкости изготовления продукции.

2. На базе теории конечных поворотов разработана нелинейная 2-го порядка математическая модель объёмной точности трёхкоординатного обрабатывающего центра, построенная на сетке параметрических погрешностей, оцениваемых способом лазерной интерферометрии. Данная математическая модель позволила аналитически обосновать допустимый порядок малости учитываемых функций базисных погрешностей в вычислительных задачах в области объёмной точности многокоординатных систем.

3. Подтверждением этому служит проведённый эксперимент по анализу объёмной точности комплекса СТАН S500, в котором было обоснованно показано, что в диапазоне угловых погрешностей до 2,5 угловых минут учёт квадратичных членов модели не дает результатов. Это позволяет ограничиться в вычислительных задачах прецизионной объёмной точности металлорежущих станков в производственных процессах рассмотрением величин погрешностей не выше 1-ого порядка малости без последующего оценивания величины вычислительной ошибки, что существенно уменьшает трудоемкость проектных процедур подготовки производства.

4. В условиях дифференциальной концепции траекторий в рабочем пространстве станка разработан метод повышения геометрической точности перемещений его рабочего органа, основанный на математической процедуре калибровки кинематики с помощью лазерного трекера. Разработанный метод имеет практическую значимость ввиду отсутствия необходимости реализации сложных математических процедур, при котором, тем не менее, получаются значимые результаты по повышению объёмной точности.

5. Разработаны методы решения обратной задачи кинематики в криволинейной системе координат, учитывающие специфику лазерных измерительных систем, используемых в составе обрабатывающих центров. Экспериментальные исследования показали эффективность разработанных методов: наибольшую эффективность имеет квазидифференциальный метод на основе таблиц параметрических погрешностей в рабочем пространстве станка, основанный на численном вычислении криволинейных интегралов при астатическом законе управления движением. Как показал эксперимент на обрабатывающем центре СТАН S500, применение данного метода позволяет достичь повышения объёмной точности многокоординатного обрабатывающего центра до 90 % и даже выше.

6. Разработана программа решения обратной задачи кинематики в криволинейной системе координат, моделирующей систему физических осей движения многокоординатного технологического оборудования. При

проектировании нового оборудования цифрового машиностроения данная программа может быть положена в основу функционирования постпроцессора управления современными станками, робототехнологическими и контрольно-измерительными комплексами в условиях высокоточного позиционирования в сложных производственных процессах обработки и контроля продукции.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

<b>ТОЦ</b>	трёхкоординатный обрабатывающий центр
<b>ЛИИС</b>	лазерная интерференционная измерительная система
<b>КИМ</b>	координатно-измерительная машина
<b>ОЗК</b>	обратная задача кинематики
<b>ПК</b>	персональный компьютер
<b>ПО</b>	программное обеспечение
<b>ОТ</b>	объёмная точность
<b>ЧПУ</b>	числовое программное управление
<b>ПИ</b>	полюс инструмента
<b>СФД</b>	система физического движения
<b>ИС</b>	измерительная система
<b>ОП</b>	объёмные погрешности
<b>ИЧ</b>	интервальное число
<b>КОГП</b>	коррекция объёмных геометрических погрешностей
<b>КМТПП</b>	квазидифференциальный метод повышения точности на основе таблиц параметрических погрешностей

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – Москва: Наука, 1988. – 640 с.
2. Андрейчиков, Б. И. Методы коррекции динамических ошибок в станках с программным управлением / Б. И. Андрейчиков // Автоматика и телемеханика. – 1962. – № 9. – С. 1165-1178.
3. Базров, Б. М. Расчет точности машин на ЭВМ / Б. М. Базров. – Москва: Машиностроение, 1984. – 256 с.
4. Боресков, А. В. Компьютерная графика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. В. Боресков, Е. В. Шикин. – Москва: Юрайт, 2020. – 219 с. – ISBN 978-5-534-11630-4.
5. Бржозовский, Б. М. Управление системами и процессами: учебник / Б. М. Бржозовский, В. В. Мартынов, А. Г. Схиртладзе. – 4-е изд., перераб. и доп. – Старый Оскол: ТНТ, 2021. – 296 с. – ISBN 978-5-94178-212-3.
6. Бруевич, Н. Г. О точности механизмов / Н. Г. Бруевич. – Москва: Академия наук СССР, 1941. – 52 с.
7. Воронов, А. А. Введение в динамику сложных управляемых систем / А. А. Воронов. – Москва: Наука, 1985. – 351 с.
8. Гаврилов, В. А. Повышение точности механической обработки на многофункциональном оборудовании на основе моделирования динамических погрешностей: специальность 05.02.08 «Технология машиностроения»: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Гаврилов, Виктор Александрович. – Омск, 2007. – 419 с.
9. ГОСТ 25443-82. Станки металлорежущие. Образцы-изделия для проверки точности обработки. Общие технические требования: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 9 сентября 1932 г. № 3576: дата введения 1983-07-01. – Москва: Издательство стандартов, 1982. – 5 с.

- 10.ГОСТ 25889.1-83. Станки металлорежущие. Методы проверки круглости образца-изделия: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлениями Государственного комитета СССР по стандартам от 28 июля 1983 № 3513-3515: дата введения 1984-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1983. – 3 с.
- 11.ГОСТ 25889.2-83. Станки металлорежущие. Методы проверки параллельности двух плоских поверхностей образца-изделия: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 38 июля 1983 г. № 3514: дата введения 1984-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1983. – 8 с.
- 12.ГОСТ 25889.3-83. Станки металлорежущие. Методы проверки перпендикулярности двух плоских поверхностей образца-изделия: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 28 июля 1983 г. № 3515: дата введения 1984-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1983. – 13 с.
- 13.ГОСТ 25889.4-86. Станки металлорежущие. Методы проверки постоянства диаметров образца-изделия: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 11 мая 1986 г. № 1202: дата введения 1987-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1986. – 5 с.
- 14.ГОСТ 26189-84. Станки металлорежущие. Метод комплексной проверки параллельности и прямолинейности двух плоских поверхностей образца-изделия: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 11 мая 1984 г. № 1602: дата введения 1985-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1984. – 5 с.
- 15.ГОСТ 26190-84. Станки металлорежущие. Методы проверки постоянства размеров цилиндрических образцов-изделий в пределах одной партии: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением

- Государственного комитета СССР по стандартам от 11 мая 1984 г. № 1603: дата введения 1985-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1984. – 8 с.
- 16.ГОСТ 26542-85. Станки металлорежущие. Методы проверки торцового биения поверхностей образца-изделия: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 29 апреля 1985 г. № 1284: дата введения 1985-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 1984. – 4 с.
- 17.ГОСТ 27843-2006. Испытания станков. Определение точности и повторяемости позиционирования осей с числовым программным управлением: издание официальное: утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 24 мая 2007 г. № 102: дата введения 2008-01-01. – Москва: Стандартиформ, 2007. – 12 с.
- 18.ГОСТ 8-82 Станки металлорежущие. Общие требования к испытаниям на точность: издание официальное: утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 23.09.82 № 3728: дата введения 1983-07-01. – Москва: Издательство стандартов, 1982. – 11 с.
- 19.ГОСТ Р ИСО 10791-1-2009. Центры обрабатывающие. Часть 1. Контроль геометрической точности станков с горизонтальным шпинделем и дополнительными шпиндельными головками (вертикальная ось Z) : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 18 июня 2009 г. N 205-ст : дата введения 2010-07-01. – Москва : Стандартиформ, 2010. – 58 с.
- 20.ГОСТ ISO 10791-2-2013. Центры обрабатывающие. Часть 2. Контроль геометрической точности станков с вертикальным шпинделем и дополнительными шпиндельными головками (вертикальная ось Z) : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 13 марта 2014 г.

- № 136-ст : дата введения 2015-01-01. – Москва : Стандартиформ, 2014. – 41 с.
- 21.ГОСТ ISO/TR 16907-2017. Станки металлорежущие. Коррекция геометрических погрешностей с помощью ЧПУ: издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 7 ноября 2018 г. № 937-ст: дата введения 2019-03-01. – Москва : Стандартиформ, 2020. – 32 с.
- 22.Детали и механизмы металлорежущих станков / под ред. Д. Н. Решетова. – Москва: Машиностроение, 1972. – 664 с.
- 23.Кобринский, А. Е. Классификация систем управления станками по информационным признакам / А. Е. Кобринский, Е. И. Левковский, Н. А. Серков // Станки и инструмент. – 1971. – № 1. – С. 1-4.
- 24.Крайнев, А. Ф. Механика от греческого *mēchanicē (téchnē)* – искусство построения машин: фундаментальный словарь / А. Ф. Крайнев. – Москва: Машиностроение, 2000. – 904 с. – ISBN 5-217-03088-7.
- 25.Кузнецов, А. П. Геометрическая точность металлорежущих станков: компенсация, коррекция, управление. Часть 1 / А. П. Кузнецов // Станкоинструмент. – 2020. – № 1(18). – С. 40-47.
- 26.Кузнецов, А. П. Геометрическая точность металлорежущих станков: компенсация, коррекция, управление. Часть 2 / А. П. Кузнецов // Станкоинструмент. – 2020. – № 2(19). – С. 38-45.
- 27.Кузнецов, А. П. Направления развития металлорежущих станков: системные принципы. Часть 1 / А. П. Кузнецов // Станкоинструмент. – 2020. – № 3(20). – С. 30-41.
- 28.Кузнецов, А. П. Направления развития металлорежущих станков: системные принципы. Часть 2 / А. П. Кузнецов // Станкоинструмент. – 2020. – № 4(21). – С. 36-46.
- 29.Кузнецов, А. П. Тепловое поведение и точность металлорежущих станков / А. П. Кузнецов. – Москва: Янус-К, 2011. – 256 с. – ISBN 978-5-8037-0517-8.

- 30.Лакеев, А. В. Существование и единственность алгебраических решений интервальных линейных систем в полной арифметике Каухера / А. В. Лакеев // Вычислительные технологии. – 1999. – Т. 4, № 4. – С. 33-44.
- 31.Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – Москва: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.
- 32.Мастеренко, Д. А. Дифференциально-геометрическая модель объёмной точности многокоординатных машин / Д. А. Мастеренко // Тезисы докладов конференции «Самарские чтения SR-2021». – Москва, 2022. – С. 164-166.
- 33.Мастеренко, Д. А. Построение математической модели геометрической объёмной точности многокоординатных технологических и измерительных машин на основе понятий дифференциальной геометрии / Д. А. Мастеренко // Вестник ТОГУ. – 2021. – № 4 (63). – С. 17-28.
- 34.Мастеренко, Д. А. Прямые измерения. Статистическая обработка результатов: учебное пособие / Д. А. Мастеренко. – Москва: Издательские решения, 2020. – 102 с. – ISBN 978-5-4498-2519-3.
- 35.Набока, Е. В. Анализ погрешностей измерений на координатно – измерительных машинах / Е. В. Набока, В. В. Лысюк // Вестник НТУ «ХПИ». – 2010. – С. 84-88.
- 36.Определение систематических ошибок, возникающих при измерениях лазерным трекером / Д. В. Антипов, О. С. Ефремкин, В. Н. Самохвалов, Е. В. Еськина // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. – № 11. – С. 531-538.
- 37.Пимушкин, Я. И. Коррекция объёмной точности порталной системы с помощью лазерного трекера / Я. И. Пимушкин, М. М. Стебулянин // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2023. – № 1(64). – С. 80-86.
- 38.Пимушкин, Я. И. Сравнительный анализ подходов коррекции объёмной точности машин с порталной кинематикой / Я. И. Пимушкин, М. М. Стебулянин, М. А. Харьков // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2023. – № 3(66). – С. 95-102.

39. Решетов, Д. Н. Точность металлорежущих станков / Д. Н. Решетов, В. Т. Портман. – Москва: Машиностроение, 1986. – 336 с.
40. Рыбак, Л. А. Эффективные методы решения задач кинематики и динамики работа-станка параллельной структуры / Л. А. Рыбак, В. В. Ержуков, А. В. Чичварин. – Москва: Физматлит, 2011. – 147 с. – ISBN 978-5-9221-1296-3.
41. Рыбалко, А. П. Адаптивные, диагностические и программные возможности универсальной системы ЧПУ FlexNC / А. П. Рыбалко, С. А. Рыбалко // Автоматизация в промышленности. – 2010. – № 5. – С. 21-26.
42. Серков, Н. А. Классификация координатно-измерительных машин / Н. А. Серков // Оборудование с числовым программным управлением. – 1981. – № 10. – С. 8-10.
43. Серков, Н. А. Методы и средства измерений объёмной точности многокоординатных станков с ЧПУ / Н. А. Серков // Вестник научно-технического развития. – 2012. – № 3 (55). – С. 26-46.
44. Серков, Н. А. Методы и средства измерения интегрального отклонения взаимного положения рабочих органов многокоординатных станков с ЧПУ / Н. А. Серков // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2012. – № 4. – С. 112-124.
45. Серков, Н. А. Методы и средства измерения первичных отклонений звеньев механизмов несущей системы многокоординатных станков с ЧПУ / Н. А. Серков, И. В. Никуличев // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2012. – № 2. – С. 43-51.
46. Серков, Н. А. Первичные отклонения звеньев механизмов с поступательными и вращательными парами / Н. А. Серков // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2011. – № 2. – С. 15-21.
47. Серков, Н. А. Точность многокоординатных машин с ЧПУ. Теоретические и экспериментальные основы / Н. А. Серков. – Москва: Ленанд, 2015. – 304 с.
48. Серков, Н. А. Точность многокоординатных машин с ЧПУ: теория, эксперимент, практика: специальность 05.02.18 «Теория механизмов и

- машин»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Серков Николай Алексеевич; ИМАШ РАН. – Москва, 2017. – 335 с.
49. Сизиков, В. С. Устойчивые методы обработки результатов измерений / В. С. Сизиков. – Санкт-Петербург: СпецЛит, 1999. – 240 с. – ISBN 5-7325-0611-X.
50. Слепцов, В. В. Информационно-измерительные и управляющие системы координатно-измерительных машин и измерительных роботов. Концепция проектирования / В. В. Слепцов, А. В. Тихонравов, Р. Ю. Курдюков. – Москва: МГУПИ, 2008. – 96 с.
51. Смышляева, А. А. Современные технологии в Индустрии 4.0 – киберфизические системы / А. А. Смышляева, К. М. Резникова, Д. В. Савченко // Отходы и ресурсы: интернет-журнал. – 2020. – № 3. – URL: <https://resources.today/PDF/02INOR320.pdf> (дата обращения: 26.06.2023).
52. Создание высокопроизводительных систем управления движением роботов и многокоординатных технологических машин / А. А. Зеленский, Т. Х. Абдуллин, Ю. В. Илюхин, М. А. Харьков // Материалы XII мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2019): материалы XII мультиконференции. В четырех томах, Дивноморское, Геленджик, 23–28 сентября 2019 года. Том 2. – Дивноморское, Геленджик: Издательство Южного федерального университета, 2019. – С. 140-142.
53. Соколов, В. А. Повышение объёмной геометрической точности многокоординатных измерительных и технологических систем на основе цифровой трансформации программного управления по результатам лазерных интерференционных измерений: специальность 05.11.16 «Информационно-измерительные и управляющие системы»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Соколов Владимир Александрович; МГТУ «СТАНКИН». – Москва, 2022. – 174 с.
54. Стебулянин, М. М. Решение уравнения Родрига в задачах моделирования объёмной геометрической точности многокоординатных технологических и измерительных систем / М. М. Стебулянин, Я. И. Пимушкин // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2021. – № 3(58). – С. 49-55.

- 55.Телешевский, В. И. Автоматическая коррекция объёмных геометрических погрешностей программно-управляемых измерительных и технологических систем / В. И. Телешевский, В. А. Соколов // Измерительная техника. – 2015. – № 7. – С. 14-17.
- 56.Телешевский, В. И. Влияние нагрузок на лазерную коррекцию объёмной точности многокоординатных технологических и измерительных системы / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2020. – № 2(53). – С. 8-13.
- 57.Телешевский, В. И. Измерительная информатика в машиностроении (окончание) // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2008. – № 2. – С. 41-45.
- 58.Телешевский, В. И. Измерительная информатика в машиностроении / В. И. Телешевский // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2008. – № 1. – С. 33-38.
- 59.Телешевский, В. И. К проблеме лазерной коррекции объёмной погрешности многокоординатных систем / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // Проблемы машиноведения: материалы III Международной научно-технической конференции. В 2-х частях / научный редактор П. Д. Балакин. – Москва, 2019. – С. 249-253.
- 60.Телешевский, В. И. Лазерная измерительная информационная система для повышения точности многокоординатных станков с ЧПУ / В. И. Телешевский, В. А. Соколов // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2011. – № 4(16). – С. 8-10.
- 61.Телешевский, В. И. Лазерная коррекция геометрических погрешностей многокоординатных систем с программным управлением / В. И. Телешевский, В. А. Соколов // Измерительная техника. – 2012. – № 5. – С. 33-37.
- 62.Телешевский, В. И. Лазерное исследование миграции «нулевой точки» многокоординатных систем под воздействием статической нагрузки / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // СТИН. – 2019. – № 7. – С. 25-28.

- 63.Телешевский, В. И. Определение объёмной геометрической точности многокоординатных машин методами лазерной интерферометрии с программной коррекцией погрешностей / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // Автоматизация и управление в машиностроении. – 2018. – № 2 (31). – С. 36-46.
- 64.Телешевский, В. И. Повышение объёмной точности многокоординатных измерительных и технологических систем при статических нагрузках методом лазерной коррекции / В. И. Телешевский, Я. И. Пимушкин, В. А. Соколов // Цифровая экономика: оборудование, управление, человеческий капитал: материалы всероссийской научно-практической конференции, Вологда, 26 декабря 2017 года. – Вологда: Маркер, 2017. – С. 60-65.
- 65.Телешевский, В. И. Повышение объёмной точности многокоординатных систем на основе лазерной программной коррекции погрешности / В. И. Телешевский, В. А. Соколов // Измерительная техника. – 2013. – № 12. – С. 19-23.
- 66.Телешевский, В. И. Повышение точности многокоординатных технологических и измерительных систем на основе лазерной коррекции объёмных геометрических погрешностей / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2018. – № 4. – С. 99-104.
- 67.Телешевский, В. И. Повышение точности многокоординатных технологических и измерительных систем на основе лазерной коррекции объёмных геометрических погрешностей / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // Метрология, стандартизация, качество: теория и практика: материалы Международной научно-технической конференции. – Москва, 2017. – С. 75-84.
- 68.Телешевский, В. И. Повышение точности многокоординатных технологических и измерительных систем на основе лазерной коррекции объёмных геометрических погрешностей / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, Я. И. Пимушкин // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного

продукта (CAD/CAM/PDM – 2017) : материалы XVII международной научно-практической конференции. – Москва, 2017. – С. 208-212.

- 69.Телешевский, В. И. Программная коррекция объёмных геометрических погрешностей многокоординатных машин / В. И. Телешевский, В. А. Соколов // Динамика систем, механизмов и машин. – 2016. – № 1. – С. 389-395.
- 70.Телешевский, В. И. Способ автоматической коррекции объёмных погрешностей многокоординатных систем на основе лазерных интерференционных измерений / В. И. Телешевский, В. А. Соколов, В. А. Темников // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM — 2014) : материалы 14-й международной конференции / под ред. А. В. Толока. – Москва, 2014. – С. 47-51.
- 71.Теория автоматического управления. Часть 1: учебник для технических вузов по специальности «Автоматика и телемеханика» / Н. А. Бабаков, А. А. Воронова, Г. А. Дидук. – 2-е испр. и доп. – Москва: Высшая школа, 1986. – 367 с.
- 72.Ткачев, К. Н. Лазерная координатно-измерительная система FARO Laser Tracker / К. Н. Ткачев // Контроль. Диагностика. – 2006. – № 12. – С. 59-61.
- 73.Федотёнок, А. А. Кинематическая структура металлорежущих станков / А. А. Федотёнок. – Москва: Машиностроение, 1970. – 408 с.
- 74.Шелег, В. К. Технологическое обеспечение параметров точности и качества сложнопрофильных деталей при высокоскоростной многокоординатной обработке / В. К. Шелег, А. Ф. Присевок, П. Н. Клавсуть // Вестник Белорусского национального технического университета. – 2009. – № 5. – С. 22-31.
- 75.A new conceptual approach for systematic error correction in CNC machine tools minimizing worst case prediction error / N. Chung, L. J., Bohez, G. Belforte [et al.] // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2012. – № 60. – P. 211-224.

76. A universal modeling method for enhancement the volumetric accuracy of CNC machine tools / J. W. Fan, J. L. Guan, W. C. Wang [et al.] // *Journal of Materials Processing Technology*. – 2002. – № 129. – P. 624-628.
77. Ahn, K. G. An analysis of the volumetric error uncertainty of a three-axis machine tool by beta distribution / K. G. Ahn, D.W. Cho // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2000. – № 40. – P. 2235-2248.
78. An Analysis Methodology for Stochastic Characteristic of Volumetric Error in Multiaxis CNC Machine Tool / Q. Cheng, C. Wu, P. Gu [et al.] // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2013. – URL: <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2013/863283/> (дата обращения: 26.06.2023).
79. Andolfatto, L. Adaptive Monte Carlo applied to uncertainty estimation in five axis machine tool link errors identification with thermal disturbance / L. Andolfatto, J. R. Mayer, S. Lavernhe // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2011. – № 51. – P. 618-627.
80. Brecher, C. *Machine Tools Production Systems 2* / C. Brecher, M. Weck. – Berlin: Springer, 2021. – 840 p.
81. Contemporary state and outlook for development of metrological assurance in the machine-building industry / S. N. Grigoriev, D. A. Masterenko, V. I. Teleshevskii, P. N. Emelyanov // *Measurement Techniques*. – 2013. – Т. 55, № 11. – P. 1311-1315.
82. Denavit, J. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices / J. Denavit, R. S. Hartenberg // *Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME*. – 1955. – Vol. 77. – P. 215-221.
83. Dorndorf, U. Optimal Budgeting of Quasistatic Machine Tool Errors / U. Dorndorf, V. S. B. Kiridena, P. M. Ferreira // *Trans ASME*. – 1994. – № 116. – P. 42-53.
84. Dynamic and geometric error assessment of an XYZ axis subset on five-axis high-speed machine tools using programmed end point constraint measurements / M. Slamani, R. Mayer, M. Balazinski [et al.] // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2010. – Т. 50. – № 9–12. – P. 1063-1073.

85. Eman, K. F. Generalized geometric error Model for Multi-Axis Machines / K. F. Eman, B. T. A. Wu // *Annals of CIRP*. – 1987. – № 36(1). – P. 253-256.
86. Fluctuation prediction of machining accuracy for multi-axis machine tool based on stochastic process theory / Q. Cheng, Q. Feng, Z. Liu [et al.] // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. – 2015. – № 229. – P. 2534-2550.
87. Grigoriev, S. N. Volumetric Geometric Accuracy Improvement for Multi-Axis Systems Based on Laser Software Error Correction / S. N. Grigoriev, V. I. Teleshevsky, V. A. Sokolov // *International Conference on Competitive Manufacturing «COMA`13»*. – Stellenbosch, 2013. – P. 301-306.
88. Jung, J. H. Machining accuracy enhancement by compensating for volumetric errors of a machine tool and on machine measurement / J. H. Jung, J. P. Choi, S. J. Lee // *Journal of Materials Processing Technology*. 2006. – № 174. – P. 56–66.
89. Lei, W. T. Accuracy test of five-axis CNC machine tool with 3D probe-ball. Part II: errors estimation / W. T. Lei, Y. Y. Hsu // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2002. – № 42(10). – P. 1163-1170.
90. Leica: сайт. – URL: <https://leica-geosystems.com/products/laser-tracker-systems> (дата обращения: 02.07.2023).
91. Lin, Y. Modelling of five-axis machine tool metrology models using the matrix summation approach / Y. Lin, Y. Shen // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2003. – № 21. – P. 243-248.
92. Liu, Y. Research on error compensation of CNC machine tools / Y. Liu, L. Liu // *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. – 1998. – № 14. – P. 48-52.
93. Liu, Y. Generalized actual inverse kinematic model for compensating geometric errors in five-axis machine tools / Y. Liu, M. Wan, W.J. Xing, W.H. Zhang // *Int. J. Mech. Sci.* – 2018. – № 145. – P. 299-317.
94. McKeown, P. A. Some Aspects of The Design of High Precision Measuring Machines / P. A. McKeown, J. Loxham // *Ann. CIRP*. – 1973. – Vol. 22, № 22(1). – P. 139-140.

95. Ni, J. CNC Machine Accuracy Enhancement Through Real-Time Error Compensation / J. Ni // *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. – 1997. – № 119(4B). – P. 717-725.
96. Okafor, A. C. Derivation of machine tool error models and error compensation procedure for three axes vertical machining center using rigid body kinematics / A. C. Okafor, Y. M. Ertekin // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2000. – № 40(8). – P. 1199-1213.
97. Product of exponential model for geometric error integration of multi-axis machine tools / G. Fu, J. Fu, Y. Xu, Z. Chen // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2014. – № 71(9-12). – P. 1653-1667.
98. Rahman, M. Modeling, measurement and error compensation of multi-axis machine tools / M. Rahman, J. Heikkala, K. Lappalainen // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2000. – № 40. – P. 1535-1546.
99. Ramesh, R. Error compensation in machine tools—view Part I: geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors / R. Ramesh, M. A. Mannan, A. N. Poo // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2000. – № 40(9). – P. 1235-1256.
100. Renishaw: сайт. – URL: <https://www.renishaw.com> (дата обращения: 26.06.2023).
101. Sartori, S. Geometric error measurement and compensation of machines / S. Sartori, G.X. Zhang // *Annals of the CIRP*. 1995. – № 44(2). – P. 599–609.
102. Schwenke, H. Error mapping of CMMs and Machine tools by a single tracking interferometer / H. Schwenke, M. Franke, J. Hannaford // *Ann. CIRP*. – 2005. – № 54(1). – P. 475-478.
103. Schwenke, H. Geometric error measurement and compensation of machines – an update / H. Schwenke, W. Knapp // *Ann. CIRP*. – 2008. – № 57. – P. 660-675.
104. Shin, Y. C. Statistical analysis of positional errors of a multi-axis machine tool / Y. C. Shin, Y. A. Wei // *Precision Engineering*. – 1992. – Vol. 14. – № 3. – P. 139–146.

105. Systematic geometric rigid body error identification of 5-axis milling machines / E. L. J. Fan, B. Ariyajunya, C. Sinlapeecheewa [et al.] // *ComAid Design*. – 2007. – № 39(4). – P. 229-244.
106. Teleshevskii, V. I. Automatic Correction of Three-Dimensional Geometric Errors in Computer Controlled Measurement and Technological Systems / V. I. Teleshevskii, V. A. Sokolov // *Measurement Techniques*. – 2015. – T. 58. – № 7. – P. 747-751.
107. Teleshevskii, V. I. Laser correction of geometric errors of multi-axis programmed-controlled systems / V. I. Teleshevskii, V. A. Sokolov // *Measurement Techniques*. – 2015. – T. 49. – № 5. – P. 535-541.
108. Teleshevskii, V. I. Accuracy Improvement of Multi-Axis Systems Based on Laser Correction of Volumetric Geometric Errors / V. I. Teleshevskii, V. A. Sokolov, Y.I. Pimushkin // *Journal of Physics: Conference Series* – 2018. – № 998(1). – 012034.
109. Teleshevskii, V. I. On the problem of laser error correction of multi-axis influence of loading on laser accuracy correction of multi-axis systems / V. I. Teleshevskii, V. A. Sokolov, Y.I. Pimushkin // *Journal of Physics: Conference Series* – 2019. – № 1260(3). – 032038.
110. Teleshevskii, V. I. Null-Point Migration of a Multicoordinate System under a Static Load/ V. I. Teleshevskii, Y.I. Pimushkin, V. A. Sokolov // *Russian Engineering Research*. – 2019. – № 39(12). – P. 1077–1079.
111. The Denavit and Hartenberg approach applied to evaluate the consequences in the tool tip position of geometrical errors in five-axis milling centres / A. Lamikiz, L. N. López, O. Ocerin [et al.] // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2008. – № 37(1). – P. 122-139.
112. Tsutsumi, C. Z. Error compensation in machine tools: a neural network approach / C. Z. Tsutsumi, Kalle P. // *Journal of Intelligent Manufacturing*. 1994. – № 5. – P. 143-153.

113. Tsutsumi, M. Identification and compensation of systematic deviations particular to 5-axis machining centers / M. Tsutsumi, A. Saito // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2003. – № 43. – P. 771–780.
114. Wahid, K. A. Calibration of 5-axis Machine Tools / K. A. Wahid, W. Chen. – Beijing: Beihang University, 2010.
115. Wang, J. D. Algorithm for Detecting Volumetric Geometric Accuracy of CNC Machine Tool by Laser Tracker / J. D. Wang, J. J. Guo // *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. – 2013. – Vol. 26. – № 1. – P. 166-175.
116. Wang, Y. A single camera unit-based three-dimensional surface imaging technique / Y. Wang, X. Guo, J. Kim // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2023. – № 127. – P. 4833-4843.
117. Wilcoxon, F. Individual comparisons by ranking methods / F. Wilcoxon // *Biometrics*. – 1945. – № 1. – P. 80-83.
118. Zha, J. Volumetric error compensation of machine tool using laser tracer and machining verification / J. Zha, T. Wang, L. Li, Y. Chen // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*/ – 2020. – № 108. – P. 2467–2481.
119. Zhu, S. W. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools / S. W. Zhu, G. F. Ding, S. F. Qin // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. – 2012. – № 52. – P. 24-29.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А. Реализация алгоритма оценки объёмной точности трёхкоординатного обрабатывающего центра средствами теории поворотов с учётом первого и второго порядков малости**

*Параметрические погрешности многокоординатной технологической машины по осям:*

$\Delta x := \text{READEXCEL}(\text{".\Таблицы Пимушкин СТАН новые.xlsx"}, \text{"X!A38:H58"})$

$\Delta y := \text{READEXCEL}(\text{".\Таблицы Пимушкин СТАН новые.xlsx"}, \text{"Y!A39:H67"})$

$\Delta z := \text{READEXCEL}(\text{".\Таблицы Пимушкин СТАН новые.xlsx"}, \text{"Z!A32:H52"})$

$$\Delta x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.466667 & 14.5 & -4.033333 & 0.02714 & 0.02731 & -0.00091 \\ 1 & 20 & 3.033333 & 14.033333 & -3.333333 & 0.02751 & 0.02868 & 0.00228 \\ 2 & 40 & 5.966667 & 13.866667 & -2.333333 & 0.02879 & 0.03016 & 0.00638 \\ 3 & 60 & 8.233333 & 14.066667 & -1.3 & 0.02963 & 0.03061 & 0.01085 \\ 4 & 80 & 9.1 & 14.166667 & -0.5 & 0.0318 & 0.03165 & 0.01589 \\ 5 & 100 & 11.4 & 14 & 0.266667 & 0.03302 & 0.03242 & 0.02057 \\ 6 & 120 & 13.266667 & 13.866667 & 1.3 & 0.03407 & 0.03271 & 0.0248 \\ 7 & 140 & 16.166667 & 13 & 1.7 & 0.0345 & 0.03267 & 0.02811 \\ 8 & 160 & 19.166667 & 12.433333 & 2.166667 & 0.03518 & 0.03257 & 0.03143 \\ 9 & 180 & 21.233333 & 11.566667 & 2.233333 & 0.03542 & 0.0329 & 0.03432 \\ 10 & 200 & 22.833333 & 10.666667 & 2.3 & 0.03572 & 0.03281 & 0.03718 \\ 11 & 220 & 25.5 & 9.2 & 2.266667 & 0.03535 & 0.03268 & 0.03988 \\ 12 & 240 & 27.866667 & 7.8 & 1.8 & 0.03591 & 0.03227 & 0.0431 \\ 13 & 260 & 28.933333 & 6.4 & 1.166667 & 0.03517 & 0.03252 & 0.04558 \\ 14 & 280 & 29.633333 & 5.433333 & 0.4 & 0.0351 & 0.03244 & 0.04817 \\ 15 & 300 & 30.566667 & 4.733333 & 0.3 & 0.03526 & 0.03196 & 0.05105 \\ 16 & 320 & 31.566667 & 3.8 & 0.566667 & 0.03462 & 0.03143 & 0.05323 \\ 17 & 340 & 34.233333 & 2.833333 & 0.666667 & 0.03391 & 0.03009 & 0.05569 \\ 18 & 360 & 39.233333 & 1.933333 & 0.7 & 0.03286 & 0.02959 & 0.05775 \\ 19 & 380 & 40.333333 & 1.4 & 0.533333 & 0.03136 & 0.02818 & 0.059823 \\ 20 & 400 & 42.666667 & 1.266667 & 0.2 & 0.02963 & 0.0267 & 0.061403 \end{bmatrix}$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.233333 & 6.883333 & 1.933333 & -0.01916 & 0.00792 & 0.00769 \\ 1 & 1 & 10 & -0.733333 & 9.2 & 1.066667 & -0.01983 & 0.00832 & 0.00948 \\ 2 & 2 & 20 & -1.916667 & 12.1 & -0.033333 & -0.02053 & 0.00823 & 0.01061 \\ 3 & 3 & 30 & -2.133333 & 14.916667 & -0.516667 & -0.02057 & 0.00884 & 0.01151 \\ 4 & 4 & 40 & -2.833333 & 18.016667 & -0.5 & -0.02056 & 0.00931 & 0.01189 \\ 5 & 5 & 50 & -3.566667 & 20.85 & -0.75 & -0.02093 & 0.0096 & 0.013 \\ 6 & 6 & 60 & -3.516667 & 23.85 & -0.85 & -0.02203 & 0.0092 & 0.01332 \\ 7 & 7 & 70 & -4.066667 & 26.383333 & -1.45 & -0.02284 & 0.0089 & 0.01421 \\ 8 & 8 & 80 & -4.25 & 29.033333 & -1.383333 & -0.02326 & 0.00984 & 0.01542 \\ 9 & 9 & 90 & -4.283333 & 31.633333 & -1.4 & -0.02299 & 0.01061 & 0.0168 \\ 10 & 10 & 100 & -4.766667 & 34.216667 & -1.35 & -0.02381 & 0.01062 & 0.01761 \\ 11 & 11 & 110 & -4.483333 & 36.85 & -1.366667 & -0.0244 & 0.01104 & 0.01847 \\ 12 & 12 & 120 & -5.2 & 39.466667 & -1.7 & -0.02463 & 0.01098 & 0.01924 \\ 13 & 13 & 130 & -5.7 & 42.25 & -1.216667 & -0.02525 & 0.01119 & 0.01975 \\ 14 & 14 & 140 & -6.55 & 44.65 & -0.45 & -0.02587 & 0.01106 & 0.02047 \\ 15 & 15 & 150 & -7.45 & 47.6 & 0.1 & -0.02663 & 0.01108 & 0.02126 \\ 16 & 16 & 160 & -8 & 50.066667 & 0.716667 & -0.02786 & 0.01114 & 0.02163 \\ 17 & 17 & 170 & -8.416667 & 52.45 & 1.3 & -0.02878 & 0.01159 & 0.02305 \\ 18 & 18 & 180 & -9.133333 & 55.083333 & 1.966667 & -0.0297 & 0.01181 & 0.02389 \\ 19 & 19 & 190 & -9.583333 & 57.75 & 2.466667 & -0.03052 & 0.01186 & 0.02423 \\ 20 & 20 & 200 & -10.333333 & 60.416667 & 3.016667 & -0.03114 & 0.01126 & 0.02426 \\ 21 & 21 & 210 & -10.55 & 63.3 & 3.433333 & -0.0316 & 0.01168 & 0.02488 \\ 22 & 22 & 220 & -11.15 & 65.766667 & 3.833333 & -0.0316 & 0.01168 & 0.02488 \\ 23 & 23 & 230 & -11.2 & 68.216667 & 2.616667 & -0.03114 & 0.01126 & 0.02426 \\ 24 & 24 & 240 & -11.683333 & 70.083333 & 2.116667 & -0.03052 & 0.01186 & 0.02423 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ 28 & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\Delta z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.133333 & 14.6 & 1.1 & 0.00119 & 0.00947 & -0.00553 \\ 1 & 10 & -3.3 & 14.283333 & -0.5 & 0.00005 & 0.00939 & -0.00561 \\ 2 & 20 & -2.35 & 14.2 & 0.916667 & -0.00053 & 0.00953 & -0.00547 \\ 3 & 30 & -1.366667 & 14.483333 & -0.133333 & -0.0008 & 0.01005 & -0.00495 \\ 4 & 40 & -0.45 & 14.633333 & -0.633333 & 0.00032 & 0.01023 & -0.00477 \\ 5 & 50 & 0.333333 & 14.583333 & -5.633333 & 0.00188 & 0.01007 & -0.00493 \\ 6 & 60 & 1.3 & 14.55 & -8.666667 & 0.00318 & 0.00979 & -0.00521 \\ 7 & 70 & 1.716667 & 13.85 & -11.833333 & 0.00521 & 0.01055 & -0.00445 \\ 8 & 80 & 2.166667 & 13.366667 & -9.833333 & 0.00668 & 0.01003 & -0.00497 \\ 9 & 90 & 2.166667 & 12.683333 & -8.083333 & 0.00865 & 0.01029 & -0.00471 \\ 10 & 100 & 2.25 & 11.766667 & -7.283333 & 0.00964 & 0.0106 & -0.0044 \\ 11 & 110 & 2.25 & 10.466667 & -5.516667 & 0.01099 & 0.01088 & -0.00412 \\ 12 & 120 & 1.866667 & 9.133333 & -2.75 & 0.01306 & 0.01154 & -0.00346 \\ 13 & 130 & 1.216667 & 7.9 & -0.266667 & 0.01274 & 0.01076 & -0.00424 \\ 14 & 140 & 0.533333 & 6.983333 & 0.533333 & 0.01378 & 0.01107 & -0.00393 \\ 15 & 150 & 0.433333 & 6.216667 & -1.783333 & 0.01377 & 0.01066 & -0.00434 \\ 16 & 160 & 0.733333 & 5.35 & -6.85 & 0.01392 & 0.01051 & -0.00449 \\ 17 & 170 & 0.7 & 4.366667 & -3.8 & 0.01408 & 0.01077 & -0.00423 \\ 18 & 180 & 0.616667 & 3.6 & -2.216667 & 0.01373 & 0.01008 & -0.00492 \\ 19 & 190 & 0.516667 & 3.066667 & 1.066667 & 0.0132 & 0.01063 & -0.00437 \\ 20 & 200 & 0.116667 & 2.65 & -1.916667 & 0.01288 & 0.01046 & -0.00454 \end{bmatrix}$$

Выберите координаты целевой точки и параметрические погрешности по соответствующей строке:

$$nx := 15 \quad ny := 15 \quad nz := 5$$

Введите коэффициент усталости технологической машины:

$$k := 1$$

Линейные погрешности целевой точки (значения в мкм):

$$\begin{aligned} \rho_{xx} &:= \Delta x_{nx,2} = 30.566667 & \rho_{yx} &:= \Delta y_{ny,2} = -7.45 & \rho_{zx} &:= \Delta z_{nz,2} = 0.333333 \\ \rho_{xy} &:= \Delta x_{nx,3} = 4.733333 & \rho_{yy} &:= \Delta y_{ny,3} = 47.6 & \rho_{zy} &:= \Delta z_{nz,3} = 14.583333 \\ \rho_{xz} &:= \Delta x_{nx,4} = 0.3 & \rho_{yz} &:= \Delta y_{ny,4} = 0.1 & \rho_{zz} &:= \Delta z_{nz,4} = -5.633333 \end{aligned}$$

Угловые погрешности целевой точки с учетом нагрузки (значения в мкм/мм):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &:= k \cdot \Delta x_{nx,5} = 0.03526 & \varepsilon_{yx} &:= k \cdot \Delta y_{ny,5} = -0.02663 & \varepsilon_{zx} &:= k \cdot \Delta z_{nz,5} = 0.00188 \\ \varepsilon_{xy} &:= k \cdot \Delta x_{nx,6} = 0.03196 & \varepsilon_{yy} &:= k \cdot \Delta y_{ny,6} = 0.01108 & \varepsilon_{zy} &:= k \cdot \Delta z_{nz,6} = 0.01007 \\ \varepsilon_{xz} &:= k \cdot \Delta x_{nx,7} = 0.05105 & \varepsilon_{yz} &:= k \cdot \Delta y_{ny,7} = 0.02126 & \varepsilon_{zz} &:= k \cdot \Delta z_{nz,7} = -0.00493 \end{aligned}$$

Осуществим перевод угловых отклонений в градусы:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xxgr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{xx}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 0.002 & \varepsilon_{yxgr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{yx}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = -0.002 \\ \varepsilon_{xxmin} &:= \varepsilon_{xxgr} \cdot 60 = 0.121 & \varepsilon_{yxmin} &:= \varepsilon_{yxgr} \cdot 60 = -0.092 \\ \varepsilon_{xxsec} &:= \varepsilon_{xxmin} \cdot 60 = 7.273 & \varepsilon_{yxsec} &:= \varepsilon_{yxmin} \cdot 60 = -5.493 \\ \varepsilon_{xygr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{xy}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 0.002 & \varepsilon_{yygr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{yy}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 6.348 \cdot 10^{-4} \\ \varepsilon_{xymmin} &:= \varepsilon_{xygr} \cdot 60 = 0.11 & \varepsilon_{yymin} &:= \varepsilon_{yygr} \cdot 60 = 0.038 \\ \varepsilon_{xysec} &:= \varepsilon_{xymmin} \cdot 60 = 6.592 & \varepsilon_{yysec} &:= \varepsilon_{yymin} \cdot 60 = 2.285 \\ \varepsilon_{xzgr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{xz}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 0.003 & \varepsilon_{yzgr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{yz}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 0.001 \\ \varepsilon_{xzmin} &:= \varepsilon_{xzgr} \cdot 60 = 0.175 & \varepsilon_{yzmin} &:= \varepsilon_{yzgr} \cdot 60 = 0.073 \\ \varepsilon_{xzsec} &:= \varepsilon_{xzmin} \cdot 60 = 10.53 & \varepsilon_{yzsec} &:= \varepsilon_{yzmin} \cdot 60 = 4.385 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zxgr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{zx}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 1.077 \cdot 10^{-4} & \varepsilon_{zzgr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{zz}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = -2.825 \cdot 10^{-4} \\ \varepsilon_{zxmin} &:= \varepsilon_{zxgr} \cdot 60 = 0.006 & \varepsilon_{zzmin} &:= \varepsilon_{zzgr} \cdot 60 = -0.017 \\ \varepsilon_{zxsec} &:= \varepsilon_{zxmin} \cdot 60 = 0.388 & \varepsilon_{zzsec} &:= \varepsilon_{zzmin} \cdot 60 = -1.017 \\ \varepsilon_{zygr} &:= \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon_{zy}}{1000}\right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 5.77 \cdot 10^{-4} \\ \varepsilon_{zymin} &:= \varepsilon_{zygr} \cdot 60 = 0.035 \\ \varepsilon_{zysec} &:= \varepsilon_{zymin} \cdot 60 = 2.077 \end{aligned}$$

*Введите поправку на инструмент (смещение полюса эффлектора) в мкм:*

$$\begin{bmatrix} r1 \\ r2 \\ r3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 10000 \\ 10000 \\ 10000 \end{bmatrix}$$

*Вычислим компоненты интервального вектора поворота:*

$$\begin{aligned} A_p &:= 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \downarrow & &= 0.000010512 \\ &+ 10^{-6} \cdot 0.5 \left( \begin{array}{l} \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{yy} \cdot \varepsilon_{zz} \downarrow \\ + \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{zy} + \varepsilon_{yz} \cdot \varepsilon_{zx} + \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yy} \cdot \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy} \cdot \varepsilon_{zz} \end{array} \right) \\ A_o &:= 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \downarrow & &= 0.000010508 \\ &+ 10^{-6} \cdot 0.5 \left( \begin{array}{l} -\varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{yz} - \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{yy} \cdot \varepsilon_{zz} \downarrow \\ -\varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{zy} - \varepsilon_{yz} \cdot \varepsilon_{zx} - \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{yy} \cdot \varepsilon_{yz} - \varepsilon_{zy} \cdot \varepsilon_{zz} \end{array} \right) \\ B_p &:= 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}) \downarrow & &= 0.000053111 \\ &+ 10^{-6} \cdot 0.5 \left( \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{zz} \downarrow \\ + \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{zx} + \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{zy} + \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zx} \cdot \varepsilon_{zz} \end{array} \right) \\ B_o &:= 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}) \downarrow & &= 0.000053109 \\ &+ 10^{-6} \cdot 0.5 \left( \begin{array}{l} -\varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{yz} - \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{yx} - \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{zz} \downarrow \\ -\varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{zx} - \varepsilon_{xz} \cdot \varepsilon_{zy} - \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{yz} - \varepsilon_{zx} \cdot \varepsilon_{zz} \end{array} \right) \\ C_p &:= 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}) \downarrow & &= 0.00006738 \\ &+ 10^{-6} \cdot 0.5 \left( \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{zy} + \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{zy} \downarrow \\ + \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{zx} + \varepsilon_{yy} \cdot \varepsilon_{zx} + \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zx} \cdot \varepsilon_{zy} \end{array} \right) \\ C_o &:= 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}) \downarrow & &= 0.00006738 \\ &+ 10^{-6} \cdot 0.5 \left( \begin{array}{l} -\varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{yx} - \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{zy} - \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{zy} \downarrow \\ -\varepsilon_{xy} \cdot \varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yy} \cdot \varepsilon_{zx} - \varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{xy} - \varepsilon_{yx} \cdot \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zx} \cdot \varepsilon_{zy} \end{array} \right) \end{aligned}$$

*Вычислим коэффициент Родрига:*

$$\mu_{2p} := Ap^2 + Bp^2 + Cp^2 \quad \mu_{2o} := Ao^2 + Bo^2 + Co^2$$

$$lp := (1 + 0.25 \cdot \mu_{2p})^{-1} = 0.999999998$$

$$lo := (1 + 0.25 \cdot \mu_{2o})^{-1} = 0.999999998$$

*Компоненты вектора объемной точности:*

$$\delta xp := lp \cdot \left( \begin{array}{l} Bp \cdot r3 - Cp \cdot r2 + 0.5 \cdot Bp \cdot (Ap \cdot r2 - Bp \cdot r1) \\ -0.5 \cdot Cp \cdot (Cp \cdot r1 - Ap \cdot r3) \end{array} \right) + (\rho_{xx} + \rho_{xy} + \rho_{xz})$$

$$\delta xo := lo \cdot \left( \begin{array}{l} Bo \cdot r3 - Co \cdot r2 + 0.5 \cdot Bo \cdot (Ao \cdot r2 - Bo \cdot r1) \\ -0.5 \cdot Co \cdot (Co \cdot r1 - Ao \cdot r3) \end{array} \right) + (\rho_{xx} + \rho_{xy} + \rho_{xz})$$

$$\delta yp := lp \cdot \left( \begin{array}{l} Cp \cdot r1 - Ap \cdot r3 + 0.5 \cdot Cp \cdot (Bp \cdot r3 - Cp \cdot r2) \\ -0.5 \cdot Ap \cdot (Ap \cdot r2 - Bp \cdot r1) \end{array} \right) + (\rho_{yx} + \rho_{yy} + \rho_{yz})$$

$$\delta yo := lo \cdot \left( \begin{array}{l} Co \cdot r1 - Ao \cdot r3 + 0.5 \cdot Co \cdot (Bo \cdot r3 - Co \cdot r2) \\ -0.5 \cdot Ao \cdot (Ao \cdot r2 - Bo \cdot r1) \end{array} \right) + (\rho_{yx} + \rho_{yy} + \rho_{yz})$$

$$\delta zp := lp \cdot \left( \begin{array}{l} Ap \cdot r2 - Bp \cdot r1 + 0.5 \cdot Ap \cdot (Cp \cdot r1 - Ap \cdot r3) \\ -0.5 \cdot Bp \cdot (Bp \cdot r3 - Cp \cdot r2) \end{array} \right) + (\rho_{zx} + \rho_{zy} + \rho_{zz})$$

$$\delta zo := lo \cdot \left( \begin{array}{l} Ao \cdot r2 - Bo \cdot r1 + 0.5 \cdot Ao \cdot (Co \cdot r1 - Ao \cdot r3) \\ -0.5 \cdot Bo \cdot (Bo \cdot r3 - Co \cdot r2) \end{array} \right) + (\rho_{zx} + \rho_{zy} + \rho_{zz})$$

*Объёмная точность:*

$$\delta p := \sqrt{\delta xp^2 + \delta yp^2 + \delta zp^2} = 54.789011$$

$$\delta o := \sqrt{\delta xo^2 + \delta yo^2 + \delta zo^2} = 54.789025$$

*Для первого порядка малости:*

$$l := 1$$

$$A := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{zx}) = 1.051 \cdot 10^{-5}$$

$$B := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zy}) = 5.311 \cdot 10^{-5}$$

$$C := 10^{-3} \cdot (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zz}) = 6.738 \cdot 10^{-5}$$

$$\delta x := l \cdot (B \cdot r3 - C \cdot r2) + (\rho_{xx} + \rho_{xy} + \rho_{xz})$$

$$\delta y := l \cdot (C \cdot r1 - A \cdot r3) + (\rho yx + \rho yy + \rho yz)$$

$$\delta z := l \cdot (A \cdot r2 - B \cdot r1) + (\rho zx + \rho zy + \rho zz)$$

$$\delta := \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2} = 54.789039$$

$$\left( \left( \frac{\delta p}{\delta} \right) - 1 \right) \cdot 100 = -5.08 \cdot 10^{-5} \quad \left( \left( \frac{\delta o}{\delta} \right) - 1 \right) \cdot 100 = -2.417 \cdot 10^{-5}$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Реализация расчета координат целевой точки при тангенциальном статическом методе в Mathcad Prime 8.0**

*Введите координаты*

$$x_a := 130 \quad y_a := 140 \quad z_a := 106$$

$$r := \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix}$$

*Определим координаты смещения центра системы координат станка:*

$$A := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"X!D3:F4"})$$

$$A = \begin{bmatrix} 14.993629404 & 0.005684907 & 0.006235739 \\ 29.991876303 & 0.013872846 & 0.006475148 \end{bmatrix}$$

*Задайте q1T (вектор первоначального перемещения рабочего органа):*

$$q1T := 15$$

$$x01 := A_{0,0} - \frac{q1T}{\sqrt{1 + \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2 + \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2}} = -0.006368359$$

$$y01 := A_{0,1} - \frac{q1T \cdot \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2 + \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2}} = -0.002503989$$

$$z01 := A_{0,2} - \frac{q1T \cdot \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2 + \left(\frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}}\right)^2}} = 0.005996301$$

$$r01 := \begin{bmatrix} x01 \\ y01 \\ z01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.006368359 \\ -0.002503989 \\ 0.005996301 \end{bmatrix}$$

*Таблицы направляющих косинусов по осям:*

$CCx := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"X!Q3:S23"})$

$CCy := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"Y!Q3:S23"})$

$CCz := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"Z!Q3:S23"})$

*Постоянная матрица направляющих косинусов для выбранного интервала:*

$$G := \begin{bmatrix} CCx_{1,0} & CCy_{1,0} & CCz_{1,0} \\ CCx_{1,1} & CCy_{1,1} & CCz_{1,1} \\ CCx_{1,2} & CCy_{1,2} & CCz_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.999999851 & 0.000371486 & 0.000497191 \\ 0.000545926 & 0.999999883 & 0.00002308 \\ 0.000015963 & 0.000309413 & 0.999999876 \end{bmatrix}$$

$$q := G^{-1} \cdot (r - r01) = \begin{bmatrix} 129.902 \\ 139.929 \\ 105.949 \end{bmatrix}$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ В. Реализация расчета координат целевой точки при тангенциальном интервальном методе в Mathcad Prime 8.0**

*Введите координаты*

*Введите шаг движения по осям:*

$$xa := 130 \quad ya := 140 \quad za := 106$$

$$ux := 15 \quad uy := 15 \quad uz := 15$$

$$nx := \text{trunc} \left( \frac{xa}{ux} \right) = 8$$

$$ny := \text{trunc} \left( \frac{ya}{uy} \right) = 9 \quad r := \begin{bmatrix} xa \\ ya \\ za \end{bmatrix}$$

$$nz := \text{trunc} \left( \frac{za}{uz} \right) = 7$$

*Определим координаты смещения центра системы координат станка:*

$$A := \text{READEXCEL} \left( "..\..\backslash\text{BigCube.xlsx}", "X!D10:F11" \right)$$

$$A = \begin{bmatrix} 120.024503377 & 0.060629453 & 0.030831463 \\ 135.044047267 & 0.067136045 & 0.033143278 \end{bmatrix}$$

*Задайте q1T (вектор первоначального перемещения рабочего органа):*

$$q1T := 120$$

$$x01 := A_{0,0} - \frac{q1T}{\sqrt{1 + \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2}} = 0.024516059$$

$$y01 := A_{0,1} - \frac{q1T \cdot \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)}{\sqrt{1 + \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2}} = 0.008644461$$

$$z01 := A_{0,2} - \frac{q1T \cdot \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)}{\sqrt{1 + \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2}} = 0.012361005$$

$$r01 := \begin{bmatrix} x01 \\ y01 \\ z01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.024516059 \\ 0.008644461 \\ 0.012361005 \end{bmatrix}$$

*Таблицы направляющих косинусов по осям:*

$CCx := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"X!Q3:S23"})$

$CCy := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"Y!Q3:S23"})$

$CCz := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"Z!Q3:S23"})$

*Матрица направляющих косинусов интервала целевой точки:*

$$G := \begin{bmatrix} CCx_{nx,0} & CCy_{ny,0} & CCz_{nz,0} \\ CCx_{nx,1} & CCy_{ny,1} & CCz_{nz,1} \\ CCx_{nx,2} & CCy_{ny,2} & CCz_{nz,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.999999894 & 0.000961343 & 0.000693666 \\ 0.000433208 & 0.999999496 & 0.000136283 \\ 0.00015392 & 0.000289538 & 0.999999975 \end{bmatrix}$$

$$q := G^{-1} \cdot (r - r01) = \begin{bmatrix} 129.768 \\ 139.921 \\ 105.927 \end{bmatrix}$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Реализация расчета координат целевой точки при тангенциальном квазидифференциальном методе в Mathcad Prime 8.0**

*Введите координаты*

$$xa := 130 \quad ya := 140 \quad za := 106$$

$$nx := \text{trunc} \left( \frac{xa}{ux} \right) = 8$$

$$ny := \text{trunc} \left( \frac{ya}{uy} \right) = 9 \quad r := \begin{bmatrix} xa \\ ya \\ za \end{bmatrix}$$

$$nz := \text{trunc} \left( \frac{za}{uz} \right) = 7$$

*Введите шаг движения по осям:*

$$ux := 15 \quad uy := 15 \quad uz := 15$$

*Определим координаты смещения центра системы координат станка:*

$$A := \text{READEXCEL} ("..\..\BigCube.xlsx", "X!D3:F4")$$

$$A = \begin{bmatrix} 14.993629404 & 0.005684907 & 0.006235739 \\ 29.991876303 & 0.013872846 & 0.006475148 \end{bmatrix}$$

*Задайте q1T (вектор первоначального перемещения рабочего органа):*

$$q1T := 15$$

$$x01 := A_{0,0} - \frac{q1T}{\sqrt{1 + \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2}} = -0.006368359$$

$$y01 := A_{0,1} - \frac{q1T \cdot \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)}{\sqrt{1 + \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2}} = -0.002503989$$

$$z01 := A_{0,2} - \frac{q1T \cdot \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)}{\sqrt{1 + \left( \frac{A_{1,1} - A_{0,1}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1,2} - A_{0,2}}{A_{1,0} - A_{0,0}} \right)^2}} = 0.005996301$$

$$r01 := \begin{bmatrix} x01 \\ y01 \\ z01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.006368359 \\ -0.002503989 \\ 0.005996301 \end{bmatrix}$$

*Таблицы направляющих косинусов по осям:*

$$CCx := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"X!Q3:S23"})$$

$$CCy := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"Y!Q3:S23"})$$

$$CCz := \text{READEXCEL}(\text{"..\..\BigCube.xlsx"}, \text{"Z!Q3:S23"})$$

$$Rx := x01 + \sum_{i=0}^{nx-1} ux \cdot CCx_{i,0} + \sum_{i=0}^{ny-1} uy \cdot CCy_{i,0} + \sum_{i=0}^{nz-1} uz \cdot CCz_{i,0} = 120.150625141$$

$$Ry := y01 + \sum_{i=0}^{nx-1} ux \cdot CCx_{i,1} + \sum_{i=0}^{ny-1} uy \cdot CCy_{i,1} + \sum_{i=0}^{nz-1} uz \cdot CCz_{i,1} = 135.105955968$$

$$Rz := z01 + \sum_{i=0}^{nx-1} ux \cdot CCx_{i,2} + \sum_{i=0}^{ny-1} uy \cdot CCy_{i,2} + \sum_{i=0}^{nz-1} uz \cdot CCz_{i,2} = 105.106431456$$

$$R0 := \begin{bmatrix} Rx \\ Ry \\ Rz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120.151 \\ 135.106 \\ 105.106 \end{bmatrix}$$

$$\Delta R := r - R0 = \begin{bmatrix} 9.849 \\ 4.894 \\ 0.894 \end{bmatrix}$$

*Матрица направляющих косинусов последнего интервала:*

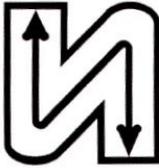
$$G := \begin{bmatrix} CCx_{nx,0} & CCy_{ny,0} & CCz_{nz,0} \\ CCx_{nx,1} & CCy_{ny,1} & CCz_{nz,1} \\ CCx_{nx,2} & CCy_{ny,2} & CCz_{nz,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.999999894 & 0.000961343 & 0.000693666 \\ 0.000433208 & 0.999999496 & 0.000136283 \\ 0.00015392 & 0.000289538 & 0.99999975 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma x \\ \gamma y \\ \gamma z \end{bmatrix} := G^{-1} \cdot \Delta R = \begin{bmatrix} 9.844 \\ 4.89 \\ 0.891 \end{bmatrix}$$

$$q := \begin{bmatrix} ux \cdot nx \\ uy \cdot ny \\ uz \cdot nz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma x \\ \gamma y \\ \gamma z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 129.844 \\ 139.89 \\ 105.891 \end{bmatrix}$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Акт о внедрении результатов работы

Р О С С И Й С К А Я      Ф Е Д Е Р А Ц И Я



АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО  
 «НАУЧНО - ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ И КОНСТРУКТОРСКИЙ  
 ИНСТИТУТ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНОСТРОЕНИИ»

**АО «НИИИзмерения»**

ИНН 7717025900/КПП 771701001, юридический адрес: 129075, Москва, Мурманский проезд, д. 14, корп. 3, пом. 19,  
 почтовый адрес: 129626, г. Москва, А/Я 131, тел.(495) 602-46-00, факс (495) 602-4607, info@micron.ru,  
 отд. маркетинга т/ф (495) 602-4605, sales@micron.ru; сайт: [www.micron.ru](http://www.micron.ru)

Исх. № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2023 года

### АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Пимушкина Ярослава Игоревича, представленной на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 2.5.5 – «Технология и оборудование механической и физико-технической обработки».

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационной работы Пимушкина Я.И. на тему: «Разработка метода повышения объёмной точности многокоординатного металлорежущего оборудования на основе цифровой коррекции перемещений рабочих органов» приняты к внедрению в производственную деятельность АО «НИИИзмерения».

Использование результатов исследований автора позволяет повысить эффективность процессов обработки на трёхкоординатном фрезерном обрабатывающем центре, а также провести калибровку с повышением точности многокоординатного технологического оборудования.

Методика предварительной калибровки многокоординатного станка с помощью лазерного трека с последующей цифровой коррекцией перемещений инструмента квазидифференциальным методом, разработанная автором, принята к внедрению в процесс проектирования сложного технологического оборудования.

Заместитель генерального директора  
 АО «НИИИзмерения»  
 к.т.н.



П.В.Панфилов