

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»

На правах рукописи



**Бирюков Сергей Сергеевич**

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА И СРЕДСТВ ПОДДЕРЖКИ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ПРЯМОЗУБЫХ КОНИЧЕСКИХ  
ПЕРЕДАЧ В СОСТАВЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА**

2.3.3 – Автоматизация и управление технологическими процессами и  
производствами

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Волков Андрей Эрикович

Москва – 2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>5</b>
<b>ГЛАВА 1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ПОДДЕРЖКИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА .....</b>	<b>13</b>
1.1 Актуальность темы исследования .....	13
1.2 Исследование характеристик зацепления и контакта прямозубой конической передачи .....	20
1.3 Анализ автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства .....	24
1.4 Исследование методов решения контактной задачи .....	33
1.5 Выводы по главе.....	40
<b>ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ПРЯМОЗУБЫХ КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ.....</b>	<b>42</b>
2.1 Математическая модель модифицированного зацепления.....	42
2.1.1 Математическая модель эвольвентного прямозубого конического колеса... ..	42
2.1.2 Выбор параметров локализации контакта .....	44
2.1.3 Математическая модель модифицированного эвольвентного прямозубого конического колеса .....	46
2.1.4 Алгоритм расчета характеристик зацепления модифицированной эвольвентной прямозубой конической передачи (без нагрузки) .....	49
2.2 Математическая модель распределения припуска для финишной обработки .	54
2.2.1 Построение 3D-модели боковой поверхности зубьев.....	54
2.2.2 Расчёт координат точек на поверхности зуба .....	56
2.2.3 Расчёт припуска под финишную обработку.....	64
2.2.4 Расчёт поверхности зуба с учётом припуска.....	65

2.3 Выводы по главе.....	69
<b>ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА МЕТОДИК, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА.....</b>	<b>71</b>
3.1 Методика подбора параметров модификации геометрической модели для локализации контакта .....	71
3.2 Алгоритм решения задачи условной оптимизации максимального контактного давления за счёт варьирования параметров модификации.....	77
3.2.1 Постановка задачи условной оптимизации.....	77
3.2.2 Эвристический алгоритм условной оптимизации .....	80
3.2.3 Выбор начальных значений и ограничений на значения параметров модификации .....	80
3.2.4 Алгоритм стратегии подбора параметров в общем виде.....	81
3.2.5 Проверка набора значений параметров модификации на ограничения.....	82
3.2.6 Подбор параметра $L_c$ .....	84
3.2.7 Подбор параметра $a_0$ .....	85
3.2.8 Подбор параметров $d$ и $C$ .....	86
3.2.9 Окончание работы алгоритма .....	88
3.3 Методика подбора значений параметров управления припуском.....	91
3.4 Методика поддержки производства прямозубых конических передач путём автоматизированной технологической подготовки производства .....	93
3.5 Выводы по главе.....	94
<b>ГЛАВА 4 ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО СРЕДСТВА .....</b>	<b>96</b>
4.1 Особенности реализации программного средства в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства .....	96

4.2 Оценка эффективности работы эвристического алгоритма оптимизации.....	106
4.3 Пример выполнения методики подбора значений параметров распределения припуска .....	118
4.4 Особенности внедрения разработанного программного средства на ПАО «КАМАЗ» .....	121
4.5 Выводы по главе .....	124
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>125</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>128</b>
<b>Приложение А Акт о внедрении.....</b>	<b>140</b>
<b>Приложение Б Акт о результатах испытаний штампованных шестерен .....</b>	<b>141</b>
<b>Приложение В Заключение на программное обеспечение .....</b>	<b>142</b>

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Зубчатые передачи имеют важное значение для автомобильной, горнодобывающей, судостроительной и авиационной промышленности и обладают большой трудоёмкостью проектирования и изготовления. Прямозубые конические передачи широко используются во многих машинах и механизмах, например, в дифференциале заднего моста автомобиля, трактора и другой сельхозтехнике.

Традиционно зубчатые передачи изготавливаются резанием и обрабатываются резцами или фрезами путем съема металла с заготовки методами копирования или обкатки. К современным способам относятся обработка на станках с ЧПУ и прецизионная штамповка. По сравнению с обработкой резанием штамповка обладает преимуществами, к которым относится повышение производительности, снижение металлоёмкости и больший ресурс отштампованных зубчатых колёс по сравнению с зубчатыми колесами, полученными резанием.

На этапе технологической подготовки производства выбор технологических параметров обработки зубчатых передач с приближённым зацеплением и точечным контактом является важной задачей. С одной стороны, передача должна быть нечувствительна к погрешностям изготовления, сборки и эксплуатации, с другой – она должна передавать заданную нагрузку и обеспечивать требуемую точность передачи вращения.

Для минимизации влияния погрешностей применяется локализация контакта в зубчатой передаче. С этой целью боковую поверхность зуба модифицируют за счёт введения профильного и продольного отводов боковой поверхности зубьев одного из колес пары.

Локализация контакта в прямозубых конических передачах осуществлялась за счёт расчёта наладок станка либо геометрии инструмента. Для изготовления прямозубых конических передач более современными способами, к которым относится штамповка и изготовление на станках с ЧПУ, требуется расчёт

3D-моделей зубчатых колёс с локализованным контактом. Остаётся нерешённым вопрос получения универсальной математической модели модифицированного зацепления со строгим решением задачи локализации пятна контакта в прямозубых конических передачах, позволяющей получить 3D-модель модифицированных зубчатых колёс. Кроме этого, существующие методики расчёта характеристик контакта под нагрузкой в прямозубых конических передачах не подходят для использования в алгоритмах оптимизации.

При обработке резанием зубчатых колёс припуск на обработку в основном оставляют равномерным. Для изготовления зубчатых колёс новыми способами обработки, в частности методом штамповки в закрытом штампе, нужно другое распределение припуска. Для этого требуется математическая модель, позволяющая моделировать распределение припуска под финишную обработку и сравнивать количество металла в заготовке с припуском и готовом колесе.

В этой связи актуальной задачей является разработка метода и средств поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач и встраивание их в автоматизированную систему технологической подготовки производства (АСТПП) конических зубчатых передач. Это позволит повысить качество технологической подготовки производства, сократить её сроки и обеспечить получение 3D-моделей зубчатых колёс с требуемым локализованным контактом и заготовок с припуском под финишную операцию штамповки.

**Степень разработанности исследования.** Первым, кто предложил использовать комбинированную – профильную и продольную – несопряжённость активных поверхностей зубьев для локализации контакта, был М. Baxter. Он показал, что кривая ошибок передачи вращения при профильной несопряжённости должна иметь вид параболы ветвями вниз.

Локализация контакта при обработке резанием достигается за счёт соответствующего расчёта наладочных параметров зубообрабатывающего оборудования. Наиболее полно задача локализации контакта решена в работах Ф.Л. Литвина, Г.И. Шевелевой, М.Г. Сегалю, В.И. Медведева, В.Н. Сызранцева для конических и гипоидных передач с круговым зубом, в работах Ф.Л. Литвина и С.А.

Лагутина для цилиндрических косозубых передач, в работах С.А. Лагутина и А.И. Сандлера для червячных передач, в работах В.И. Гольдфарба и Е.С. Трубачева для спироидных передач и в работах Б.Ф. Федотова для глобоидных передач. Вопросы локализации контакта рассматривались в работах многих зарубежных ученых, таких как М. Baxter, Н.Ј. Stadtfeld, V. Simon, Н. Ding и др.

Методы локализации контакта ранее применялись при обработке прямозубых конических колёс на некоторых моделях станков. Под руководством Е.Г. Росливкера использовалась методика продольной локализации контакта на зубострогальном станке модели 5П23БП. В Саратовском СКБЗС осуществлялась обработка квазиэвольвентных прямозубых конических колес на станках моделей 5С267П и 5С277П спаренными дисковыми фрезами по схеме с неплосковершинным производящим колесом. Для регулировки степени локализации контакта Л.К. Семеновым и В.И. Прилепским был предложен специальный способ наладки. В Московском станкоинструментальном институте Г.И. Шевелевой и А.Э. Волковым была разработана программа расчета геометрии фрез-протяжек для обработки прямозубых конических колес методом кругового протягивания на станках моделей 5С268 и 5С269, а также представлена методика локализации контакта за счет варьирования геометрических параметров инструмента.

Однако на сегодняшний день отсутствует универсальный метод технологического синтеза прямозубых конических передач, который бы позволил получить локализованный контакт в передаче.

**Целью работы** является сокращение сроков технологической подготовки производства прямозубых конических передач и повышение качества шестерен за счёт разработки метода и программных средств технологического синтеза прямозубых конических передач, которые образуют подсистему в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства (АСТПП).

Для достижения поставленной цели и решения научной проблемы сформулированы следующие основные **задачи диссертационного исследования**:

1. Анализ автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства.
2. Разработка метода технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства, включающего математическую модель модифицированной прямозубой конической передачи, а также математическую модель распределения припуска под калибровку.
3. Разработка алгоритма решения задачи минимизации максимального контактного давления при условии отсутствия кромочного контакта за счёт варьирования параметров модификации.
4. Разработка комплекса методик, применяемых при взаимодействии с автоматизированной системой технологической подготовки производства. К ним относятся методики подбора значений параметров модификации для получения локализованного контакта, подбора значений параметров распределения припуска и технологического синтеза прямозубых конических передач.
5. Разработка средств поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства и экспериментальная проверка.

**Объектом исследования** является процесс технологической подготовки производства прямозубых конических передач.

**Предметом исследования** являются методы и средства поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач, применяемые в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства для снижения влияния погрешностей сборки, изготовления и эксплуатации.

**Научная новизна** в работе состоит:

1. В установлении связей между характеристиками зацепления и контакта в прямозубой конической передаче и параметрами технологического синтеза передачи на этапе технологической подготовки производства, особенностью



которых является обеспечение локализованного контакта в передаче с целью снижения влияния погрешностей изготовления, сборки и эксплуатации.

2. В разработанном на основе установленных взаимосвязей методе технологического синтеза прямозубых конических передач, который является частью подсистемы в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства. Разработанный метод отличается возможностью получения трёхмерных моделей зубчатых колёс с требуемым локализованным контактом, проведения расчёта характеристик зацепления передачи под нагрузкой и получения трёхмерных моделей заготовок зубчатых колёс с требуемым распределением припуска для финишной операции штамповки.
3. В разработанном эвристическом алгоритме решения задачи условной оптимизации по выбору значений параметров модификации для получения локализованного контакта и минимизации максимального контактного давления в зубчатой передаче. Отличительной особенностью алгоритма является то, что в алгоритме учитывается назначение параметров модификации.

**Теоретическая значимость исследования.** Разработанная в составе метода технологического синтеза прямозубых конических передач математическая модель модифицированного зацепления может быть использована в дальнейшем развитии теории зубчатых зацеплений. Предложенные параметры модификации геометрической модели зубчатых колёс могут быть использованы при разработке моделей других видов модифицированных зацеплений.

**Практическая значимость исследования** состоит в разработанном средстве поддержки технологического синтеза прямозубой конической передачи в составе АСТПП, которое включает:

1. Методику подбора параметров модификации для получения локализованного контакта.
2. Методику подбора значений параметров распределения припуска для финишной операции штамповки.

3. Методику технологического синтеза зубчатого зацепления.
4. Программное обеспечение подсистемы АСТПП, которое позволяет анализировать характеристики зацепления и контакта, рассчитывать модифицированные трёхмерные модели зубчатых колёс, проводить оптимизацию максимального контактного давления в передаче, рассчитывать трёхмерные модели заготовок с припуском под калибровку.

**Методология и методы исследований.** В процессе разработки теоретических положений использованы методы расчёта зубчатых зацеплений, аналитической и дифференциальной геометрии. При решении поставленных задач использовались численные методы решения уравнений (метод Ньютона, метод хорд, шаговый метод), методы численного интегрирования (метод Симпсона) и методы численного дифференцирования.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Метод технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства.
2. Математическая модель модифицированного зубчатого зацепления в составе метода технологического синтеза прямозубых конических передач, отличительной особенностью которой является получение боковых поверхностей прямых зубьев в конической передаче с локализованным пятном контакта.
3. Эвристический алгоритм решения задачи условной оптимизации по подбору значений параметров модификации для минимизации контактного давления в передаче с локализованным контактом.
4. Математическая модель распределения припуска под финишную обработку зубчатых колёс.
5. Программное средство поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач в составе подсистемы АСТПП.

**Достоверность и обоснованность** полученных в работе положений, результатов и выводов подтверждается согласованностью полученных практических результатов с теоретическими, полученными с помощью

разработанного метода технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства.

**Соответствие паспорту специальности.** Указанная область исследования соответствует паспорту специальности 2.3.3 – Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами, а именно п. 12 – «Методы создания специального математического и программного обеспечения, пакетов прикладных программ и типовых модулей функциональных и обеспечивающих подсистем АСУТП, АСУП, АСПП и др., включая управление исполнительными механизмами в реальном времени».

**Апробация результатов исследования.** Материалы работы докладывались и обсуждались на научно-практических конференциях: всероссийской научно-практической конференции «Цифровая экономика: технологии, управление, человеческий капитал» (2017), международной студенческой научно-практической конференции «Автоматизация и информационные технологии» (АИТ-2018), всероссийской научно-практической конференции «Цифровая экономика: технологии, управление, человеческий капитал» (2018), международной студенческой научно-практической конференции «Автоматизация и информационные технологии» (АИТ-2019), всероссийской научно-практической конференции «Цифровая экономика: технологии, управление, человеческий капитал» (2019), международной научно-практической конференции «Наука сегодня: вызовы, перспективы и возможности» (2019), XIII всероссийской конференции с международным участием «Машиностроение: традиции и инновации» (МТИ – 2020), VIII Международной научно-практической конференции «Автоматизированное проектирование в машиностроении» (2020), XIV всероссийской конференции с международным участием «Машиностроение: традиции и инновации (МТИ – 2021)», международном форуме «Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения» (2021), XV всероссийской конференции с международным участием «Машиностроение: традиции и инновации (МТИ – 2022)».

Отдельные результаты научно-исследовательской работы используются на ПАО «КАМАЗ», получен акт о внедрении отдельных результатов научно-исследовательской работы при подготовке производства прямозубых конических передач заднего моста автомобиля. 3D-модели зубчатых колёс, подготовленные с помощью разработанного программного средства, рекомендованы к внедрению на ПАО «КАМАЗ». Испытания штампованных зубчатых колёс, изготовленных по подготовленным 3D-моделям, дали положительные результаты.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы (103 наименования) и приложений. Работа содержит 143 страницы сквозной нумерации, включая 70 рисунков, 9 таблиц и 4 страницы приложений.

# ГЛАВА 1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ПОДДЕРЖКИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА

## 1.1 Актуальность темы исследования

Зубчатые передачи широко используются во многих отраслях промышленности. Наиболее часто они применяются в автомобильной промышленности [50]. Помимо этого, их используют в приборостроении, редукторах машин, металлорежущих станках, прокатных станках, крановых механизмах, сельскохозяйственной технике и в аэрокосмической промышленности.

Прямозубые конические передачи занимают около 20-30% от общего числа зубчатых передач, используемых в машиностроении. Они используются в различных деталях и узлах в задних мостах автомобилей, тракторов, в сельхозтехнике. Среди них наиболее распространены ортогональные прямозубые конические передачи, где валы, на которых расположены зубчатые колёса, пересекаются под прямым углом (см. рисунок 1.1).



Рисунок 1.1 – Прямозубая коническая передача

Традиционно зубчатые колёса изготавливаются обработкой резанием. Все существующие способы нарезания зубьев на зуборезных станках можно отнести к одному из двух технологических методов – копирования и обкатки [40; 52; 60; 74].

При методе копирования профили зубьев получают с помощью инструмента соответствующего профиля или путём копирования этого профиля по шаблону. Из методов копирования на производстве применяется фрезерование дисковой модульной фрезой и круговое протягивание. Способ кругового протягивания является наиболее производительным способом нарезания прямозубых конических колёс и применяется при массовом нарезании небольших прямозубых конических колёс дифференциала автомобиля в условиях массового и крупносерийного производства [1; 55].

В методе обкатки поверхности зубьев получают в результате воспроизведения на станке зацепления с воображаемым производящим колесом, представленным инструментом. Наиболее распространёнными в промышленности способами, относящимися к методам обкатки, являются строгание двумя резцами и фрезерование двумя дисковыми фрезами.

Помимо обработки резанием, прямозубые конические колёса в массовом производстве изготавливают методами горячей объёмной штамповки. Штамповка осуществляется в несколько переходов. Финишным этапом является холодная калибровка. По сравнению с обработкой резанием, штамповка обладает рядом преимуществ. Штамповка является более производительным процессом. Штамповка в закрытом штампе позволяет снизить расход металла и затраты на механическую обработку. Детали, полученные методом штамповки, имеют больший ресурс по сравнению с деталями, полученными обработкой резанием. По сравнению с круговым протягиванием, для изготовления зубчатых колёс не требуется сложного расчёта геометрии фрезы-протяжки, а нужно рассчитать 3D-модели зубчатых колёс и 3D-модели заготовок с требуемым распределением припуска.

Производство зубчатых передач характеризуется следующими особенностями [71]. Наибольшую трудоёмкость имеют работы, связанные с

геометрическим и прочностным расчётом передачи, а также с её изготовлением. В производстве зубчатых передач применяется многообразное сложное оборудование и инструмент. При подготовке производства проводится конструкторский и технологический синтез зубчатой передачи.

Конструкторский синтез передачи осуществляется на этапе конструкторской подготовки производства. Конструктор разрабатывает чертежи и трёхмерную модель прямозубой конической передачи, предполагая, что боковые поверхности зубьев являются коническими эвольвентными поверхностями. В машиностроении в основном применяют зубчатые колёса с эвольвентной формой боковой поверхности. Эвольвента представляет собой кривую, которая описывается точкой прямой линии, перекатываемой по окружности без скольжения (см. рисунок 1.2). Такая форма профиля обеспечивает теоретически точное зацепление и линейный контакт в передаче [29].

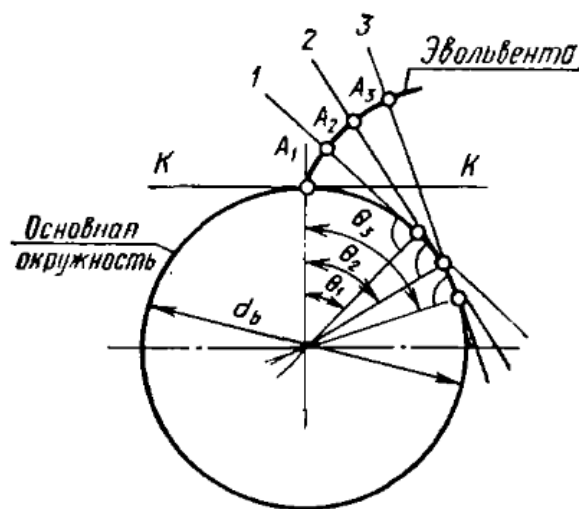


Рисунок 1.2 – Получение эвольвенты [57]

Исходя из требований к габаритам узла, его конструктивных особенностей и нормативных документов конструктор проводит проектировочный расчёт передачи и разрабатывает её чертёж. На чертеже передачи приводится таблица с рассчитанными основными геометрическими параметрами по ГОСТ 19624 «Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии».

После этого осуществляется технологический синтез передачи [80]. На основе полученных чертежей технолог должен обеспечить требуемое качество зацепления, такое как форма и положение пятна контакта, вид кривой неравномерности передачи вращения. Кроме этого, необходимо предусмотреть влияние погрешностей изготовления, сборки и эксплуатации, неизбежно возникающих в реальном зацеплении. Для этого требуется локализация контакта. Задачей технолога становится обеспечение требуемого способа модификации формы боковой поверхности.

Для прямозубой конической передачи чертёж не регламентирует точную форму боковой поверхности. Она будет зависеть от степени локализации контакта и от способа изготовления зубчатой передачи, используемого оборудования и требуемых условий работы зубчатой передачи и назначения передачи.

При эвольвентном зацеплении обеспечивается точное зацепление и линейный контакт. Зубчатые передачи со строгой сопряженностью зубьев обладают рядом недостатков. Передачи с линейным контактом чувствительны к погрешностям сборки, изготовления и эксплуатации. Из-за этих погрешностей реальные показатели передачи будут отличаться от теоретических. Под действием нагрузки точное зацепление становится приближённым, что может привести к концентрации напряжений на кромке зуба, возникает опасность кромочного контакта [35]. Кроме того, при изготовлении зубчатых колёс некоторыми способами строго эвольвентное зацепление получить нельзя.

Способ борьбы с кромочным контактом давно известен – это локализация контакта. С этой целью на практике стремятся получить приближённое зацепление с точечным контактом [13; 14; 45; 48; 82; 85]. Для получения приближённого зацепления модифицируют активную боковую поверхность зубьев одного из колёс, т.е. вводятся отводы поверхности в двух направлениях: профильном и продольном [18; 42; 54; 62; 69; 72]. Целью модификации является локализация пятна контакта [32; 103; 94; 95]. Продольная модификация должна предотвращать возникновение кромочного контакта для любых допустимых погрешностей изготовления и сборки. Профильная модификация должна компенсировать погрешности шага,



сохраняя точность передачи в пределах, допустимых нормами плавности по соответствующему стандарту ГОСТ 1758-81 «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические и гипоидные. Допуски» [30].

Отметим, что линии мгновенного контакта в прямозубой конической передаче прямые, вытянутые вдоль зуба. В этой связи продольная модификация не вызовет изменение мгновенного передаточного отношения. Продольная модификация позволяет снизить зависимость от погрешностей, возникающих при монтаже передачи в редукторе, т.е. погрешностей, связанных с расположением осей колёс. Благодаря профильной модификации возникает переменность мгновенного передаточного отношения. Это позволяет компенсировать кромочные удары в момент пересопряжения зубьев и компенсировать негативное влияние погрешностей шага и деформации зубьев под нагрузкой [79].

Передачи с приближенным зацеплением не могут обеспечивать вращение с постоянным передаточным отношением. Степень отклонения передаточного отношения от константы зависит от несопряженности контактирующих поверхностей. В то же время приближённое зацепление обладает рядом преимуществ. В передаче с локализованным контактом снижается вероятность кромочного контакта за счёт нечувствительности к сборочным и эксплуатационным погрешностям. Передачи с приближённым зацеплением превосходят точные прямозубые конические передачи по нагрузочной способности [66] и долговечности. Таким образом, передачи с приближённым зацеплением и точечным контактом за счёт возможности локализации пятна контакта по сравнению со всеми остальными типами передач (теоретически точными передачами или передачами с линейным контактом) выигрывают в устойчивости к разнообразным погрешностям изготовления и сборки.

При технологическом синтезе передачи важной задачей является получение приближённого зацепления с локализованным контактом. Приближенное зацепление автоматически формируется в том случае, когда по технологии нарезания при обработке шестерни и колеса относительные движения между производящим колесом и обрабатываемой деталью различны между собой. Такой

случай имеет место, например, в конических и гипоидных передачах с круговыми понижающимися зубьями, или при обработке прямозубых конических колес фрезами-протяжками. Вопросы анализа и синтеза таких передач подробно исследованы в работах М.Л. Бакстера, Ф.Л. Литвина, М.Г. Сегалю, Г.И. Шевелевой и многих других авторов [11; 15; 43; 44; 59; 63; 64; 66; 70; 75; 84; 97; 98].

В случае изготовления передачи на зуборезном станке обеспечение требуемой локализации достигается на этапе подбора значений наладок станка. Возможности технолога по управлению степенью локализации ограничены возможностями станка. Методики расчёта наладок и инструмента для изготовления передач описаны в работах [73; 78].

В случае изготовления на многокоординатном станке с ЧПУ или методом штамповки, структура технологической подготовки производства несколько изменяется. Для таких методов уже не требуется расчёт наладок станка, поскольку итоговая форма изделия будет зависеть от трёхмерных моделей зубчатых колес. Основной задачей является построение таких трёхмерных моделей зубчатых колес, которые бы учитывали необходимую степень локализации [87]. В случае использования метода штамповки дополнительно потребуется расчёт трёхмерной модели заготовки с учетом припуска для различных этапов штамповки, в т.ч. для финишного этапа штамповки – холодной калибровки.

Таким образом, задача технологического синтеза передачи включает в себя выбор требуемой формы боковой поверхности зуба, определения способа изготовления и расчёт наладочных параметров для выбранного оборудования [42]. Расчёт наладочных параметров осуществляется совместно с оценкой работоспособности передачи по её характеристикам контакта.

Для подготовки производства зубчатых передач современными способами необходимо на стадии технологической подготовки производства подготовить 3D-модели зубчатых колёс, которые бы обеспечивали заданные эксплуатационные характеристики, такие как размеры пятна контакта и др. В случае изготовления зубчатых колёс методом штамповки требуется дополнительно подготовить 3D-модели заготовок зубчатых колёс с заданным распределением припуска. Процесс

подготовки производства зубчатых колёс методами штамповки с учётом этого представлен на рисунке 1.3.

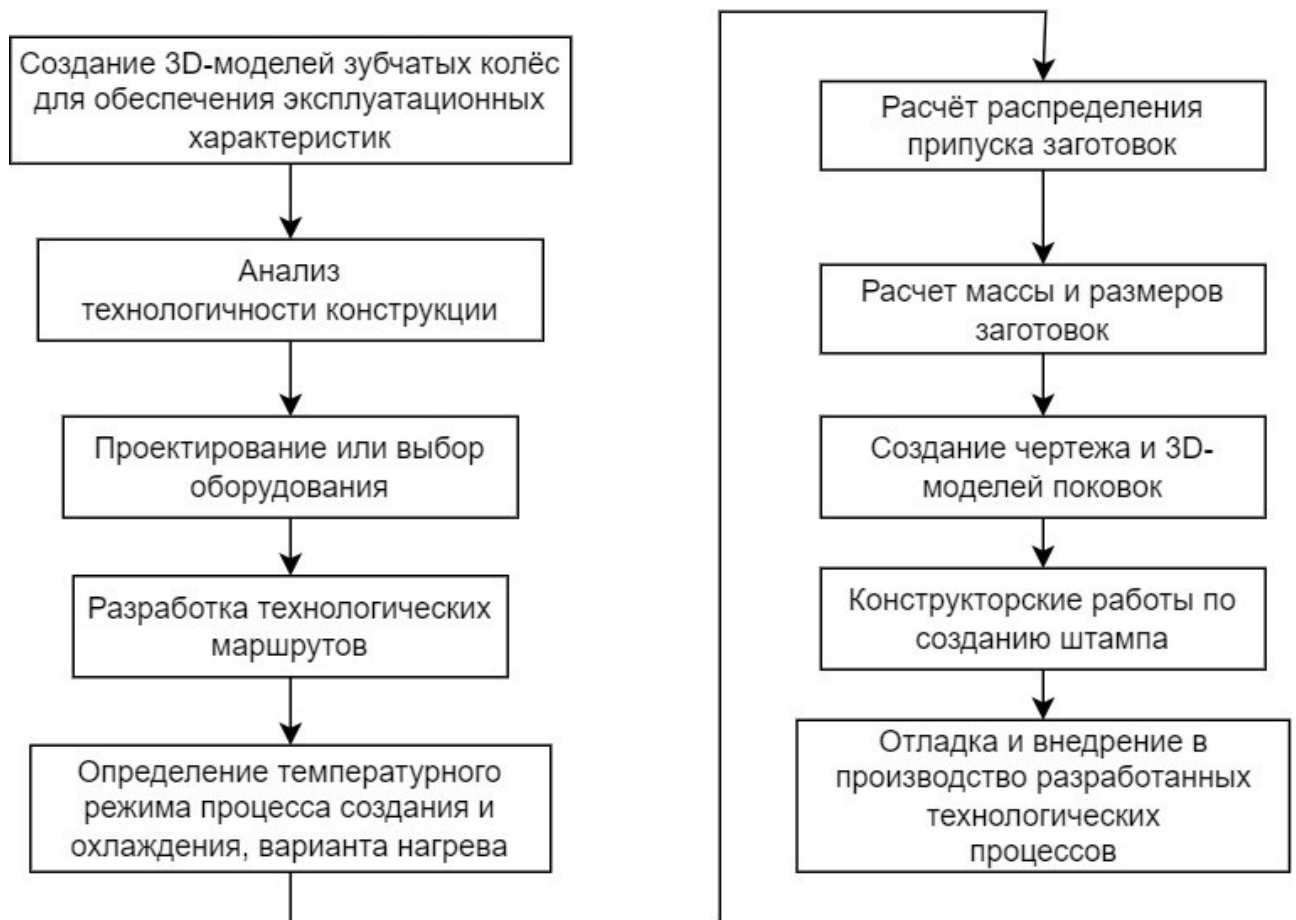


Рисунок 1.3 – Этапы технологической подготовки производства прямозубых конических передач методом штамповки

Для изготовления шестерен методами штамповки требуется подготовить несколько моделей заготовок с припуском под разные этапы штамповки, в том числе под финишный этап штамповки – холодную калибровку [81]. Во время холодной калибровки деталь в холодном виде подвергается воздействию на чеканочном прессе. Это позволяет добиться максимально точности размеров и качества поверхности. При этом толщина сминаемого слоя мала.

Методика распределения припуска на заготовке будет зависеть от решаемой задачи. Припуск на толщину поковки, подвергаемой холодной калибровке, определяют по таблице 21 из приложения 4 в ГОСТ 7505-89 «Поковки стальные

штампованные. Допуски, припуски и кузнечные напуски». Величина припуска устанавливается в зависимости от площади поверхности, подвергаемой калибровке. Однако возможности выбора распределения припуска отсутствуют и припуск рассчитывается равномерным. При расчёте неравномерного распределения припуска в закрытом штампе необходимо учитывать равенство объёмов заготовки и поковки. Это необходимо, чтобы металла, оставленного в заготовке, хватило для заполнения формы готового зуба.

## **1.2 Исследование характеристик зацепления и контакта прямозубой конической передачи**

Выбор технологических параметров обработки прямозубых конических передач с приближённым зацеплением и точечным контактом является важной технологической задачей. С одной стороны, передача должна быть нечувствительна к погрешностям изготовления и сборки, с другой – она должна передавать заданную нагрузку и обеспечивать точность передачи вращения.

С этой целью конструктор и технолог оценивают качество синтезируемого зацепления по характеристикам зацепления передачи. Это наиболее важные показатели, которые характеризуют работоспособность прямозубой конической передачи. К ним относятся:

- а) форма, положение и размер пятна контакта;
- б) максимальное контактное давление;
- в) амплитуда кривой неравномерности передачи вращения (кривой Бакстера);
- г) минимальный боковой зазор.

Все вышеперечисленные критерии необходимо определять с учётом погрешностей изготовления, монтажа и эксплуатации. Критерии а) и б) характеризуют контакт зубьев колёс, критерий в) – плавность работы зубчатой передачи, г) – вид сопряжения зубчатых колёс. В данной работе в качестве критериев работоспособности прямозубой конической передачи рассматриваются

пятно контакта, максимальное контактное давление и кривая неравномерности передачи вращения.

**Пятно контакта.** Важнейшей характеристикой зацепления зубчатой передачи, по которой оценивают качество зацепления, является пятно контакта. Оно представляет собой зону касания зубьев при заданной толщине краски.

Для оценки качества зацепления зубчатой передачи проводят испытание на контрольно-обкатном станке. Для определения пятна контакта боковые поверхности нескольких зубьев покрывают краской, после чего включают вращение ведущего шпинделя с шестерней и вручную притормаживают ведомый шпиндель с установленным колесом. На зубе колеса пятно контакта определяют по стёртой краске, а на шестерне – по нанесённой.

Для нагруженных передач краску наносят на оба колеса зубчатой пары. В этом случае толщина краски увеличивается, и пятно будет занимать большую площадь. Это позволяет точнее спрогнозировать пятно контакта под нагрузкой.

Требуемый размер и расположение пятна контакта определяются в соответствии с рекомендациями, установленными в ГОСТ 1758-81 «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые и конические. Допуски» [30]. В соответствии с ним пятно контакта должно иметь форму овала или прямоугольника с закругленными краями. Не допускается выход пятна контакта за кромку зуба, а также разрывы пятна контакта по высоте.

Пример расположения и формы различных пятен контакта приведен на рисунке 1.4. Хорошее пятно контакта приведено на рисунке 1.4а, пятна на рисунках 1.4б-г неудовлетворительного качества. Из опыта эксплуатации конических зубчатых передач следует, что под нагрузкой пятно контакта перемещается по длине зуба в сторону большего торца [49, с. 409]. Поэтому при синтезе передачи пятно контакта должно быть смещено ближе к меньшему торцу. В этом случае под нагрузкой пятно распространится по зубу, что позволит избежать кромочного контакта. Значение смещения пятна контакта зависит от величины передаваемой нагрузки (передаваемого момента) и от жесткости корпуса редуктора, деформации валов и зубьев конических колес [61, с. 415].

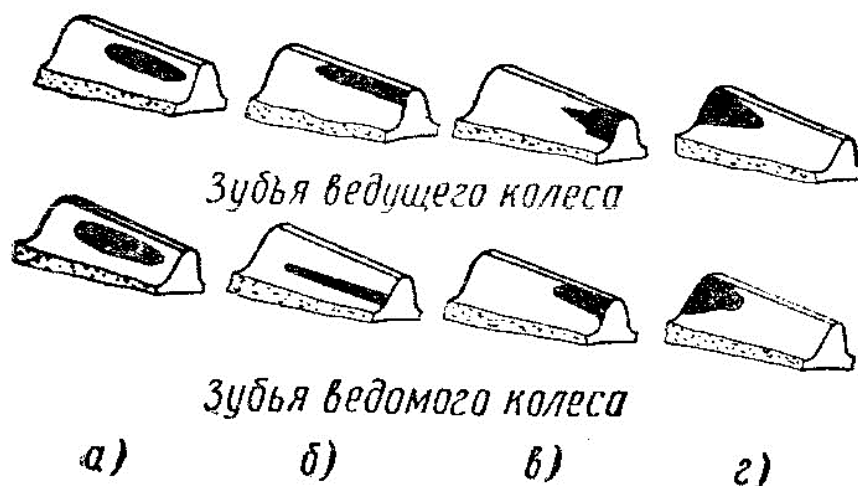


Рисунок 1.4 – Разные расположения пятен контакта на зубе [58]

Для нагруженных передач только формы, расположения и размеров пятна контакта недостаточно. Необходимо также проверять, как будет смещаться пятно под влиянием различных погрешностей, в том числе тепловых, монтажных погрешностей и погрешностей шага, а также деформаций под нагрузкой [51]. Всё это приводит к повышению шума, а также концентрации напряжений, что может привести к повреждениям передачи.

Однако на обкатном станке нельзя установить, какая была зона касания зубьев при некотором фиксированном угловом положении шестерни и колеса. Такой отпечаток называется мгновенной контактной площадкой. Его получают только с помощью средств моделирования. Объединение всех мгновенных контактных площадок на всем интервале работы одной пары зубьев называется зоной касания или пятном контакта без нагрузки.

**Кривая Бакстера.** Плавность работы зубчатой передачи можно оценить по графику отклонения углового положения колеса от его номинального значения в зависимости от угла поворота шестерни за время зацепления одной пары зубьев (см. рисунок 1.5). Этот график назван кривой Бакстера [66]. При построении кривой считают, что в зацеплении находится одна пара зубьев.

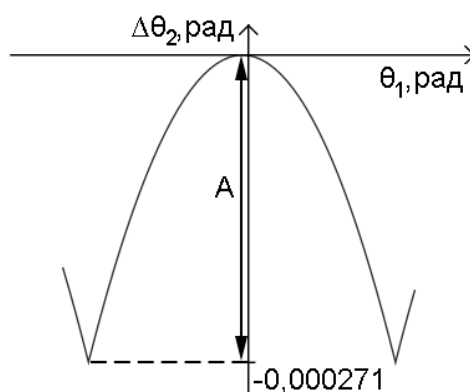


Рисунок 1.5 – Кривая Бакстера

Кривая Бакстера представляет собой график функции вида  $\Delta\theta_2(\theta_1)$ , где  $\theta_1$  – угол поворота шестерни, а  $\Delta\theta_2$  – ошибка в передаче вращения, определяемая как

$$\Delta\theta_2 = -\theta_2 - \theta_1 * z_1/z_2, \quad (1.1)$$

где  $\theta_2$  – реальный угол поворота шестерни до касания зубьев;

$\theta_1 * z_1/z_2$  – угол поворота, соответствующий кинематически точному зацеплению.

На рисунке 1.5 по оси абсцисс обозначен угол поворота ведущего колеса в радианах, по оси ординат – ошибка передачи вращения ведомого колеса в радианах. Максимальная ошибка  $A$  передачи вращения или амплитуда кривой Бакстера измеряется на периоде работы одной пары зубьев. Чтобы вычислить амплитуду кривой Бакстера, нужно сдвинуть график на величину периода вправо и влево. В точках пересечения можно вычислить максимальную ошибку в передаче вращения, которая и равна искомой амплитуде  $A$ . Например, на рисунке 1.5  $A=2,71*10^{-4}$  рад.

Еще в середине прошлого века в работах Бакстера [70], Литвина [43] и других ученых [54] было показано, что в правильно спроектированной передаче кривая Бакстера близка к параболе ветвями вниз. Резкие перепады на кривой Бакстера, соответствующие резкому изменению угла поворота зубчатых колес, говорят о нарушении плавности передачи. В этом случае при работе передачи возникает вибрация и шум, появляются дополнительные инерционные нагрузки и удары в зацеплении. Все это неблагоприятно влияет на надежность передачи, работающей при больших скоростях и нагрузках.

**Максимальное контактное давление.** Нагрузочную способность зубчатой передачи оценивают по максимальному контактному давлению. Передачи с высоким контактным давлением обладают низкой контактной выносливостью – способностью выдерживать циклические контактные нагрузки без разрушений. Предельная величина максимального контактного давления в передаче зависит от способа химико-термической обработки зубчатых колёс, вида материала и его твёрдости. Например, в случае хромоникелевых сталей рекомендуется использовать следующее соотношение [16]

$$\sigma_{Hlim} = 2,3HRC, \quad (1.2)$$

где  $\sigma_{Hlim}$  – предельное контактное напряжение, кгс/мм<sup>2</sup>;

$HRC$  – твёрдость материала зубчатых колёс.

Например, для стали 18ХГР при  $HRC = 60$  рекомендуемое предельное контактное напряжение в передаче составляет 1353 МПа.

На этапе синтеза контактное давление рассчитывается по приближённым формулам. Окончательное значение контактного давления определяется на этапе анализа с помощью точных моделей, в которых учитывается реальная форма боковых поверхностей зубьев. Проводить оптимизацию контактных давлений на этапе анализа затруднительно.

Таким образом, были рассмотрены характеристики зацепления и контакта прямозубых конических передач и установлены их рекомендуемые значения.

### **1.3 Анализ автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства**

Для решения задачи конструкторско-технологической подготовки производства применяются различные автоматизированные системы.

Универсальные CAD/CAD/CAE-системы широкого назначения и их отдельные программные модули позволяют рассчитывать геометрические параметры передачи, проводить прочностной анализ передачи [37; 38; 39] и



рассчитывать 3D-модели зубчатых колёс [2; 33; 89; 99]. К таким средствам относятся зарубежные системы Pro/ENGINEER, AutoCAD Inventor, NX и отечественные системы T-Flex CAD, Компас-3D.

Специализированные автоматизированные системы конструкторско-технологической подготовки производства как правило разработаны для конкретного вида передач и позволяют рассчитать характеристики зацепления передачи. С их помощью технолог может подобрать параметры наладки станка для того, чтобы обеспечить локализованный контакт в передаче с целью минимизации влияния погрешностей. К этой группе относятся отечественные программные комплексы (ПК) – ПК Эксперт [68], ПК «Волга» [44]), и зарубежные – ПК Литвина [43; 83], ПК «Kimos» [96]. Они позволяют проанализировать зацепление зубчатой передачи по заданным параметрам и получить пятно контакта, график кривой неравномерности передачи вращения [46; 102]. Некоторые из них позволяют дополнительно рассчитать максимальное контактное давление и изгибное напряжение, а также боковой зазор, мгновенные контактные площадки и напряжённое состояние на любой фазе зацепления, оценить степень чувствительности передачи к погрешностям и прочую информацию.

Рассмотрим специализированные автоматизированные системы, предназначенные для конструкторско-технологической подготовки производства конических передач.

**ПК Эксперт.** Программный комплекс Эксперт предназначен для решения задач синтеза и анализа конических передач с круговыми зубьями [66]. Он разработан коллективом сотрудников Московского станкоинструментального института под руководством д.т.н., проф. Г.И. Шевелевой. Ими же разработан ПК Москва для прямозубых конических передач, обрабатываемых методом Revacycle [10].

ПК Эксперт решает следующие задачи синтеза и анализа конических передач с круговыми зубьями [68]:

- определение допустимых контактных давлений;

- определение допустимых напряжений изгиба;
- определение конструктивных размеров передачи по допустимым контактным давлениям и напряжениям изгиба;
- синтез передачи по пятну контакта и построение формы зубьев. Для синтеза вводятся параметры локализации пятна контакта;
- геометро-кинематический анализ с учетом погрешностей;
- анализ контакта на основе решения Герца;
- анализ контакта с помощью негерцевского решения контактной задачи теории упругости;
- определение наладок для обработки пары заданным инструментом и прочие функции.

Отличительной чертой ПК Эксперт является то, что он позволяет синтезировать форму боковой поверхности зуба по заданным характеристикам зацепления, в том числе, по заданному пятну контакта.

Для синтеза передачи должно быть известно следующее. Пятно контакта должно иметь заданные размеры по длине и высоте зуба. Оно имеет заданные отрывы от кромок зуба. Пятно должно быть смещено в сторону меньшего торца колеса (для компенсации смещения пятна контакта в режиме работы нагруженной передачи).

Синтез передачи проводят итерационно. В конце каждого этапа оценивают результаты анализа прочности и долговечности, и при необходимости корректируют исходные параметры. Исходными данными для синтеза являются геометрические характеристики зубчатой пары, геометрические параметры инструмента для обработки зуба и параметры синтеза. В качестве параметров модификации приняты параметры, управляющие расположением пятна контакта и его формой.

На первом этапе синтеза передачи рассчитываются наладки для обработки зубьев колеса, и определяется в квадратичном приближении форма боковой поверхности его зуба. На втором этапе по заданным характеристикам зацепления и

полученной на первом этапе поверхности определяются дифференциальные характеристики поверхности зуба шестерни и форма этой поверхности. Этот этап основан на уравнениях точечного контакта [66]. На третьем этапе рассчитываются значения технологических параметров (наладок), которые позволяют реализовать в процессе обработки именно ту форму поверхности шестерни, которая была определена на втором этапе. Затем проводят анализ контакта зубьев, в рамках которого для определения контактных давлений используется либо решение Герца задачи о контакте упругих тел, ограниченных поверхностями второго порядка [16], либо негерцевское решение [66].

На рисунке 1.6 показан результат расчёта наладок, кривая Бакстера (кривая неравномерности передачи вращения) и пятна контакта на ведущем и ведомом колесе.

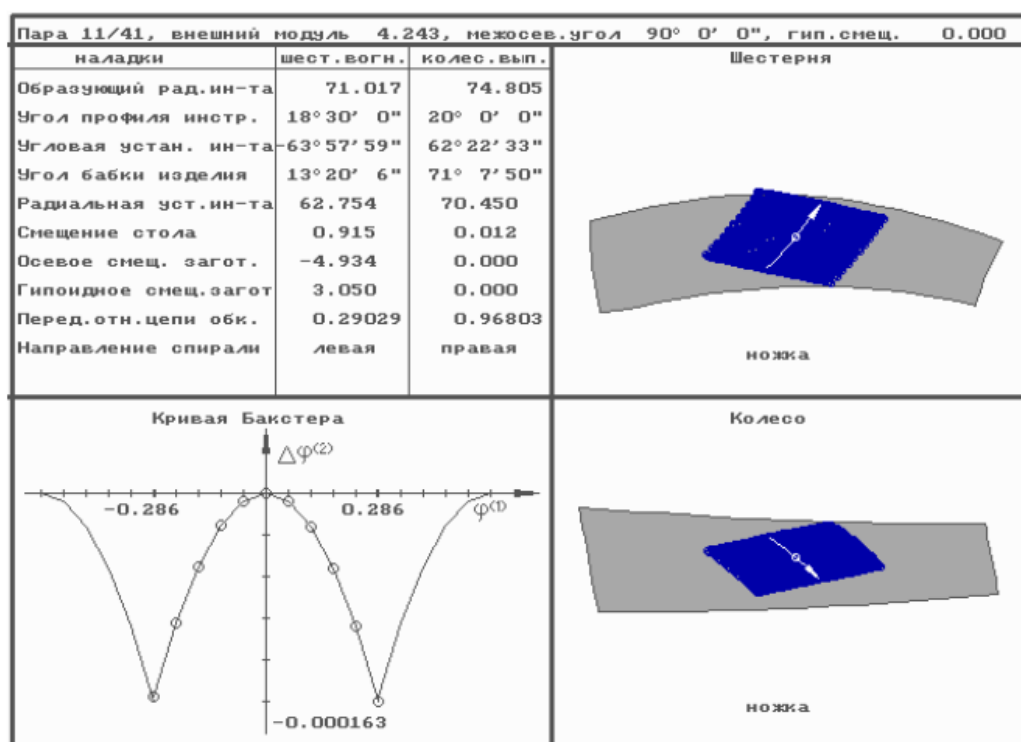


Рисунок 1.6 – Значения наладок и рассчитанные характеристики зацепления передачи в ПК Эксперт

В целом ПК Эксперт предназначен для расчетов передач с круговыми зубьями, а расчет прямозубых передач не поддерживается.

**Kimos.** Программный комплекс Kimos (Klingelberg Integrated Manufacturing of Spiral Bevel Gears) фирмы Klingelberg используется для конических колёс с круговым зубом. Он позволяет проводить проектирование, оптимизацию и подготовку производства. В системе доступно проведение моделирования процесса изготовления передачи, изучение и оптимизация поведения передачи в реальных условиях эксплуатации. Kimos позволяет подобрать значения наладки станка и параметры инструмента. К основным возможностям системы относятся:

- расчёт основных геометрических параметров передачи по основным стандартам [77];
- определение геометрии зуба для распространённых процессов производства конических зубчатых колёс;
- моделирование процессов изготовления колёс;
- анализ контакта зубьев без нагрузки (см. рисунок 1.7);
- анализ контакта зубьев под нагрузкой с учётом реальной формы зуба;
- построение поверхности отклонений (ease-off) (см. рисунок 1.7);
- документирование результатов на всех этапах проектирования зубчатого колеса для построения цифрового двойника изделия.

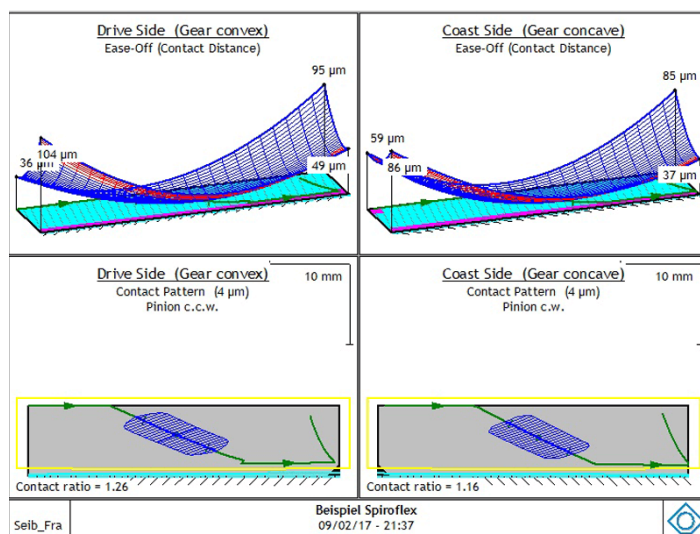
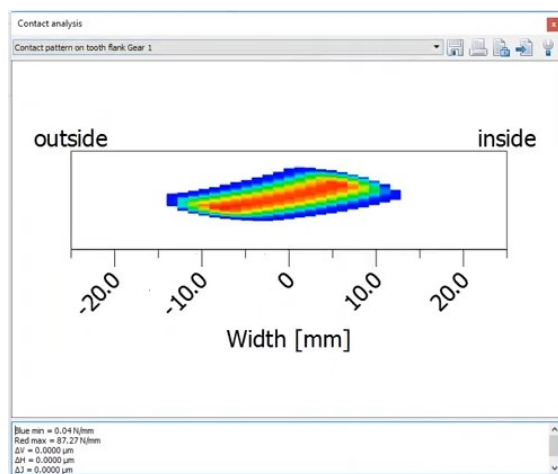


Рисунок 1.7 – ПК Kimos [76]

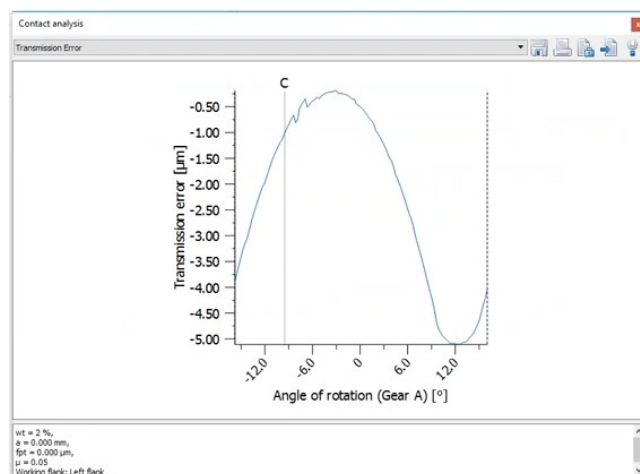
Сравнение результатов расчёта, полученных в ПК Kimos и ПК Эксперт, приведено в работе [67].

**KISSsoft.** Программное обеспечение KISSsoft фирмы Gleason предназначено для создания и анализа элементов редуктора и деталей машин, включая расчёт цилиндрических, конических, червячных и передач. Программа включает в себя инструменты расчёта и оптимизации редукторов и коробок передач. В программе поддерживаются цилиндрические, конические, червячные, винтовые, корончатые передачи. К основным возможностям системы по коническим передачам относятся:

- поддержка прямозубых, косозубых и колёс с круговыми зубьями;
- расчёт геометрии по стандарту ISO 23509;
- расчёт на прочность по стандарту ISO 10300;
- определение габаритов зубчатой передачи по заданной нагрузке и передаточному отношению;
- расчёт характеристик зацепления (см. рисунок 1.8): пятно контакта под нагрузкой, кривая неравномерности передачи вращения;
- построение 3D-модели зубчатых колёс и экспорт в формате 3D-STEP.



а)



б)

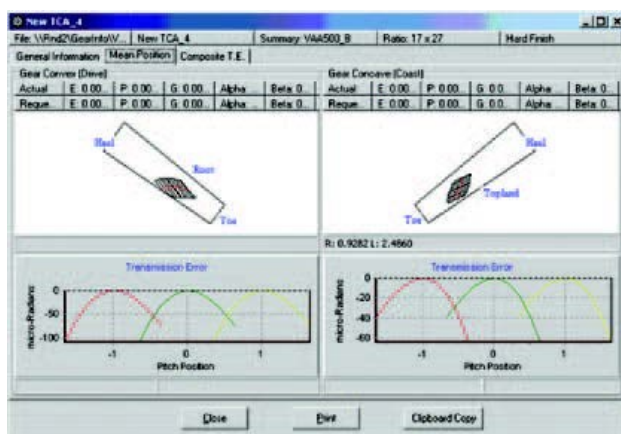
Рисунок 1.8 – Характеристики зацепления а) пятно контакта при небольшой нагрузке б) кривая неравномерности передачи вращения

Анализ контакта конических зубчатых передач основан на модели Вебера/Банашека. Он позволяет выполнить моделирование работы зацепления

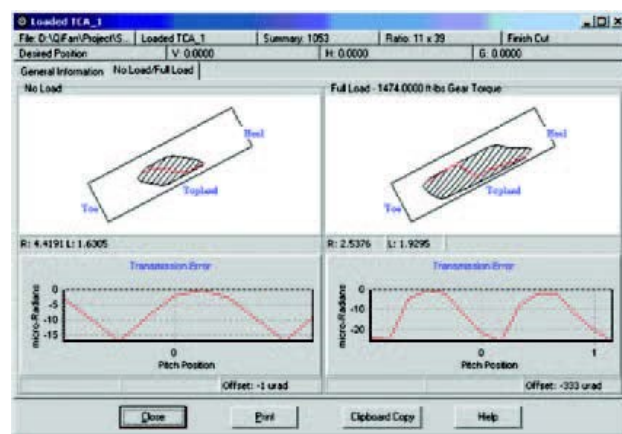
путём перекачивания с переменной эксплуатационной нагрузкой. Анализ проводится с учётом модификаций зубчатого зацепления. Геометрия конического зубчатого колеса рассчитывается для метода постоянного деления (face hobbing) и метода шагового деления (face milling). Расчёт формы зуба производится по эквивалентному цилиндрическому зубчатому зацеплению.

**CAGE.** Программное обеспечение CAGE компании Gleason предназначено для проектирования и анализа конических передач с круговым зубом и гипоидных передач [92]. В нём поддерживается анализ без нагрузки (TCA) и под нагрузкой (LTCA). Есть возможность проводить прочностной анализ с учетом погрешностей сборки.

На рисунке 1.9а изображены результаты прочностного анализа без нагрузки передачи с круговым зубом, изготавливаемой методом шагового деления (face milling). Слева приведены результаты для ведущего колеса, справа – для ведомого колеса. В верхней части показаны пятна контакта в среднем положении контакта, в нижней – кривые неравномерности передачи вращения.



а)



б)

Рисунок 1.9 – Результаты анализа а) передачи с круговым зубом б) гипоидной передачи [92]

На рисунке 1.9б изображено окно с результатами прочностного анализа для ведущего колеса гипоидной передачи, изготавливаемой методом постоянного

деления (face hobbing). Графики в левой части окна относятся к анализу без нагрузки, в правой – под нагрузкой. Сверху приведены пятна контакта, снизу – кривые неравномерности передачи вращения.

**ПК «Волга».** Отечественный ПК «Волга-5» создан в Саратовском специализированном конструкторском бюро зубообрабатывающих станков (СКБ ЗС) под руководством д.т.н., проф. М.Г. Сегаля [44]. Он нацелен на проведение проектировочных и проверочных расчетов в конических передачах с круговыми зубьями. На его основе был разработан ПК «Волга-6» по расчету наладок для нарезания квазиэвольвентных прямозубых конических колес на станках моделей 5С267П и 5С277П. Обработка зубчатых колес осуществлялась спаренными дисковыми фрезами по схеме с неплюсковершинным производящим колесом. Для регулировки степени локализации контакта Л.К. Семеновым и В.И. Прилепским был предложен специальный способ наладки [56].

**ПК «Москва».** В Московском станкоинструментальном институте Г.И. Шевелевой и А.Э. Волковым была разработана программа расчета геометрии фрез-протяжек для обработки прямозубых конических колес методом кругового протягивания на станках моделей 5С268 и 5С269. Ими также была представлена методика локализации контакта за счет варьирования геометрических параметров инструмента [12]. Рассчитанное с помощью ПК пятно контакта представлено на рисунке 1.10. Программный комплекс также позволяет рассчитать карту работы резцов.

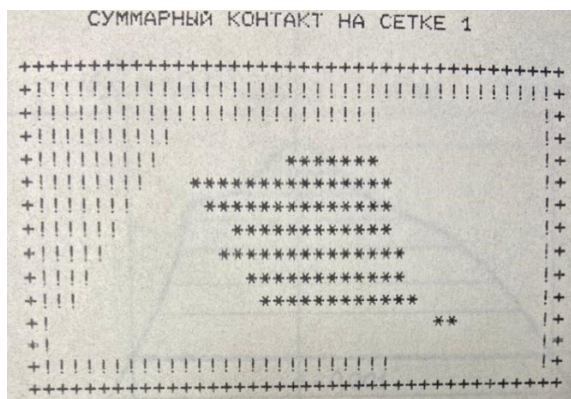


Рисунок 1.10 – Пятно контакта, полученное с помощью ПК «Москва»

Методы локализации контакта ранее применялись при обработке прямозубых конических колес на некоторых моделях станков. Методика продольной локализации контакта в прямозубых конических передачах, которая была разработана под руководством Е.Г. Росливкера [53]. Она предназначена для зубострогального станка модели 5П23БП. Методика обеспечивала бочкообразность прямых зубьев за счет смещения вершин производственных конусов относительно общей вершины эксплуатационных конусов. При этом вопрос комбинированной локализации не рассматривался.

Обобщим полученные результаты исследования специализированных автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Результаты исследования специализированных систем

Функции	Система					
	ПК Эксперт	Kimos	KISSsoft	CAGE	ПК «Волга-6»	ПК «Москва»
Анализ контакта	Пятно контакта, кривая Бакстера, максимальное контактное давление				Пятно контакта	Пятно контакта, Кривая Бакстера
Способ решения контактной задачи	Решение Герца, негерцевское решение	Метод конечных элементов	Модель Вебера / Банашека	Метод конечных элементов	Решение Герца	Решение Герца, негерцевское решение
Трудоёмкость прочностного анализа	Низкая	Высокая	Средняя	Высокая	Низкая	Низкая
Выходные данные для изготовления	Наладки станка, 3D-модели зубчатых колёс		3D-модели зубчатых колёс		Наладки станка	Параметры инструмента



К достоинствам рассмотренных специализированных автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства относятся возможности анализа контакта по различным методам, расчёта характеристик зацепления, таких как расчёт пятен контакта без нагрузки и под нагрузкой, расчёта кривой неравномерности передачи вращения.

К недостаткам рассмотренных систем можно отнести следующее. Принципы и алгоритмы, на которых построены эти системы, являются ноу-хау фирм и не разглашаются. Возможности синтеза и анализа прямозубых конических передач присутствуют в автоматизированных системах фирм Gleason и Klingelnberg, однако доступность этих систем в России ограничена. Среди рассмотренных систем возможность управления формой и расположением пятна контакта с помощью наглядных параметров реализованы только в ПК Эксперт для конических передач с круговыми зубьями. Системы ПК «Волга-6» и ПК Москва разработаны под конкретные технологические процессы на специальном оборудовании для изготовления конкретной технологией резанием. Оптимизация зацепления по некоторому критерию, например пятну контакта, происходит итерационно с помощью ручной корректировки исходной модели и оценки полученных расчётных характеристик зацепления. В системах, где анализ зацепления проводится методом конечных элементов, проведение оптимизации затруднительно из-за большого времени, затрачиваемого на анализ зацепления.

#### **1.4 Исследование методов решения контактной задачи**

Для оценки работоспособности передачи необходимо проверять её работу под нагрузкой. Существуют разные методы решения контактной задачи, которые позволяют рассчитать контактное напряжение, возникающее в передаче под нагрузкой, а также определить форму и положение пятна контакта. Выбор метода решения зависит от требований к точности и скорости решения и должен учитывать особенности конкретной задачи. Рассмотрим некоторые из методов решения контактной задачи.

**Аналитические методики.** Существуют различные аналитические методики, которые позволяют получить приближённое значение контактного давления. В некоторых из таких методик при расчёте коническая передача заменяется эквивалентной цилиндрической. Для улучшения результата в расчёте используются различные коэффициенты, значения которых определяют из опыта эксплуатации зубчатых передач. В зависимости от степени локализации передачи, аналитические методики могут давать заниженное значение контактного давления [20].

**Метод конечных элементов.** В этом методе используются численные методы решения контактной задачи. Метод основан на разбиении исследуемой области контакта на конечное число элементов и может быть использован для тел со сложной геометрией. Качество и время решения зависят от способа разбиения модели на конечные элементы и от их количества элементов [88; 100].

**Решение Герца.** Решение Герца контактной задачи основано на теории упругости. В нём предполагается, что в начальный момент между двумя телами наблюдается точечный контакт. Для получения точного решения должен соблюдаться ряд условий, в том числе наличие только упругих деформаций в контакте, однородность материалов контактирующих тел, малая площадь контакта по сравнению с общей поверхностью соприкасающихся тел [44, 47].

**Метод граничных элементов.** В методе граничных элементов исходная система дифференциальных уравнений на границе области преобразуется в систему интегральных уравнений, которая затем решается численно [66]. Метод позволяет учитывать объекты со сложной геометрией, в том числе с криволинейными границами.

В данной работе выбран вариант решения Герца контактной задачи, предложенный Ю.Н. Работновым [51] и уточнённый В.И. Медведевым [87]. Этот выбор сделан из следующих соображений. В отличие от аналитических методик, решение Герца позволяет учесть продольную локализацию контакта при расчёте контактных напряжений и получить достаточно точное значение контактного давления [67]. В отличие метода конечных элементов, решение Герца контактной

задачи не требует больших временных затрат для получения качественного решения, поэтому может быть использовано в задачах оптимизации контактного давления в передаче.

Далее приведено описание существующего варианта решения Герца контактной задачи для его реализации в программном средстве поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства.

**Решение Герца контактной задачи теории упругости.** Для оценки качества работы спроектированной передачи при заданной нагрузке необходимо решить контактную задачу теории упругости.

Исходными являются следующие величины:

- поверхности зубьев зацепляющихся колес;
- модули  $E_1$  и  $E_2$  Юнга материала зубьев колес;
- коэффициенты  $\nu_1$  и  $\nu_2$  Пуассона;
- крутящий момент  $T_1$  на валу ведущего колеса.

Результатами решения контактной задачи являются мгновенная контактная площадка и максимальное контактное давление  $\sigma_i$  на каждой фазе зацепления при работе зубчатой передачи.

На интервале зацепления одной пары зубьев рассматриваются несколько фаз зацепления:

$$\theta_{1min} \leq \theta_{1i} \leq \theta_{1max}, \quad (1.3)$$

где  $i$  – порядковый номер фазы зацепления.

На каждой фазе  $\theta_{1i}$  зацепления с помощью решения Герца определяется мгновенная контактная площадка и рассчитывается максимальное контактное давление  $\sigma_i$ . Суммарное пятно контакта является объединением мгновенных контактных площадок, рассчитанных на всех фазах зацепления. Максимальное контактное давление  $\sigma_{Hmax}$  при работе зубчатой пары находим как наибольшее из максимальных контактных давлений на всех фазах зацепления:

$$\sigma_{Hmax} = \max_i \sigma_i \quad (1.4)$$

### Расчет характеристик контакта зубьев в произвольной фазе зацепления.

Рассмотрим взаимное положение колес зубчатой пары на некоторой фазе зацепления. Фаза зацепления определена значением угла  $\theta_1$  поворота ведущего колеса и значением угла  $\theta_2$  поворота ведомого колеса. Углы поворота связаны зависимостью

$$\Delta\theta_2 = -\theta_2 - \frac{\theta_1 N_1}{N_2}, \quad (1.5)$$

где  $N_1$  – число зубьев колеса;

$N_2$  – число зубьев шестерни.

В этом положении боковые поверхности касаются в точке  $C$  (см. рисунок 1.11а).

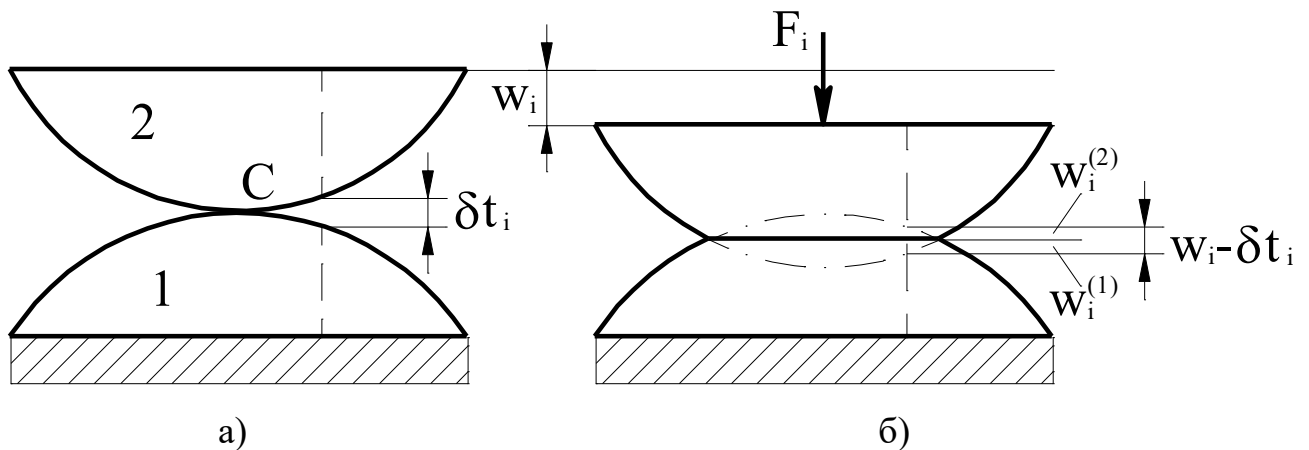


Рисунок 1.11 – Положение поверхностей зубьев а) в момент касания; б) после приложения силы  $F_i$

Мгновенную контактную площадку под нагрузкой и максимальное контактное давление на рассматриваемой фазе  $\theta_1$  будем рассчитывать с помощью решения Герца задачи о контакте двух тел, ограниченных поверхностями второго порядка.

Контакт зубьев рассмотрим в системе отсчета  $Cuvt$ , где  $C$  – точка касания. Ось  $t$  совпадает с общей нормалью к поверхностям в точке  $C$ . Оси  $u$ ,  $v$  расположены в касательной плоскости к контактирующим поверхностям. Зазор  $\delta t_i$  между поверхностями зубьев измеряется вдоль общей нормали. Зазор в момент касания

представим в виде квадратичной формы координат  $u, v$

$$\delta t_i = k_{uui}u^2 + k_{vvi}v^2. \quad (1.6)$$

Величины  $k_{uui}, k_{vvi}$  будем называть главными приведенными кривизнами контактирующих поверхностей. Методика расчета величин  $k_{uui}, k_{vvi}$  подробно описана в монографии Г.И. Шевелевой [66].

Условие контакта пары зубьев запишем в виде (см. рисунок 1.11)

$$w_i - \delta t_i = w_i^{(1)} + w_i^{(2)}, \quad (1.7)$$

где  $w_i$  – упругое сближение контактирующих тел вдоль общей нормали под действием силы  $F_i$ .

В результате деформации точки поверхностей 1 и 2 получили перемещения  $w_i^{(1)}$  и  $w_i^{(2)}$  (см. рисунок 1.11б).

Далее будем рассматривать упругое сближение  $w_{\tau i}$  в направлении касательной к окружности, по которой движется точка С. Оно связано с упругим сближением  $w_i$  соотношением

$$w_{\tau i} = w_i \cos \alpha, \quad (1.8)$$

где  $\alpha$  – угол профиля в точке касания.

Связь между упругим сближением  $w_{\tau i}$ , нормальной силой  $F_i$  и полуосями  $a_i, b_i$  мгновенного эллипса контакта имеет следующий вид [51]:

$$F_i = \gamma_i w_{\tau i}^{3/2}; \quad a_i = \chi_i F_i^{1/3}; \quad b_i = \mu_i a_i. \quad (1.9)$$

где  $\gamma_i, \chi_i, \mu_i$  – коэффициенты, значения которых зависят от угла  $\theta_1$ .

Отношение  $\mu_i = b_i/a_i$  полуосей эллипса мгновенного контакта определяется из уравнения [51]

$$J_2(\mu_i)k_{uui} - J_1(\mu_i)k_{vvi} = 0. \quad (1.10)$$

В уравнении (1.10) приняты следующие обозначения

$$J_1(\mu_i) = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \lambda \cdot d\lambda}{(\sin^2 \lambda + \mu_i \cos^2 \lambda)^{1/2}}, \quad (1.11)$$

$$J_2(\mu_i) = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \lambda \cdot d\lambda}{(\sin^2 \lambda + \mu_i \cos^2 \lambda)^{3/2}}. \quad (1.12)$$

Коэффициенты из равенств (1.9) определяются так

$$\chi_i = \sqrt[3]{\frac{3J_1(\mu_i)}{\pi K k_{\text{HII}}}}, \quad (1.13)$$

$$\gamma_i = \frac{\pi K}{3} \sqrt{\frac{J_1(\mu_i)}{k_{\text{HII}} J_0^3(\mu_i) \cos^3 \alpha}}. \quad (1.14)$$

Здесь  $K = 2 \left[ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right]^{-1}$  – жесткость системы;  $J_0(\mu_i) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\lambda}{(\sin^2 \lambda + \mu_i \cos^2 \lambda)^{1/2}}$ .

После нахождения значения величин коэффициентов  $\gamma_i$ ,  $\chi_i$ ,  $\mu_i$  сначала находят величину упругого сближения, которая рассчитывается далее. Затем из первого соотношения в (1.9) находят величину  $F_i$ , из второго – величину  $a_i$  и из третьего –  $b_i$ .

Максимальное контактное давление рассчитывается по формуле

$$\sigma_i = \frac{3F_i}{2\pi a_i b_i}. \quad (1.15)$$

#### **Расчет максимального контактного давления в зубчатой передаче.**

Одной из важных характеристик работоспособности зубчатой передачи является коэффициент перекрытия. В прямозубых конических передачах он принимает значения от одного до двух. Это означает, что при работе передачи имеет место как однопарный, так и двухпарный контакт зубьев.

Обычно в приближённом решении Герца предполагается, что максимальное контактное давление возникает при контакте средних точек зубьев [44]. Однако, опыт применения решения Герца задачи о контакте зубьев в конической зубчатой передаче показывает [85], что максимальное контактное давление имеет место на границе однопарного и двухпарного контакта. Поэтому принципиально важно определить границы однопарного контакта. Для этого необходимо получить распределение передаваемого момента в зоне двухпарного контакта.

При двухпарном контакте передаваемый момент  $T_1$  распределяется между двумя парами контактирующих зубьев

$$T_1 = M_1 + M_2. \quad (1.16)$$

Нижний индекс 1 относится к паре, вступающей в контакт первой, а индекс 2 – второй. Расчет значений  $M_1$  и  $M_2$  осуществляется в соответствии с моделью, представленной в работах [85; 87].

Момент  $M$  определяется по заданному крутящему моменту на шестерне  $T_1$  на каждой фазе с учетом парности контакта. В прямозубой конической передаче максимальная парность контакта не превышает двух.

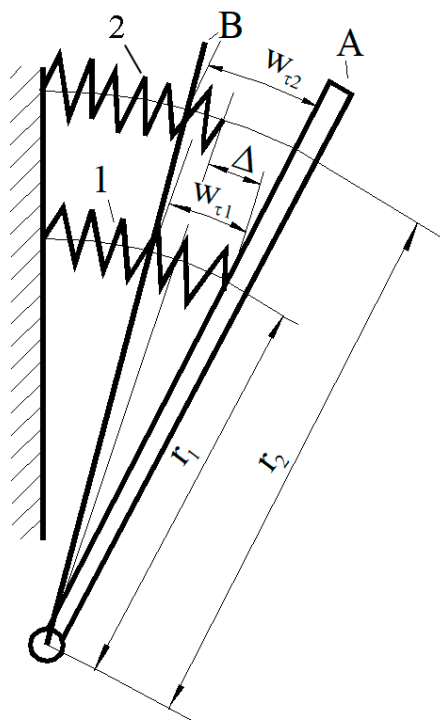


Рисунок 1.12 – Расчетная схема двухпарного контакта

Рассмотрим следующую модель. Пусть между двумя плитами расположены две пружины (см. рисунок 1.12). Каждая из пружин моделирует контакт пары зубьев. Одна из плит (левая) неподвижна, другая (правая) может вращаться вокруг оси  $O$ . Правая плита в начальном положении  $A$  касается пружины 1.

Для того, чтобы плита коснулась пружины 2, необходимо сжать пружину 1 на величину  $\Delta$ . Пусть заданный момент  $T_1$  приложен к подвижной плите. Под действием этого момента подвижная плита из положения  $A$  переместилась в положение  $B$ .

Пусть моменты  $M_1$  и  $M_2$  сил сжимают соответственно пружину 1 и пружину 2. В положении равновесия сумма моментов  $M_1$  и  $M_2$  и момента  $T_1$  относительно оси  $O$  должна равняться нулю

$$M_1 + M_2 - T_1 = 0. \quad (1.17)$$

Моменты  $M_1$  и  $M_2$  связаны с величинами сжатия пружин соотношениями

$$M_1 = C_1 w_{\tau 1}^{3/2}; \quad M_2 = C_2 [(w_{\tau 1} - \Delta) r_2 / r_1]^{3/2}, \quad (1.18)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – жесткость пружин, которые соответствуют двум парам одновременно контактирующих зубьев.

Из уравнения (1.17) с учетом (1.18) находим величину упругого сближения  $w_{\tau 1}$  по дуге окружности радиусом  $r_1$ . Сначала пошаговым методом определяется интервал, на котором находится корень, а затем происходит его уточнение методом хорд.

Приведенные соотношения позволяют найти максимальное контактное давление на фазах двухпарного контакта.

### 1.5 Выводы по главе

1. Для снижения влияния погрешностей изготовления и сборки необходимо применять модификацию боковой поверхности зуба с целью локализации пятна контакта. Величина модификации определяется во время технологического синтеза передачи на этапе технологической подготовки производства зубчатых передач.
2. Изготовление прямозубых конических передач методом штамповки требует расчёта 3D-модели модифицированных зубчатых колёс с локализованным контактом, а также 3D-модели заготовок с необходимым распределением припуска.
3. В результате анализа существующих автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства выявлено, что для прямозубых конических передач остаётся нерешённой в строгом виде задача получения такой поверхности зубьев, которая бы обеспечивала пятно контакта, локализованное в заданной зоне поверхности зуба с требуемыми положением и размерами.



4. Оценка работоспособности передачи при заданной нагрузке с помощью решения Герца задачи о контакте двух тел даёт возможность определить расчёт пятна контакта и максимального контактного давления в передаче с учётом локализации, и позволяет проводить оптимизацию контактных давлений.
5. Выявленные проблемы определили необходимость разработки метода технологического синтеза прямозубых конических передач, который является частью подсистемы в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства, и разработке программного средства его поддержки. Такое программное средство позволит на этапе подготовки производства обеспечивать локализацию контакта и получать модифицированную трёхмерную модель зубчатой передачи, которая была бы малочувствительна к погрешностям сборки и изготовления. Это позволило сформулировать цель работы и задачи для её достижения.

## ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ПРЯМОЗУБЫХ КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

### 2.1 Математическая модель модифицированного зацепления

#### 2.1.1 Математическая модель эвольвентного прямозубого конического колеса

На этапе технологической подготовки производства необходимо рассчитать 3D-модель зубчатых колёс с требуемой локализацией контакта для минимизации влияния погрешностей. Рассмотрим математическую модель модифицированного зацепления, которая описывает активную боковую поверхность зубьев.

Зацепляющиеся поверхности будем строить на основе конических эвольвентных поверхностей (см. рисунок 2.1), описанных в работах [17; 41].

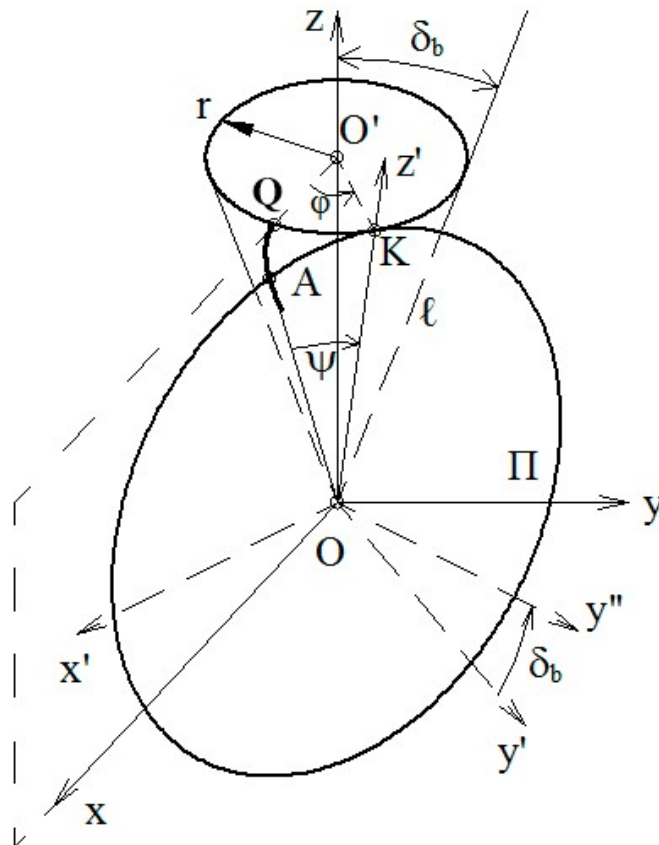


Рисунок 2.1 – Построение конической эвольвентной поверхности

Далее в этой главе в формулах, где не указано иное, индексом  $i$  обозначен номер колеса:  $i = 1$  для ведомого колеса и  $i = 2$  для ведущего (шестерни).

Для описания поверхностей рассмотрим систему координат  $Oxyz$ , связанную с колесом следующим образом (см. рисунок 2.1). Начало  $O$  находится в вершине делительного конуса, ось  $Z$  – ось делительного конуса, а точки  $Q$  возврата сферических эвольвент  $QA$  расположены в плоскости  $Oxz$ .

Тогда координаты  $x_i(L_i, \varphi_i), y_i(L_i, \varphi_i), z_i(L_i, \varphi_i)$  точек поверхности (см. рисунок 2.2) могут быть записаны единообразно с помощью соотношений ( $i = 1, 2$ ) [41]

$$x_i = L(\sin \varphi_i \sin \psi_i + \cos \varphi_i \cos \psi_i \sin \delta_{bi}), \quad (2.1)$$

$$y_i = L(-\cos \varphi_i \sin \psi_i + \sin \varphi_i \cos \psi_i \sin \delta_{bi}), \quad (2.2)$$

$$z_i = L \cos \psi_i \cos \delta_{bi}. \quad (2.3)$$

где  $L$  – конусное расстояние;

$\varphi_i$  – параметр эвольвенты, угол  $CO'K$  (см. рисунок 2.1);

$\psi_i$  – угол  $AOK$  (см. рисунок 2.1);

$\delta_{bi}$  – угол основного конуса.

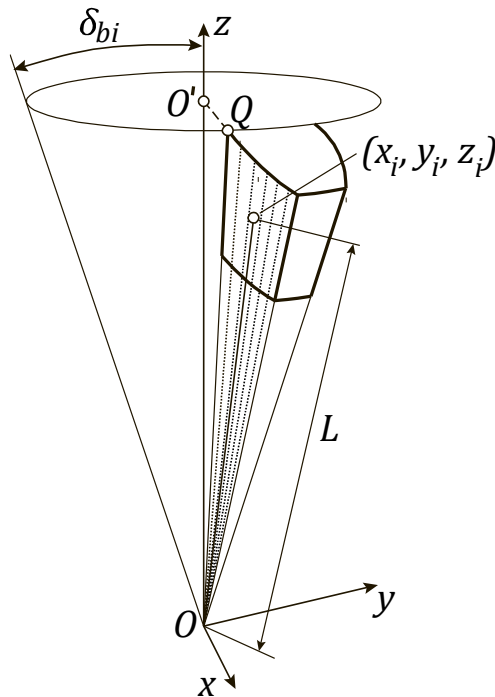


Рисунок 2.2 – Точка на конической эвольвентной поверхности

Здесь поверхностными координатами точки конической эвольвентной поверхности являются конусное расстояние  $L$  и параметр  $\varphi_i$  сферической эвольвенты  $i$ -го колеса на сфере радиусом  $L$ . В (2.1-2.3) между параметрами присутствует следующее соотношение [17]:

$$\psi_i = \varphi_i \sin \delta_{bi}. \quad (2.4)$$

Здесь угол основного конуса  $\delta_{bi}$  связан с углом  $\alpha$  профиля и углом  $\delta_i$  делительного конуса соотношением

$$\sin \delta_{bi} = \cos \alpha \cdot \sin \delta_i. \quad (2.5)$$

### 2.1.2 Выбор параметров локализации контакта

Поверхности, определённые соотношениями (2.1-2.3), обеспечивают постоянное передаточное отношение в процессе зацепления. Недостатки такого зацепления описаны в работах [70; 83; 93; 101]. Такие поверхности не дают локализованного контакта. Без локализации пятно контакта может выходить на кромку зуба при наличии неизбежных погрешностей изготовления, сборки, эксплуатации. В свою очередь это может привести к резкой концентрации давлений на кромках зубьев и способствовать быстрому износу и поломке зубьев.

Для управления локализацией введены параметры модификации [47], которые будут задавать расположение и форму пятна контакта без нагрузки. Выбор параметров модификации определен следующим соображением. Эти параметры должны быть наглядными, т.е. задавая им значения, необходимо сразу представлять, какое пятно контакта получится. Описанные далее параметры удовлетворяют этому условию.

Для локализации производится модификация поверхности ведомого колеса в двух направлениях. Продольная модификация (см. рисунок 2.3а) осуществляется вдоль образующей делительного конуса, а профильная модификация (см. рис. рисунок 2.3а) – в перпендикулярном ей направлении. Такая модификация обеспечит точечный контакт при зацеплении без нагрузки и локализованный

контакт под нагрузкой. Поверхность ведущего колеса не модифицируется и остаётся эвольвентной.

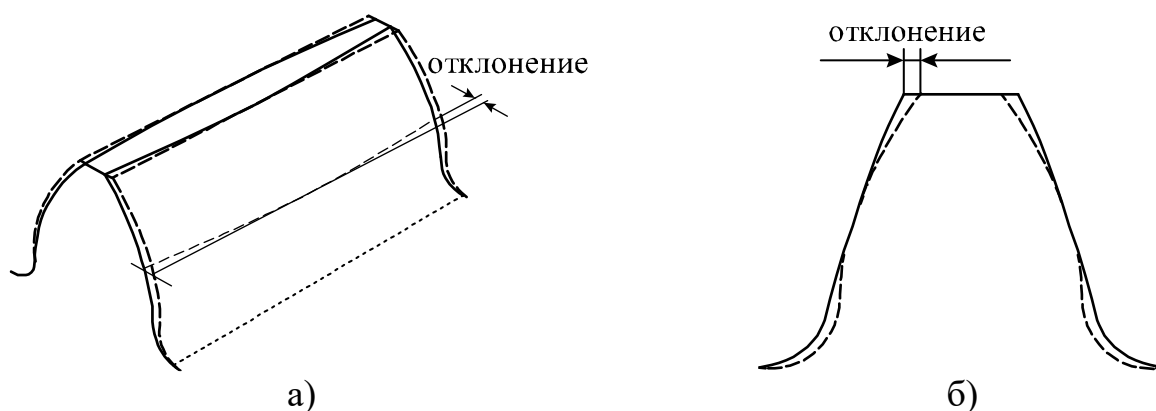


Рисунок 2.3 – Локализация контакта а) продольная б) профильная

Рассмотрим сечение колеса плоскостью, которая проходит через ось  $OZ$  вращения колеса и является плоскостью симметрии зуба (см. рисунок 2.4). В этом сечении контур зуба является четырёхугольником. Точка  $P$  является точкой с нулевой модификацией и находится на конусе с углом  $\delta_0$ . Средняя точка зуба  $P_0$  лежит на пересечении делительного конуса с углом  $\delta_p$  и сферы радиусом  $L_c$ .

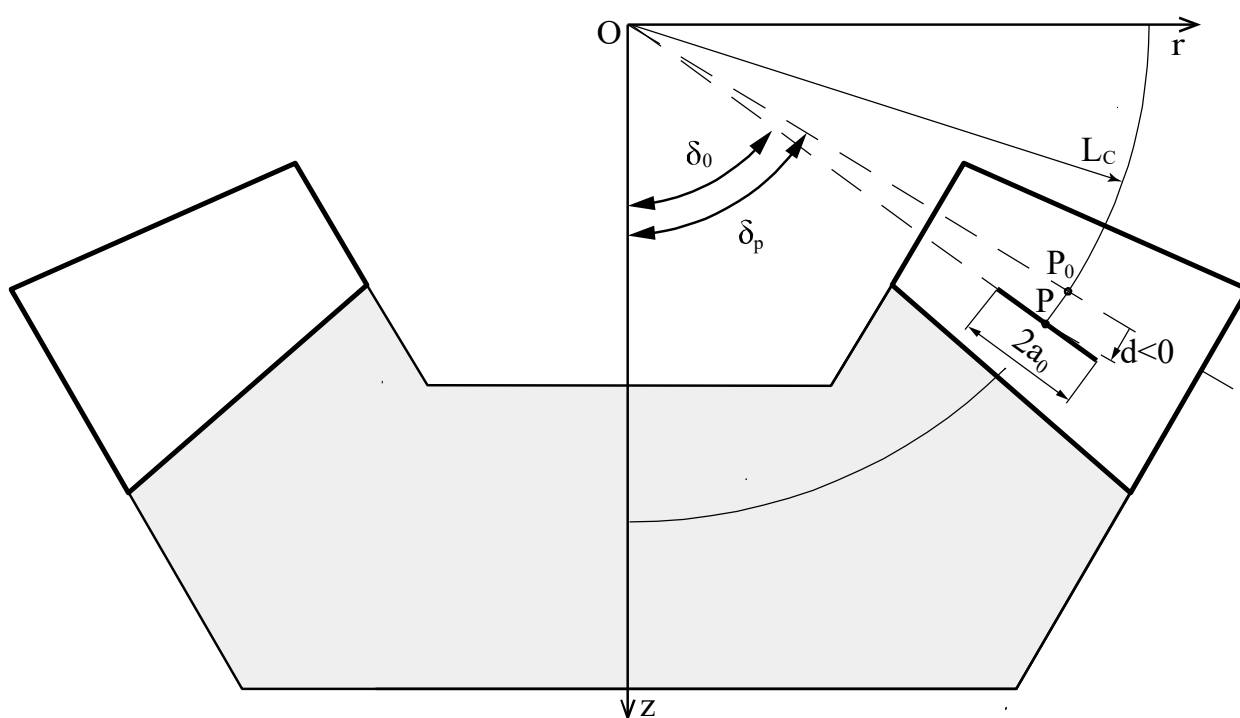


Рисунок 2.4 – Параметры модификации

Центр и размеры пятна контакта будем задавать на боковой поверхности зуба с помощью следующих параметров модификации (см. рисунок 2.4):

- параметр  $L_c$  задаёт радиус сферы с центром в вершине делительного конуса, на которой расположен центр пятна контакта (точка P);
- параметр  $d$  задаёт смещение центра пятна контакта в направлении перпендикулярном образующей  $OP_0$  делительного конуса;
- параметр  $a_0$  определяет полуширину зоны касания;
- параметр  $S$  является коэффициентом профильной модификации.

Таким образом, первые два параметра определяют положение центра пятна контакта, а два оставшихся – степень модификации боковой поверхности зуба.

### 2.1.3 Математическая модель модифицированного эвольвентного прямозубого конического колеса

Введённые четыре параметра модификации позволяют управлять степенью модификации. Рассмотрим математическую модель модифицированного зацепления, в которой используются параметры модификации.

Модификация осуществляется смещением всех точек поверхности ведомого колеса по дуге окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной оси вращения, с центром на этой оси (см. рисунок 2.5).



Рисунок 2.5 – Профильная и продольная модификация точки поверхности зуба

Профильная модификация определяется смещением каждой точки поверхности ведомого колеса на угол

$$\delta\theta_1 = -C(\varphi_1 - \varphi_0)^2, \quad (2.6)$$

где  $\varphi_1$  – поверхностная координата точки;

$\varphi_0$  – поверхностная координата в точке нулевой модификации.

При профильной модификации сохраняется линейный контакт. Передаточное отношение равно своему номинальному значению, только если значение параметра  $\varphi_1$  точки равно заданному значению  $\varphi_0$ . Расчёт величины  $\varphi_0$  производится по заданному значению  $d$  следующим образом.

Сначала определяем угол  $\delta_0$  при вершине конуса нулевой профильной модификации (см. рисунок 2.4). Этот конус содержит точку  $P$  нулевой модификации и имеет с делительным конусом общую вершину и ось. Этот угол рассчитывается следующим образом

$$\delta_0 = \delta_p + \frac{d}{L_c}. \quad (2.7)$$

Рассмотрим вычисление значения параметра  $\psi$  в точках пересечения сферической эвольвенты с конусом, который имеет угол раствора  $\delta$  и является соосным основному конусу. Квадрат расстояния этих точек от оси колеса согласно формулам (2.1-2.2) равен

$$r^2 = x^2 + y^2 = L^2(\sin^2 \psi + \cos^2 \psi \sin^2 \delta_b). \quad (2.8)$$

С другой стороны, величина  $r^2$  определяется соотношением

$$r^2 = L^2 \sin^2 \delta. \quad (2.9)$$

Получаем уравнение для нахождения  $\psi$

$$\sin^2 \psi + \cos^2 \psi \sin^2 \delta_b = \sin^2 \delta. \quad (2.10)$$

В результате угол  $\psi$  определяется равенством

$$\sin \psi = \pm \frac{\sqrt{\sin^2 \delta - \sin^2 \delta_b}}{\cos \delta_b}. \quad (2.11)$$

Правой стороне зуба соответствует знак минус, левой стороне – знак плюс.

Значение параметра  $\psi_0$  определяется из уравнения (2.11) при подстановке  $\delta_0$  вместо  $\delta$ . В итоге, зная  $\psi_0$ , с помощью формулы (2.4) находится  $\varphi_0$ .

С помощью изменения значения параметра  $d$  можно смещать пятно контакта по высоте зуба. Положительное значение вызывает смещение пятна контакта на поверхности зуба ведомого колеса вверх к головке зуба, отрицательное значение вызывает смещение вниз – к ножке. Отметим, что смещение пятна на поверхности зуба ведущего колеса имеет обратное направление.

Величина профильной модификации пропорциональна коэффициенту  $C$ . При увеличении этого коэффициента происходит рост неравномерности передачи вращения и уменьшение размера пятна контакта по высоте зуба.

Продольная модификация предназначена для регулирования размера мгновенной площадки контакта с помощью величины  $a_0$  (см. рисунок 2.4). Она не влияет на неравномерность передачи вращения. Продольная модификация производится с помощью смещения каждой точки поверхности ведомого колеса на угол

$$\delta\theta_L = -\frac{\xi(L-L_c)^2}{(r_1 a_0^2)}, \quad (2.12)$$

где  $\xi$  – толщина слоя краски (см. параграф 2.1.4);

$L$  – расстояние от точки до вершины делительного конуса (см. рисунок 2.2);

$r_1$  – расстояние от точки до оси вращения ведомого колеса.

При продольной модификации контакт поверхностей возможен лишь на линии пересечения боковой поверхности со сферой радиусом  $L_c$ . Поворот на угол  $\delta\theta_L$  происходит по дуге окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной оси вращения, с центром на этой оси.

Таким образом, модифицированная поверхность зуба ведомого колеса вместо соотношений (2.1-2.3) определяется уравнениями

$$x_{1m} = x_1 \cos \delta\theta_{1m} - y_1 \sin \delta\theta_{1m}, \quad (2.13)$$

$$y_{1m} = x_1 \sin \delta\theta_{1m} + y_1 \cos \delta\theta_{1m}, \quad (2.14)$$

$$z_{1m} = z_1. \quad (2.15)$$

В равенствах (2.13-2.15) при наличии обоих типов модификации

$$\delta\theta_{1m} = \delta\theta_1 + \delta\theta_L. \quad (2.16)$$

Поверхность зуба ведущего колеса не модифицируется, поэтому



$$x_{2m} = x_2; y_{2m} = y_2; z_{2m} = z_2. \quad (2.17)$$

Уравнения (2.13-2.15) определяют поверхности зубьев ведомого колеса, а уравнения (2.17) определяют поверхности зубьев ведущего колеса. Зубчатые колеса с такими боковыми поверхностями зубьев необходимо изготовить.

### 2.1.4 Алгоритм расчета характеристик зацепления модифицированной эвольвентной прямозубой конической передачи (без нагрузки)

Для проверки передачи на кромочный контакт и оценки работоспособности передачи необходимо проанализировать её характеристики зацепления без нагрузки. Рассмотрим математическую модель, которая позволяет их рассчитать.

Для получения кривой неравномерности вращения и мгновенной зоны касания зубьев требуется найти точку касания зубьев.

Пусть с колесом жёстко связана подвижная система координат  $Ox_1y_1z_1$ , а с шестерней – подвижная система координат  $Ox_2y_2z_2$  (см. рисунок 2.6). Начало  $O$  находится в вершине делительного конуса, ось  $Z$  – ось вращения.

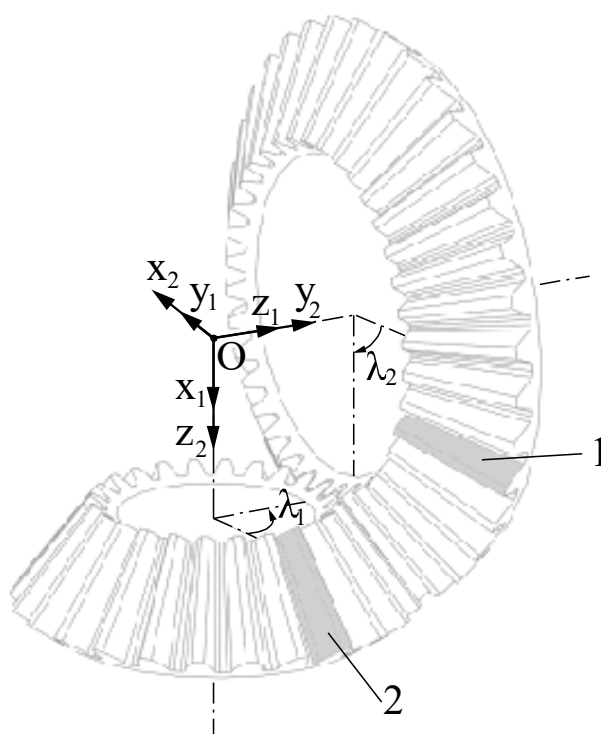


Рисунок 2.6 – Исходное положение колёс

Предположим, что ведущее и ведомое колесо имеют по одному зубу и находятся в исходном положении, определённом соотношениями (2.13-2.15, 2.17). На рисунке 2.6 зубья в исходном положении отмечены цифрой 1 на колесе и 2 на шестерне.

Движение колёс будем рассматривать в неподвижной системе координат сборки  $Ox_Ly_Lz_L$ , которая совпадает с системой координат колеса  $Ox_1y_1z_1$  в исходном положении. Чтобы поверхности зубьев коснулись, их необходимо повернуть вокруг осей вращения. Сначала необходимо повернуть колёса из исходного положения до касания на угол  $\lambda_i$  так, чтобы в плоскости  $Ox_Ly_L$  совместились средние точки немодифицированных поверхностей зубьев  $P_0$ , лежащие на пересечении сферы радиуса  $L$  и делительных конусов (см. рисунок 2.4).

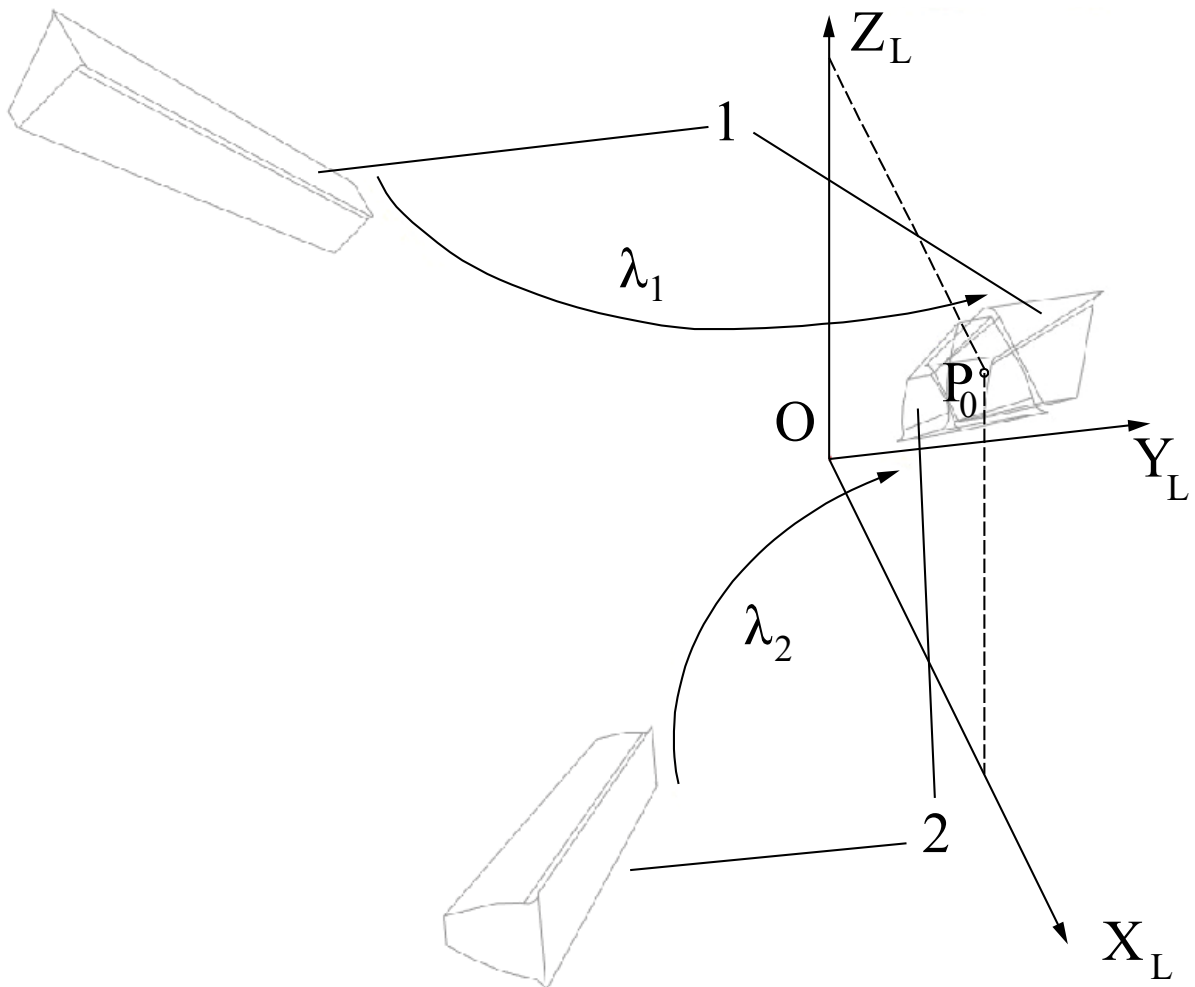


Рисунок 2.7 – Поворот зубьев из исходного положения в точку касания  $P_0$  немодифицированных поверхностей

От этого положения отсчитываются углы поворота  $\theta_i$  шестерни и колеса. При повороте колеса необходимо учесть дополнительный поворот на угол  $\delta\theta_{1m}$ , поскольку поверхность колеса модифицирована. Таким образом, чтобы поверхности зубьев коснулись, их необходимо повернуть вокруг осей вращения из исходного положения на углы

$$\theta_1^* = \lambda_1 + \theta_1 + \delta\theta_{1m}; \theta_2^* = \lambda_2 + \theta_2. \quad (2.18)$$

Поверхности зубьев после поворота будут описываться равенствами

$$x_i^* = x_i \cos \theta_i^* - y_i \sin \theta_i^*; y_i^* = x_i \sin \theta_i^* + y_i \cos \theta_i^*; z_i^* = z_i, \quad (2.19)$$

где  $x_i, y_i, z_i$  – координаты точек, которые определяются соотношениями (2.1-2.3).

Контактировать могут только точки, лежащие на сфере радиуса  $L$ . Величины  $\lambda_1, \lambda_2$  зависят только от конструкции передачи. Величину  $L$  будем считать либо заданной, либо подлежащей определению. Угол поворота  $\theta_1$  колеса считается заданным, а угол поворота  $\theta_2$  шестерни либо определяется углом  $\theta_1$ , либо задан. Поэтому можно считать, что координаты точек касания поверхностей зависят только от одной переменной:

$$x_1^* = x_1^*(\varphi_1), \quad y_1^* = y_1^*(\varphi_1), \quad z_1^* = z_1^*(\varphi_1), \quad (2.20)$$

$$x_2^* = x_2^*(\varphi_2), \quad y_2^* = y_2^*(\varphi_2), \quad z_2^* = z_2^*(\varphi_2). \quad (2.21)$$

Для определения характеристик зацепления рассмотрим касание зубьев после поворота на углы  $\theta_1^*, \theta_2^*$  на некоторой фазе зацепления (см. рисунок 2.8).

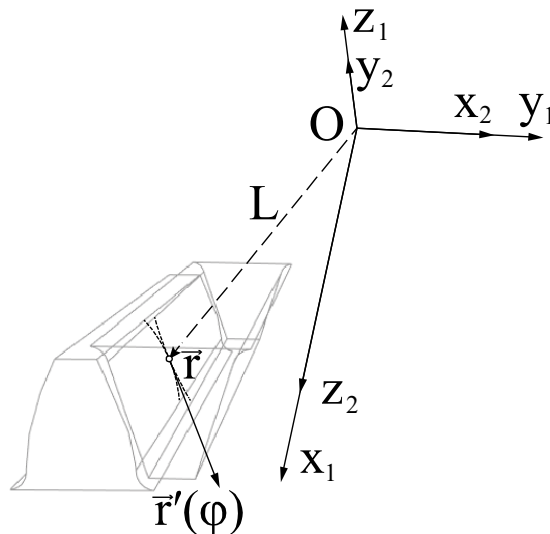


Рисунок 2.8 – Касание зубьев

Поверхности зубьев касаются в точке с радиус-вектором  $\vec{r}$ ,  $|\vec{r}| = L$ . Радиус-вектор  $\vec{r}$  имеет координаты  $(x_1^*, y_1^*, z_1^*)$  в системе координат  $Ox_1y_1z_1$  колеса и  $(x_2^*, y_2^*, z_2^*)$  в системе координат  $Ox_2y_2z_2$  шестерни.

Линии пересечения контактирующих поверхностей со сферой радиусом  $L$  отмечены на боковых поверхностях пунктиром. Общая касательная к линиям пересечения проходит через вектор  $\vec{r}'(\varphi)$ . Он имеет координаты  $(\frac{\partial x_1^*}{\partial \phi_1}, \frac{\partial y_1^*}{\partial \phi_1}, \frac{\partial z_1^*}{\partial \phi_1})$  в системе координат  $Ox_1y_1z_1$  и  $(\frac{\partial x_2^*}{\partial \phi_2}, \frac{\partial y_2^*}{\partial \phi_2}, \frac{\partial z_2^*}{\partial \phi_2})$  в системе координат  $Ox_2y_2z_2$ .

Для построения линии касания зубьев и кривой Бакстера (см. параграф 1.2) используются неравенства, описывающие условия касания зубьев

$$\frac{\partial y_2^*}{\partial \phi_2} \frac{\partial y_1^*}{\partial \phi_1} - \frac{\partial z_1^*}{\partial \phi_1} \frac{\partial x_2^*}{\partial \phi_2} = 0, \quad (2.22)$$

$$y_1^* - x_2^* = 0, \quad (2.23)$$

$$z_1^* - y_2^* = 0. \quad (2.24)$$

Первое неравенство выражает условие касание поверхностей. Второе и третье неравенства выражают равенство двух координат в точке касания. Равенство третьей координаты обеспечивается тем, что точки касания лежат на одной и той же сфере.

Неравенства (2.22-2.24) при заданном значении  $\theta_1$  принимают вид системы трёх уравнений относительно неизвестных  $\phi_1, \phi_2, \theta_2$

$$F_j(\phi_1, \phi_2, \theta_2) = 0, (j = 1, 2, 3). \quad (2.25)$$

Для решения вышеописанной системы уравнений используется метод Ньютона. Решение находится с точностью  $1e-6$ .

Для построения границ мгновенных оттисков контакта считают, что поверхности зубьев покрыты слоем краски. Толщина слоя краски вдоль оси  $y$  постоянна и равна  $\xi$ . Тогда уравнения (2.1-2.3) поверхностей с краской [47] записываются в виде

$$x_i = L(\sin \phi_i \sin \psi_i + \cos \phi_i \cos \psi_i \sin \delta_{bi}), \quad (2.26)$$

$$y_i = L(-\cos \phi_i \sin \psi_i + \sin \phi_i \cos \psi_i \sin \delta_{bi}) + \xi, \quad (2.27)$$

$$z_i = L \cos \psi_i \cos \delta_{bi}. \quad (2.28)$$

При фиксированном значении угла  $\theta_1$  неравенства (2.22-2.24) вместе с уравнениями (2.18, 2.19, 2.26-2.28) рассматриваются как система трёх уравнений относительно трёх неизвестных  $\phi_1, \phi_2, L$

$$f_j(\phi_1, \phi_2, L) = 0, (j = 1,2,3). \quad (2.29)$$

Из системы уравнений (2.29) определяются внутренняя  $L_{in}(\theta_1)$  и внешняя  $L_{ex}(\theta_1)$  границы мгновенных оттисков контакта при заданных значениях  $\xi, \theta_1, \theta_2(\theta_1)$  и  $L$ . При формировании системы (2.29) учитываются как профильный, так и продольный отводы. Объединение всех мгновенных площадок контакта представляет собой суммарное пятно контакта без нагрузки при заданной толщине  $\xi$  слоя краски (см. рисунок 2.9).

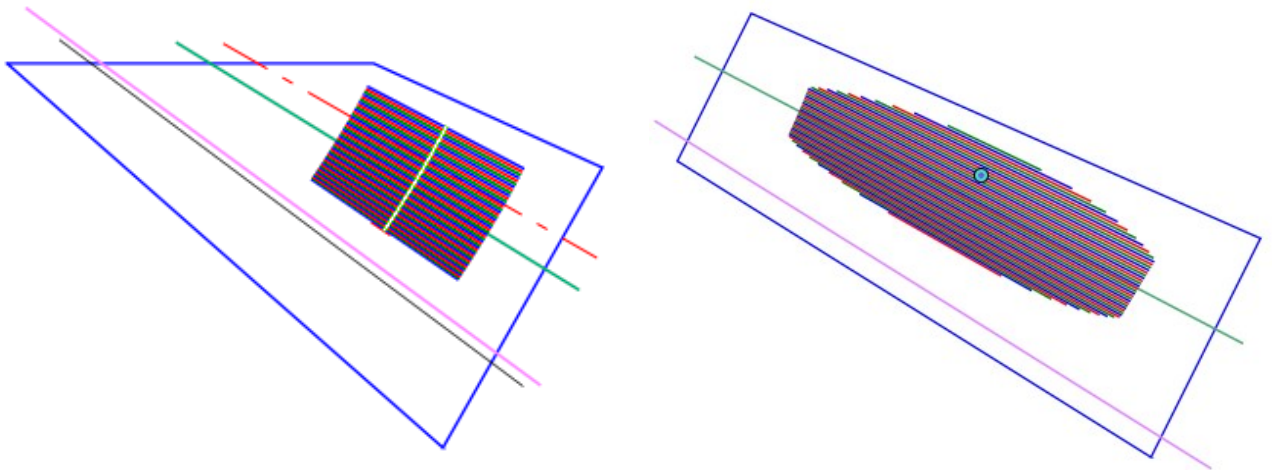


Рисунок 2.9 – Варианты расположения суммарного пятна контакта без нагрузки на шестерне при разных контурах зуба

На рисунке 2.9 четырёхугольником выделен контур зуба. Разноцветные линии внутри контура зуба соответствуют мгновенным контактными площадкам на разных фазах зацепления. Белой линией на пятне контакта обозначена линия касания зубьев при точечном контакте. Зелёной линией отмечена образующая конуса нулевой модификации, красной штрихпунктирной – образующая делительного конуса, чёрной – основного конуса, фиолетовой линией отмечена граница эвольвенты.

## 2.2 Математическая модель распределения припуска для финишной обработки

### 2.2.1 Построение 3D-модели боковой поверхности зубьев

После синтеза зубчатой передачи требуется её изготовить. Рассмотренная математическая модель позволяет рассчитать точки на боковой поверхности зуба. Рассмотрим процесс получения трехмерных моделей зубьев, которые могут быть использованы при производстве любым подходящим способом, например, с помощью шлифования на станке с ЧПУ.

Для построения 3D-модели рассмотрим зуб колеса в радиальном сечении плоскостью  $Ozr$  (см. рисунок 2.10). Здесь  $O$  – вершина делительного конуса, ось  $z$  совпадает с осью вращения колеса и направлена от меньшего торца к большему, ось  $r$  определяет расстояние до оси вращения. Плоскость  $Ozr$  делит зуб на две равные части. Контур зуба представлен четырёхугольником.

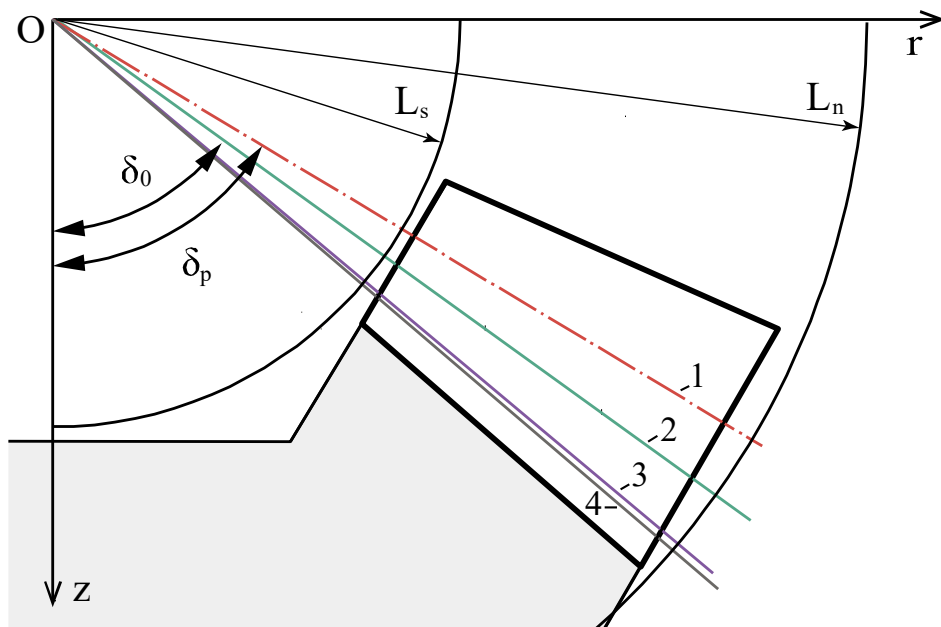


Рисунок 2.10 – Контур зуба в сечении плоскостью  $Ozr$

Верхней штрихпунктирной линией 1 отмечена линия пересечения плоскости симметрии зуба с делительным конусом. Ниже располагается линия 2, которая

является проекцией линии нулевой профильной модификации на плоскость  $Ozr$ . Ниже неё расположена линия под номером 3, представляющая собой границу эвольвенты. Она разделяет боковую поверхность зуба на эвольвенту и переходную поверхность. Самой нижней линией под номером 4 отмечено пересечение основного конуса с плоскостью  $Ozr$ .

В плоскости  $Ozr$  строятся две окружности с центром в точке  $O$  с таким радиусом, что они с двух сторон ограничивают контур зуба (см. рисунок 2.10). Далее эти окружности будем называть контурными.

От контурной окружности с радиусом  $L_s$  с некоторым шагом проводятся окружности с центром в точке  $O$ , радиус которых постепенно увеличивается на некоторую заданную величину. Будем называть эти окружности координатными. Каждая координатная окружность пересекает контур зуба по дуге. Разделим такую дугу на равные части с некоторым угловым шагом. Таким образом, получаем точки в плоскости  $Ozr$  (см. рисунок 2.11).

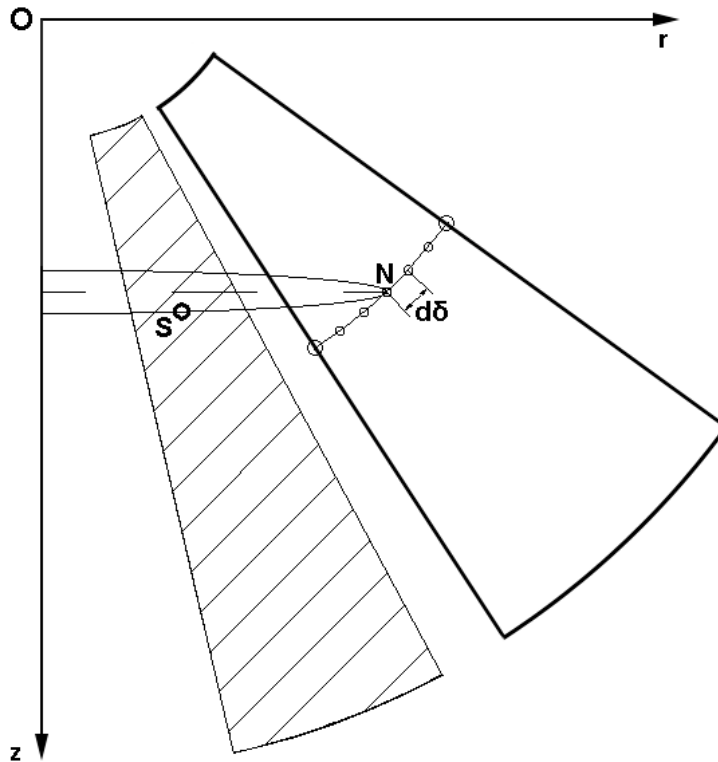


Рисунок 2.11 – Окружность, проведенная в торцевой плоскости через точку  $N$  на координатной окружности контура зуба и узловую точку  $S$  на поверхности зуба

3D-модель боковой поверхности зуба можно представить в виде сетки из точек. По точкам на дуге координатной окружности в плоскости  $Oxz$  необходимо провести окружность, которая лежит в плоскости перпендикулярной оси вращения и с центром на оси вращения зубчатого колеса. Такую окружность будем называть торцевой. Тогда в результате пересечения торцевой окружности с поверхностью зуба получают точки на поверхности зуба.

Для этого задаётся число разбиений в продольном и поперечном направлении. Число разбиений в продольном направлении будет определять шаг, на который увеличиваются радиусы контурных окружностей, а число разбиений в поперечном направлении будет определять количество точек на дуге с шагом  $dd$ . Тогда каждая торцевая окружность, проведенная через некоторую точку  $N$  на координатной окружности, будет пересекать боковую поверхность зуба в некоторой узловой точке  $S$  боковой поверхности (см. рисунок 2.11). Это позволяет получить точки на эвольвенте и переходной поверхности зуба.

Для вершинной ленточки выбираются точки в плоскости  $Oxz$ , которые лежат на вершине зуба. Тогда торцевая окружность, проведенная через такую точку, пересечёт вершинную ленточку по дуге. На этой дуге на равных расстояниях друг от друга выбираются пять узловых точек, которые в сетке будут задавать поверхность вершинной ленточки.

Если точка  $N$  находится на границе контура на впадине зуба, то торцевая окружность пересечёт впадину зуба по дуге. На этой дуге выбирается пять узловых точек, определяющих в сетке дно впадины зуба.

Рассмотрим подробнее алгоритм расчёта координат точек сетки.

### 2.2.2 Расчёт координат точек на поверхности зуба

Расчёт проводится следующим образом. Сначала по заданному контуру зуба определяются параметры (см. рисунок 2.10)

$$L_s = 0,97 L_{min}, \quad (2.30)$$

$$L_n = 1,03 L_{max}, \quad (2.31)$$



где  $L_s$  – радиус меньшей сферы, рассекающей зуб;

$L_n$  – радиус большей сферы;

$L_{\min}$ ,  $L_{\max}$  – минимальное и максимальное расстояние от вершины делительного конуса до вершины реального контура зуба.

Далее определяется расположение линии раздела активной и переходной поверхностей зуба. В первом приближении она задаётся двумя точками  $C(r_{e1}^*, z_{e1}^*)$  и  $D(r_{e2}^*, z_{e2}^*)$  (см. рисунок 2.12), которые рассчитываются смещением точек кромки АВ при впадине зуба АВ

$$r_{e1}^* = r_{d2} + c \cos \delta_p, \quad z_{e1}^* = z_{d2} - c \sin \delta_p, \quad (2.32)$$

$$r_{e2}^* = r_{d3} + c \cos \delta_p, \quad z_{e2}^* = z_{d3} - c \sin \delta_p, \quad (2.33)$$

где  $(r_{d2}, z_{d2})$  и  $(r_{d3}, z_{d3})$  – координаты точек А и В отрезка АВ на дне впадины зуба;

$c$  – радиальный зазор;

$\delta_p$  – угол основного конуса.

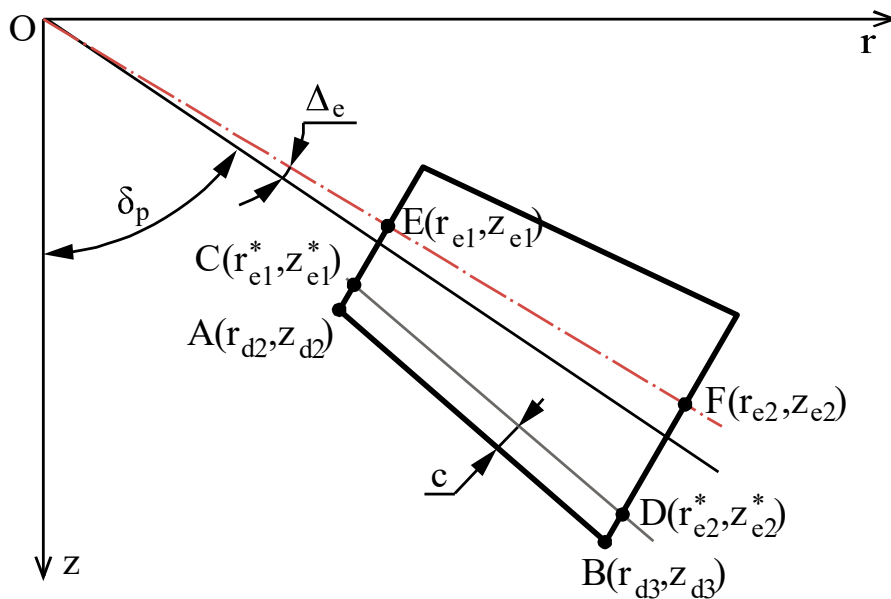


Рисунок 2.12 – Расчёт линии раздела

Выполняется проверка, находится ли одна из точек линии раздела внутри основного конуса. Если это верно для хотя бы одной из точек С или D, то положение точек задаётся как поворот по дуге окружности с центром в вершине делительного конуса. Это необходимо, поскольку поверхность сферической

эвольвенты строятся на основном конусе, и внутри этого конуса эвольвента не определена. Тогда окончательно линия раздела будет задаваться точками E и F с координатами

$$r_{ei} = L_i \cos(\delta_b + \Delta_{ei}), \quad z_{ei} = L_i \sin(\delta_b + \Delta_{ei}), \quad (2.34)$$

где  $i = 1$  для точки E,  $i = 2$  для точки F;

$L_i$  – расстояние до точки (см. рисунок 2.12);

$\Delta_{ei}$  – параметр, определяющий угловое смещение от линии начального конуса и задаваемый отдельно для шестерни и колеса. Его рекомендуется задавать в диапазоне от 0,001 до 0,02 рад. Параметр  $L_i$  рассчитывается

$$L_i = (r_{ei}^{*2} + z_{ei}^{*2})^{\frac{1}{2}}, \quad (i = 1, 2). \quad (2.35)$$

Определяется угол поворота  $\theta_p$  зуба вокруг оси z, при котором ось x становится осью симметрии зуба. Угол поворота  $\theta_p$  равен

$$\theta_p = \theta'_p + S_e / 2 / r_p, \quad (2.36)$$

где  $\theta'_p$  – угол, на который необходимо повернуть колесо для того, чтобы плоскость Oхz содержала линию пересечения эвольвенты с делительным конусом (см. рисунок 2.13);

$S_e$  – внешняя окружная толщина зуба;

$r_p$  – радиус делительной окружности в торцевом сечении.

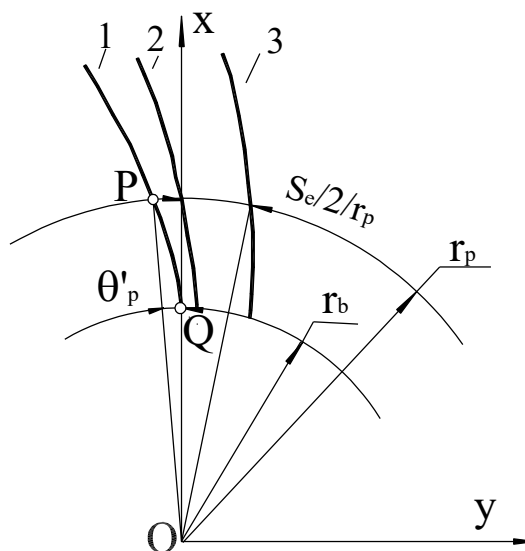


Рисунок 2.13 – Определение угла поворота  $\theta_p$

На рисунке 2.13 поворот на угол  $\theta'_p$  соответствует переходу от кривой 1 к кривой 2. Точка Q лежит на ребре возврата эвольвенты. В результате поворота точка P будет лежать на оси Oх.

Параметр сферической эвольвенты  $\psi$  (см. параграф 2.1) в точках пересечения сферической эвольвенты с делительным конусом вычисляется из соотношения (2.11) при подстановке  $\delta_b$  вместо  $\delta$ .

Затем определяется координата z торцевого сечения

$$z = R_e \cos \delta_p, \quad (2.37)$$

где  $R_e$  – внешнее конусное расстояние;

$\delta_p$  – угол делительного конуса.

Зная параметры  $z$ ,  $\psi$  и угол  $\delta_p$  делительного конуса, вычисляются координаты  $x$  и  $y$  точки P по формулам (2.1-2.2). По координатам  $x$  и  $y$  точки P и радиусу делительной окружности  $r_p$  в торцевом сечении определяется угол  $\theta'_p$ .

Величина  $S_e / 2 / r_p$  соответствует переходу от кривой 2 к кривой 3 на рисунке 2.13. Она нужна, чтобы плоскость Oхz стала плоскостью симметрии зуба.

Для расчёта точек на линии пересечения сферы радиусом L с участками поверхности зуба рассмотрим окружность с радиусом  $L_i$  (см. рисунок 2.14).

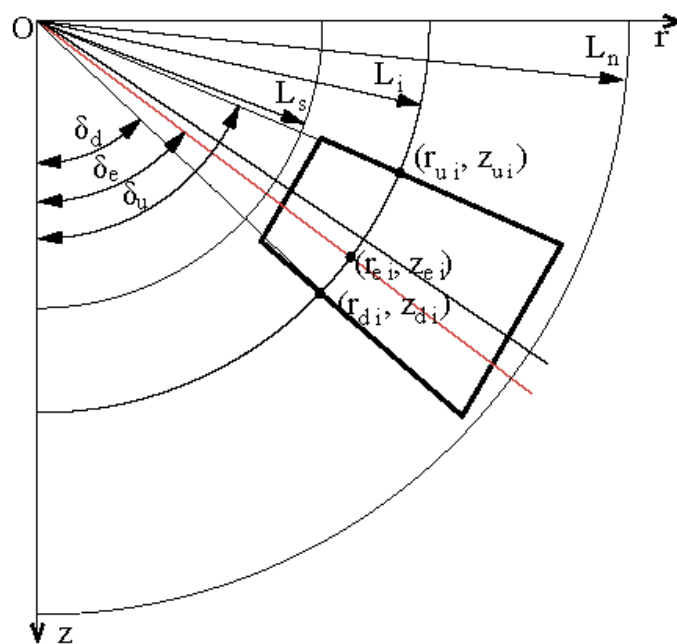


Рисунок 2.14 – Окружность радиусом  $L_i$  на контуре зуба

Здесь радиус окружности равен

$$L = L_i = L_s + (L_n - L_s)/N * i, (i = 0, 1, \dots, D), \quad (2.38)$$

где  $i$  – номер сферы;

$D$  – число участков.

Для каждого значения параметра  $i$  происходит вычисление следующих параметров:

- координаты  $r_{ui}, z_{ui}$  точки пересечения вершины зуба с окружностью радиуса  $L_i$ ;
- координаты  $r_{ei}, z_{ei}$  точки пересечения нижней границы эвольвентной части зуба с той же окружностью;
- координаты  $r_{di}, z_{di}$  пересечения боковой поверхности зуба с конусом впадин.

Для каждой из координат вычисляются их полярные углы (см. рисунок 2.14)

$$\delta_{ei} = \arctg(r_{ei}/z_{ei}); \quad \delta_{ui} = \arctg(r_{ui}/z_{ui}); \quad \delta_{di} = \arctg(r_{di}/z_{di}). \quad (2.39)$$

Значение параметра  $\psi$  на вершинной кромке определяется из соотношения (2.11) при подстановке параметра  $\delta_{ui}$  вместо  $\delta$ .

Зная параметры  $z_{ui}, \psi$  и угол  $\delta_{ui}$  по формулам (2.1-2.2) вычисляются координаты  $x_{ui}, y_{ui}$  точки эвольвенты, лежащей на вершинной кромке зуба.

Затем вычисляется угол поворота  $\delta\theta_{1m}$  радиус-вектора точки на колесе, имеющей конусное расстояние  $L_i$ , расстояние  $r_{ui}$  от оси вращения и координату  $z_{ui}$ . Для шестерни  $\delta\theta_{0m} = 0$ . Для колеса необходимо вычислить угол конуса нулевой профильной модификации

$$\delta_0 = \delta_p + \Delta h/L_c. \quad (2.40)$$

Вычисление параметра сферической эвольвенты  $\psi_0$  происходит с помощью подстановки параметра  $\delta_0$  вместо  $\delta$  в соотношение (2.11). Зная  $\psi_0$ , с помощью формулы (2.4) рассчитывается параметр эвольвенты  $\varphi_0$  и по формуле (2.16) в параграфе 2.1.3 рассчитывается угол  $\delta\theta_{1m}$ .

Из соотношений (2.13-2.14) в параграфе 2.1.3 определяются координаты  $(x'_{ui}, y'_{ui})$  точки, лежащей на вершинной кромке зуба (см. рисунок 2.15).

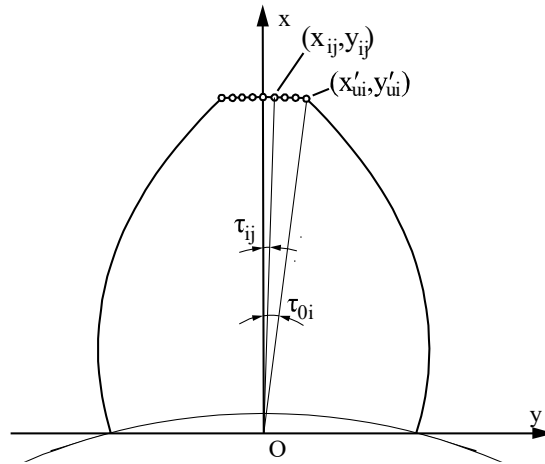


Рисунок 2.15 – Вычисление точек на вершинной ленточке зуба

Вычисляется угловая полутолщина вершинной ленточки

$$\tau_{0i} = \arctg(y'_{ui} / x'_{ui}). \quad (2.41)$$

Окончательно координаты точек, лежащих на вершинной ленточке, определяются так

$$\tau_{ij} = \tau_{0i} / 5j; \quad x_{ij} = r_{ui} \cos \tau_{ij}; \quad y_{ij} = r_{ui} \sin \tau_{ij}; \quad z_i = L_i \cos \delta_{ui}, \quad (2.42)$$

где  $j = [-5 \dots 5]$ ;

$r_{ui}$  – расстояние от точки O до точки  $(x'_{ui}, y'_{ui})$  на вершинной кромке зуба.

Рассмотрим получение координат точек эвольвенты на боковой поверхности зуба на  $M+1$  конусах. Ось  $z$  является осью симметрии конусов (см. рисунок 2.16), а угол раствора  $j$ -го конуса равен

$$\delta_j = \delta_u - \frac{j}{M}(\delta_u - \delta_e). \quad (j = 0, 1, \dots, M). \quad (2.43)$$

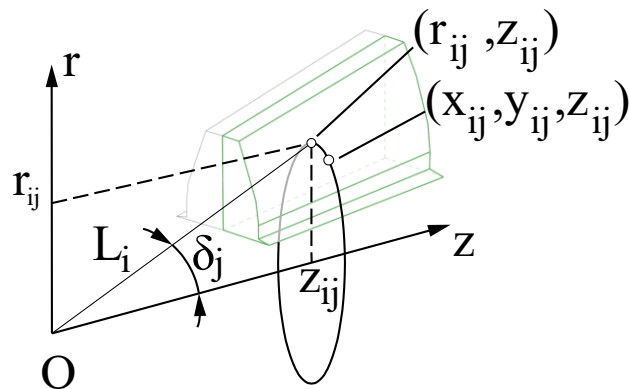


Рисунок 2.16 – Вычисление точек эвольвенты на боковой поверхности зуба

Определяются координаты  $(r_{ij}, z_{ij})$  точек пересечения конусов со сферами радиуса  $L_i$  и плоскостью  $Oxz$ .

$$r_{ij} = L_i \sin \delta_j, \quad z_{ij} = L_i \cos \delta_j. \quad (2.44)$$

Вычисление параметра сферической эвольвенты  $\psi$  происходит из соотношения (2.11) при подстановке параметра  $\delta_j$  вместо  $\delta$ .

Затем с помощью соотношений (2.13-2.14) в параграфе 2.1.3 вычисляются координаты  $(x_{ij}, y_{ij})$  точек правой боковой поверхности.

Координаты узлов на переходной поверхности (см. рисунок 2.17) равны

$$x''_{ij} = x'_{ei} + t_{ij} \cos \lambda_{ei}; \quad y''_{ij} = y'_{ei} + t_{ij} \sin \lambda_{ei}; \quad z''_{ij} = \sqrt{L_i^2 - x''_{ij}^2 - y''_{ij}^2}, \quad (2.45)$$

где  $t_{ij}$  – параметр, определяющий точку линии;

$\lambda_{ei}$  – угол профиля зуба на нижней границе эвольвенты.

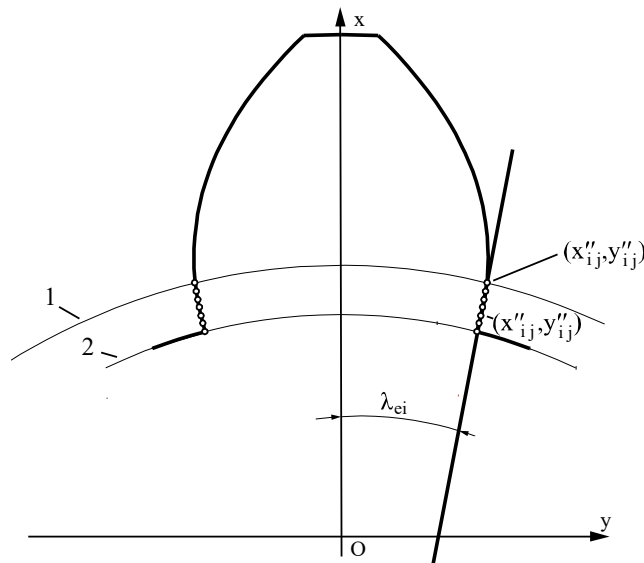


Рисунок 2.17 – Вычисление точек на переходной поверхности зуба

Здесь цифрой 1 отмечена основная окружность, 2 – окружность впадин.

Вычисление координат точек на линии пересечения дна впадины с окружностью радиуса  $L_i$  производится следующим образом. Вычисляется половина  $\tau_1$  углового шага зубьев и половина  $\tau_{i0}$  толщины основания зуба (см. рисунок 2.18):

$$\tau_1 = \pi/N, \quad (2.46)$$

$$\tau_{i0} = \arctg(y_{iD}/x_{iD}), \quad (2.47)$$

где  $N$  – число зубьев.

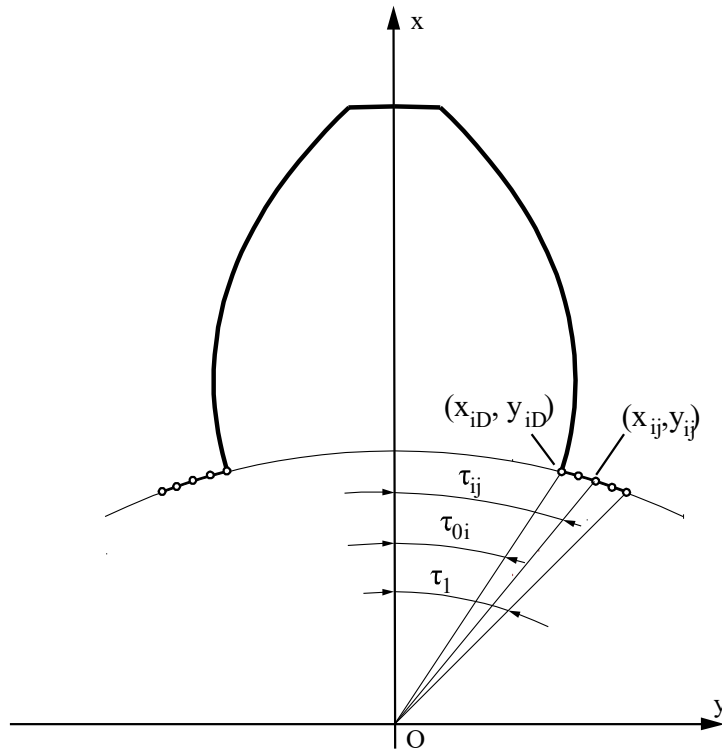


Рисунок 2.18 – Вычисление точек на впадине зуба

Затем определяется угол  $\tau_{ij}$  ( $j=0, 1, \dots, 5$ ) точки на пересечении сферы радиусом  $L_i$  с переходной поверхностью

$$\tau_{ij} = \tau_{i0} + (\tau_1 - \tau_{i0})j/5. \quad (2.48)$$

В окончательном виде координаты точек на правой стороне зуба вычисляются так

$$x_{ij} = r_{ij} \cos \tau_{ij}, \quad (2.49)$$

$$y_{ij} = r_{ij} \sin \tau_{ij}, \quad (2.50)$$

$$z_{ij} = \sqrt{L_i^2 - r_{ij}^2}. \quad (2.51)$$

Таким образом, с помощью представленного алгоритма можно провести расчёт координат точек боковых поверхностей зуба на выбранной сетке.

### 2.2.3 Расчёт припуска под финишную обработку

По рассчитанным координатам точек на поверхности зуба подготавливаются трехмерные модели зубчатых колёс, которые используются при производстве зубчатой передачи. Таким образом, обработка зубчатого колеса может производиться любым способом, для которого достаточно 3D-модели, например при изготовлении на многокоординатном станке с ЧПУ.

Однако в каждом конкретном способе изготовления может потребоваться внести некоторую корректировку в модель, связанную со способом изготовления.

Для подготовки производства зубчатых передач методом штамповки требуется дополнительно добавить расчёт и генерацию 3D-моделей заготовок с припуском. Штамповка осуществляется в несколько этапов, на каждом из которых происходит перераспределение выдавливаемого металла. Для получения в металле рассчитанной формы зубьев особое внимание следует уделить двум последним операциям: горячей объемной штамповке и холодной финишной калибровке. При калибровке необходимо получить в металле ту форму зуба, которая была подготовлена в виде 3D-модели. На этом финишном этапе осуществляется перераспределение металла, оставленного на предыдущем этапе обработки в виде припуска. Таким образом, возникает задача расчета припуска, который необходимо оставить на калибровку.

**Условие корректности распределения припуска.** Обозначим условие, которое необходимо учитывать при определении припуска на заготовке. Рассмотрим получение поверхности зуба с припуском в сечении сферой некоторого радиуса  $L$  [21].

На рисунке 2.19 изображено сечение зуба заготовки (с припуском перед калибровкой), на рисунке 2.19б – сечение готового зуба, а на рисунке 2.19в – их совмещение. На рисунке 2.19в приведены параметры управления припуском, их описание дано в параграфе 2.2.4.



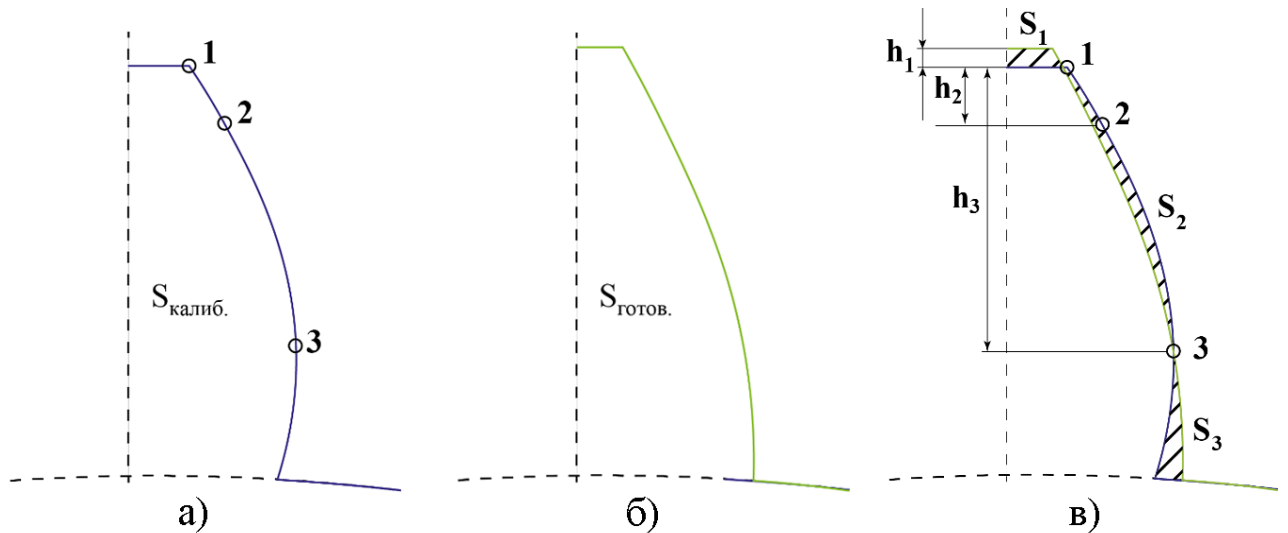


Рисунок 2.19 – Схема расчета припуска

В областях пересечения контуров на рисунке 2.19в обозначены три участка с площадями  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ . Будем считать, что значение параметра  $S_i$  ( $i=1..3$ ) равно площади  $i$ -го участка со знаком «+», если участок расположен за границей готового зуба, и со знаком «-», если расположено внутри границы готового зуба. Так, на рисунке 2.19в  $S_1 < 0$ ,  $S_2 > 0$ ,  $S_3 < 0$ . Предполагаем, что при калибровке металл из области  $S_2$  заполняет области сечения  $S_1$  и  $S_3$ .

Разница между площадью сечения готового зуба и зуба под калибровку равна

$$S_{калиб.} - S_{готов.} = S_1 + S_2 + S_3. \quad (2.52)$$

При определении припуска необходимо соблюдать следующее условие. Величина  $S_1 + S_2 + S_3$  должна быть положительной. Если эта величина будет отрицательной, то металла, оставленного перед калибровкой, не хватит для заполнения остальных участков.

## 2.2.4 Расчёт поверхности зуба с учётом припуска

Рассмотрим расчёт точек на поверхности с припуском [27]. Положение точки на поверхности зуба перед калибровкой определяется следующим соотношениями

$$x_b = x \cos \theta_p + y \sin \theta_p, \quad (2.53)$$

$$y_b = x \sin \theta_p + y \cos \theta_p, \quad (2.54)$$

$$z_b = z, \quad (2.55)$$

где  $(x, y, z)$  – координаты точки на поверхности готового зуба,

$$\theta_p = \Delta h/R, \quad (2.56)$$

где  $\Delta h$  – припуск в точке;

$R$  – расстояние от точки до оси вращения.

Припуск задаётся в трёх точках зуба отдельно для каждого из колес пары шестью параметрами распределения припуска в среднем сечении зуба (см. рисунок 2.20).

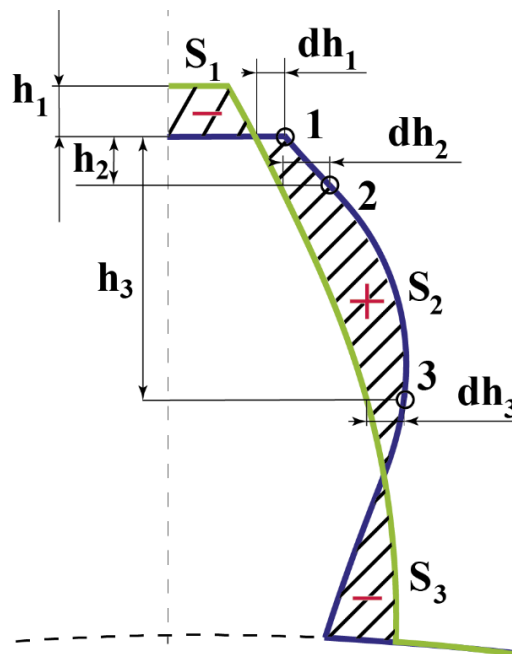


Рисунок 2.20 – Параметры управления припуском в сечении зуба

Для управления припуском были введены следующие параметры (см. рисунок 2.21):

- Параметр  $h_1$  задаёт смещение кромки при вершине зуба в направлении, перпендикулярном кромке. Положительное значение параметра  $h_1$  соответствует смещению вниз.
- Параметры  $dh_1, dh_2, dh_3$  определяют увеличение окружной толщины зуба в сечении сферой радиуса  $L_c$ . Параметр  $dh_1$  определяет увеличение на вершинной ленточке зуба, соответствующее точке 1 на рисунке 2.21.

Параметры  $dh_2$  и  $dh_3$  определены на расстояниях  $h_2$  и  $h_3$  от точки 1 и отмечены точками 2 и 3 на рисунке 2.21.

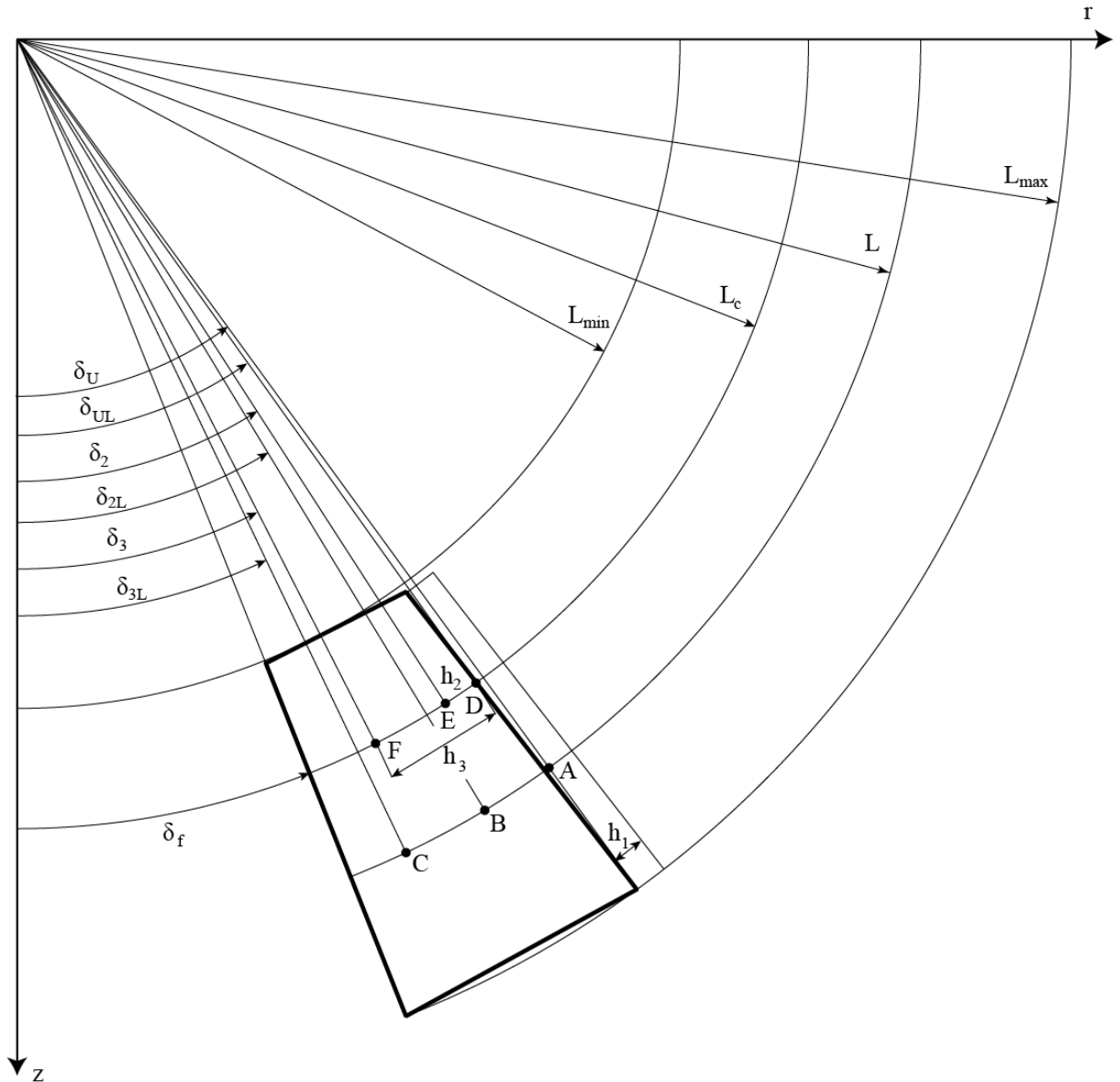


Рисунок 2.21 – Расчетные точки на контуре зуба

Для каждой точки на поверхности зуба окружная толщина  $\Delta h$  припуска может быть представлена функцией

$$\Delta h = \Delta h(L, \delta), \quad (2.57)$$

где  $L$  – радиус сферы, на которой расположена точка;

$\delta$  – полярный угол точки, находящейся на пересечении сферы радиуса  $L$  с поверхностью зуба.

Тогда толщина припуска  $\Delta h_L$  вдоль линии пересечения боковой поверхности зуба со сферой радиуса  $L$  изменяется по закону

$$\Delta h_L(\delta, L) = A_0(L) + A_1(L) \delta + A_2(L) \delta^2, \delta \geq \delta_e \quad (2.58)$$

$$\Delta h_L(\delta, L) = A_0(L) + A_1(L) \delta_e + A_2(L) (\delta_e)^2 + (A_1(L) 2A_2(L)) (\delta - \delta_e), \delta \leq \delta_e, \quad (2.59)$$

где  $\delta_e$  – угол наклона границы эвольвентной части зуба к оси  $z$ .

Определим величины параметров, управляющих припуском. На рисунке 2.21 величина  $\delta_{UL}$  равна полярному углу точки  $A$ , лежащей на сфере некоторого произвольного радиуса  $L$ . Для точек  $B$  и  $C$  полярные углы равны  $\delta_{2L}$  и  $\delta_{3L}$  соответственно. Будем считать, что как в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$ , так и в точках  $D$ ,  $E$  и  $F$ , функция  $\Delta h_L$  принимает заданные значения  $dh_1$ ,  $dh_2$ ,  $dh_3$  соответственно. Составим систему уравнений

$$\Delta h(\delta_{UL}, L) = A_0 + A_1 \delta_{UL} + A_2 (\delta_{UL})^2 = dh_1, \quad (2.60)$$

$$\Delta h(\delta_{2L}, L) = A_0 + A_1 \delta_{2L} + A_2 (\delta_{2L})^2 = dh_2, \quad (2.61)$$

$$\Delta h(\delta_{3L}, L) = A_0 + A_1 \delta_{3L} + A_2 (\delta_{3L})^2 = dh_3. \quad (2.62)$$

Для всех точек произвольной окружности радиуса  $L$  коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  постоянны и равны

$$A_2 = [(dh_1 - dh_2)(\delta_{UL} - \delta_{3L}) - (dh_1 - dh_3)(\delta_{UL} - \delta_{2L})]/d, \quad (2.63)$$

$$A_1 = (\Delta h_1 - \Delta h_2) / (\delta_{UL} - \delta_{2L}) - A_2 (\delta_{UL} + \delta_{2L}), \quad (2.64)$$

$$A_0 = \Delta h_1 - A_1 \delta_{UL} - A_2 (\delta_{UL})^2, \quad (2.65)$$

где

$$d = (\delta_{UL} - \delta_{2L})(\delta_{UL} - \delta_{3L})(\delta_{2L} - \delta_{3L}). \quad (2.66)$$

Полярные углы  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  точек  $E$  и  $F$  на окружности радиуса  $L_c$  определяются из приближенных соотношений

$$\delta_2 \approx \delta_U - \arctg((h_2 - h_1)/L_c), \quad (2.67)$$

$$\delta_3 \approx \delta_U - \arctg((h_3 - h_1)/L_c). \quad (2.68)$$

Будем считать, что точки  $B$ ,  $C$  на любой окружности радиуса  $L$  должны делить дугу окружности с параметрами угла  $[\delta_f; \delta_U]$  в той же пропорции, что и точки  $E$  и  $F$  на дуге с радиусом  $L_c$ :

$$(\delta_U - \delta_2) / (\delta_U - \delta_f) = p_2 = (\delta_{UL} - \delta_{2L}) / (\delta_{UL} - \delta_{fL}), \quad (2.69)$$

$$(\delta_U - \delta_3) / (\delta_U - \delta_f) = p_3 = (\delta_{UL} - \delta_{3L}) / (\delta_{UL} - \delta_{fL}). \quad (2.70)$$

Из (2.69) и (2.70) следует, что

$$\delta_{2L} = \delta_{UL} - p_2 (\delta_{UL} - \delta_{fL}), \quad (2.71)$$

$$\delta_{3L} = \delta_{UL} - p_3 (\delta_{UL} - \delta_{fL}). \quad (2.72)$$

Из равенств (2.69) и (2.70) определяются величины  $p_2$  и  $p_3$ , которые не зависят от  $L$ .

На рисунке 2.19 отсутствует скругление на участке между точкой 4 и поверхностью впадин, которое присутствует в готовом зубе. Предложенная модель позволяет получить представление о распределении припуска в первом приближении. Она позволяет получить распределение припуска на рабочей поверхности зуба, которая будет подвергнута обработке на финишном этапе.

В результате расчёта точек на поверхности припуска получают трехмерную модель заготовки с требуемым распределением припуска. Далее эта модель загружается в систему поддержки жизненного цикла изделия, для последующего использования при производстве штамповкой.

### 2.3 Выводы по главе

1. Разработанная математическая модель модифицированной прямозубой конической передачи, где зацепляющиеся поверхности построены на основе конической эвольвентной поверхности, позволяет получить поверхность зуба с пятном контакта, локализованным в заданной зоне поверхности зуба с требуемыми положением и размерами.
2. Введённые параметры модификации позволяют управлять положением и размерами пятна контакта. К ним относятся:
  - параметр  $L_c$ , который задаёт радиус сферы с центром в вершине делительного конуса, на которой расположен центр пятна контакта;
  - параметр  $d$ , который задаёт расстояние от центра пятна контакта до образующей делительного конуса;

- параметр  $a_0$ , который определяет полуширину зоны касания;
  - коэффициент профильной модификации  $C$ .
3. Алгоритм расчёта характеристик зацепления прямозубых конических колес без нагрузки позволяет оценить работоспособность передачи и проверить наличие кромочного контакта.
  4. Разработанная математическая модель распределения припуска для финишной операции штамповки позволяет рассчитывать 3D-модель заготовки с требуемым распределением припуска и проверять корректность распределения припуска. Введённые параметры управления припуском в сечении зуба позволяют варьировать распределение припуска в заготовке.

### ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА МЕТОДИК, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА

#### 3.1 Методика подбора параметров модификации геометрической модели для локализации контакта

Качество синтезируемой передачи зависит от характеристик зацепления. Одной из такой характеристик является форма, расположение и размеры пятна контакта. От степени локализации контакта зависит нагрузочная способность передачи. Если пятно контакта будет слабо локализовано, то под нагрузкой пятно распространится по зубу и может произойти выход пятна на кромку. С другой стороны, сильно локализованное пятно контакта снижает нагрузочную способность передачи.

В параграфе 2.1.2 «Выбор параметров локализации контакта» введены параметры локализации контакта, названные параметрами модификации. К ним относятся параметры  $L_c$  и  $d$ , которые определяют положение центра пятна контакта, и параметры  $a_0$  и  $C$ , которые определяют размеры пятна контакта и неравномерность передачи вращения.

При подборе параметров модификации установим следующее. Рассчитаны геометрические параметры передачи по ГОСТ 19624-74 «Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии.» [31]. Заданы ограничения на пятно контакта в виде ограничения максимального размера пятна контакта по ширине в % от ширины зуба. В ГОСТ 1758-81 «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые и конические. Допуски» [30] установлены рекомендуемые значения размеров пятна контакта по ширине и высоте зуба и его положения. Дополнительно задана величина смещения к меньшему торцу. Поскольку под нагрузкой пятно распространится по зубу в направлении большего торца, то его необходимо смещать к меньшему торцу.

Ставится задача получить зубчатую передачу с заданной степенью локализации пятна контакта по ширине и высоте зуба.

В этом случае форма, расположение и размеры пятна контакта зависят от четырёх параметров модификации. Выбор оптимальных значений этих параметров является важной задачей [36], от которой зависит работоспособность передачи. Для решения этой задачи предложена следующая методика [22]. Таким образом, для получения зубчатой передачи с локализованным контактом необходимо разработать методику выбора значений параметров модификации.

В такой методике должны учитываться следующие ограничения. Во-первых, пятно контакта не должно выходить на кромку зуба. Во-вторых, его ширина и высота должны быть меньше некоторых заданных значений.

Суть методики заключается в следующем. Исходными величинами для подбора являются четыре параметра модификации  $L_c$ ,  $a_0$ ,  $d$ ,  $C$ . Заданы шаги  $\Delta L_c$ ,  $\Delta a_0$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta C$  изменения параметров модификации, смещение  $L_s$  пятна контакта в сторону меньшего торца, требуемые ширина  $b_T$  и высота пятна контакта, и допуски  $\varepsilon_L$ ,  $\varepsilon_b$  и  $\varepsilon_s$  для сравнения величин. Значения остальных параметров зафиксированы. Целью подбора является получение локализованного пятна контакта, не выходящего на кромку зуба.

На первом этапе подбора рассчитываются начальные приближения значений параметров модификации (см. рисунок 2.4):

$$L_c = R_e - \frac{b}{2}, \quad (3.1)$$

$$d = \frac{\Delta z}{2}, \quad (3.2)$$

$$a_0 = \frac{b}{4}, \quad (3.3)$$

$$C = 0.02, \quad (3.4)$$

где  $\Delta z$  – параметр, рассчитываемый для шестерни:

$$\Delta z = L_c * \left( \frac{\delta_1 + \delta_{f1}}{2} - \delta_p \right), \quad (3.5)$$

$$\delta_1 = \operatorname{atan} \left( \frac{r_1 - r_2}{z_1 - z_2} \right), \quad (3.6)$$



$$\delta_{f1} = \operatorname{atan} \left( \frac{r_3 - r_4}{z_3 - z_4} \right), \quad (3.7)$$

где  $\delta_p$  – угол делительного конуса на шестерне;

$r_j, z_j$  – точки контура зуба (см. рисунок 3.1).

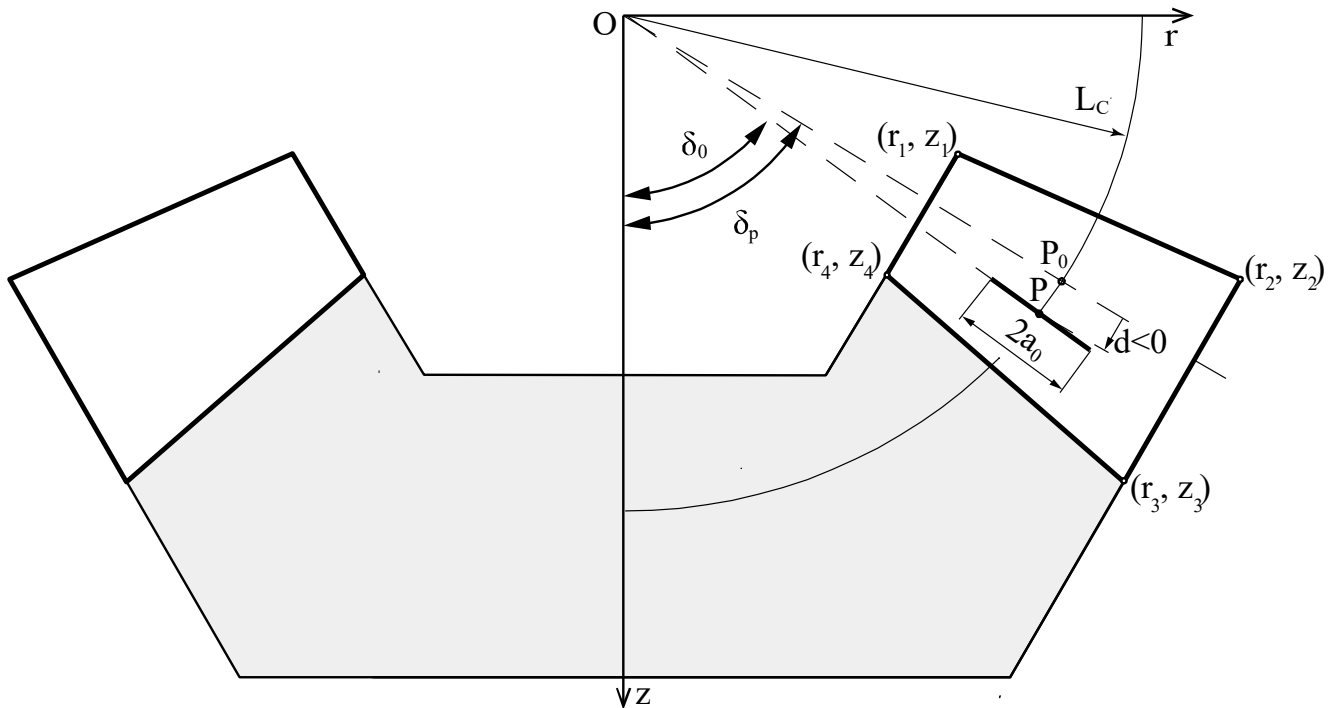


Рисунок 3.1 – Контур зуба

Для выбранных в начальном приближении значений параметров модификации определяется пятно контакта и кривая неравномерности передачи вращения (кривая Бакстера) путем моделирования проверки пары на контрольно-обкатном станке [47].

На втором этапе проводится анализ полученных характеристик зацепления и при необходимости определяются новые значения параметров модификации.

Методика подбора параметров синтеза приведена в виде блок-схем на рисунках 3.2, 3.3. Основной целью корректировки значений параметров модификации является стремление избежать кромочного контакта. На рисунке 3.2 представлена блок-схема, которая позволяет понять идею алгоритма в целом.

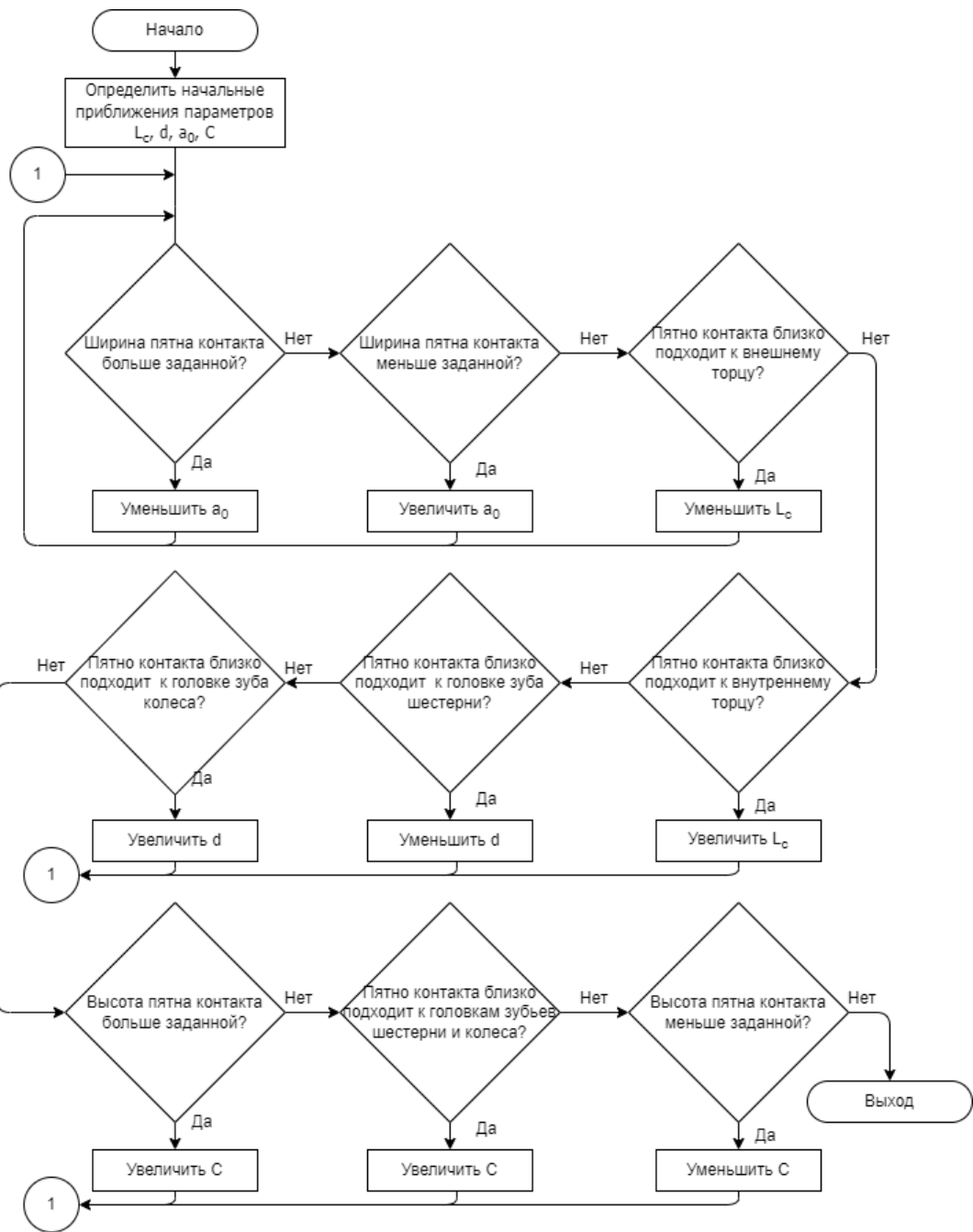


Рисунок 3.2 – Блок-схема подбора значений параметров модификации

На рисунке 3.3 представлена подробная блок-схема, которая используется в методике подбора значений параметров модификации. Исходными данными в блок-схеме являются:

- начальные значения параметров модификации  $L_c$ ,  $a_0$ ,  $d$ ,  $C$ ;
- требуемая ширина пятна контакта  $b_T$ ;
- требуемая высота пятна контакта  $h_T$ ;

- смещение пятна в сторону меньшего торца  $L_s$ ;
- шаги  $\Delta L_c$ ,  $\Delta a_0$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta C$  варьирования параметров модификации;
- точность  $\varepsilon_{Lc}$ , при сравнении параметра модификации  $L_c$ ;
- точность  $\varepsilon_b$  при сравнении ширины пятна контакта;
- точность  $\varepsilon_h$  при сравнении высоты пятна контакта;
- точность  $\varepsilon_g$  при сравнении расстояний до кромок.

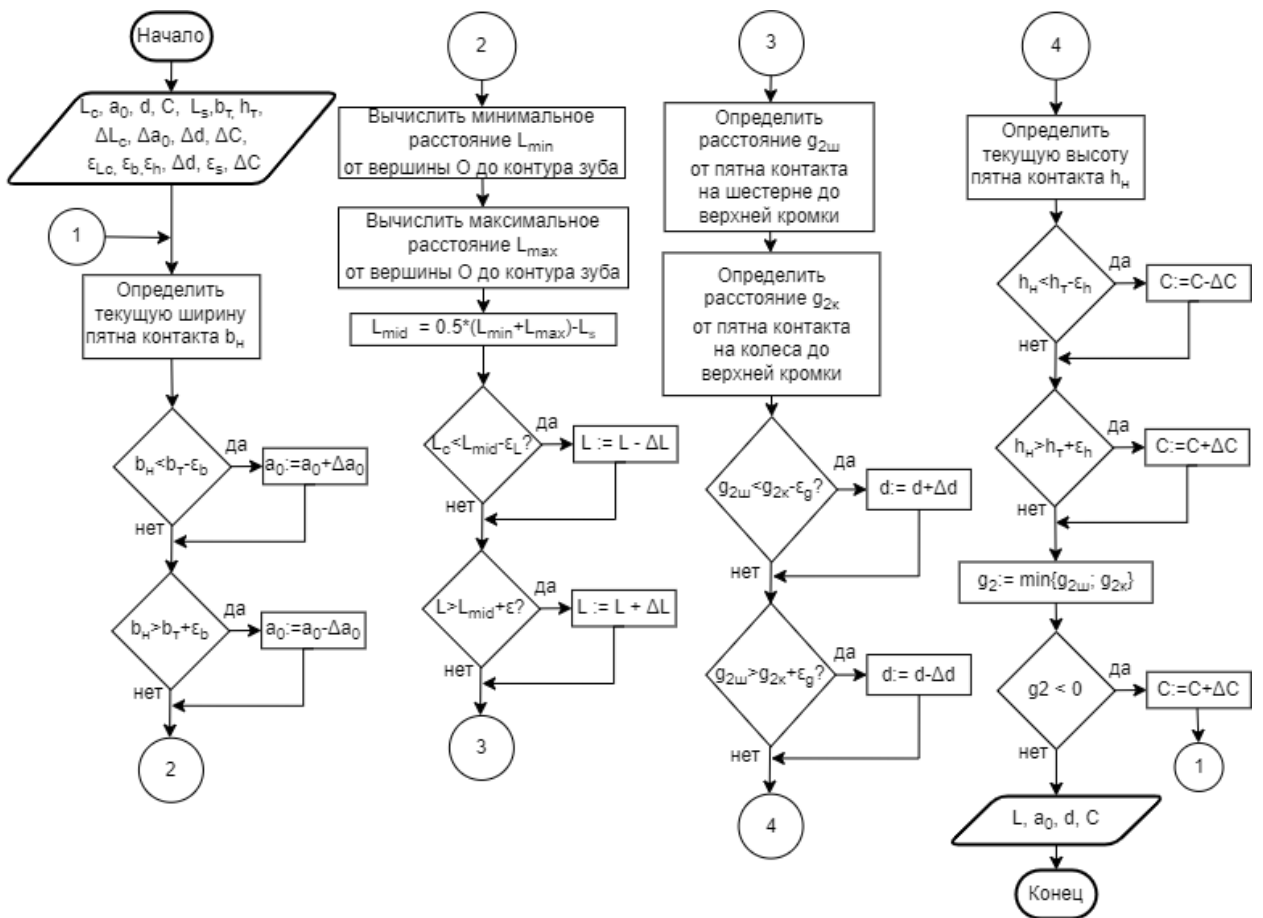


Рисунок 3.3 – Подробная блок-схема методики подбора значений параметров модификации

В начале каждого этапа рассчитываются расстояния  $g_{1-4}$  от пятен контакта до кромок зуба, высота пятна контакта  $h_T$  и ширина пятна контакта  $b_T$ .

Подбор расположения пятна контакта проводится следующим образом.

Значение параметра  $a_0$  подбирается так, чтобы пятно контакта имело требуемую ширину  $b_T$ , например, около 70% от ширины зуба, и при этом не

подходило близко к кромкам зубьев. Для этого рассчитывается текущая ширина пятна контакта  $b_n$ . Если ширина пятна контакта  $b_n$  меньше требуемой  $b_t$ , то параметр  $a_0$  увеличивают. Если  $b_n > b_m$ , либо наблюдается кромочный контакт, то параметр  $a_0$  уменьшают.

Значение параметра  $L_c$  подбирается следующим образом. Сначала рассчитывается параметр

$$L_{mid} = 0,5 * (L_{min} + L_{max}) - L_s, \quad (3.8)$$

где  $L_{min}$  – минимальное расстояние от вершины делительного конуса  $O$  до контура зуба;

$L_{max}$  – максимальное расстояние от вершины делительного конуса  $O$  до контура зуба;

$L_s$  – смещение пятна контакта к внутреннему торцу.

Такое смещение к внутреннему торцу делается намеренно, т.к. опыт эксплуатации зубчатых передач показывает, что под нагрузкой вследствие изгиба валов пятно смещается внешнему торцу. Затем сравнивается значение параметра  $L_c$  и  $L_{mid}$ . Если  $L_c < L_{mid}$ , то необходимо увеличить  $L_c$ , иначе необходимо уменьшить  $L_c$ .

Далее происходит подбор параметра  $d$ . Цель – избежать выхода пятна контакта на кромку при вершине зуба с помощью смещения пятна контакта по высоте. Путем подбора параметра  $d$  добиваются равенства отрывов  $g_2$  пятен контакта на колесе и шестерне от кромки зуба при вершине. Если расстояние от пятна контакта на шестерне до кромки при вершине зуба меньше, чем расстояние от пятна контакта на колесе до кромки при вершине зуба, то значение параметра  $d$  необходимо увеличить. В противном случае значение параметра необходимо уменьшить.

Для подбора размера и положения пятна контакта по высоте зуба варьируют параметр  $C$ . Рассчитывается текущая высота пятна контакта  $h_n$ . Если текущая высота пятна контакта  $h_n$  меньше требуемой  $h_t$ , то значение параметра  $C$  необходимо уменьшить. Если  $h_n > h_t$ , то значение параметра  $C$  необходимо

увеличить. Если пятно контакта выходит на кромку при вершине зуба, т.е.  $g_2 < 0$ , то параметр  $C$  необходимо увеличить.

Полученные в результате интерактивного подбора значения параметров модификации обеспечивают получение трёхмерных моделей с локализованным контактом при работе зубчатой пары и могут быть использованы в качестве начальных значений для последующей оптимизации.

### **3.2 Алгоритм решения задачи условной оптимизации максимального контактного давления за счёт варьирования параметров модификации**

В главе 2 введены параметры модификации для управления локализацией контакта. Получить локализованный контакт можно при разных наборах значений параметров модификации. Например, такой набор значений параметров модификации можно получить с помощью методики, описанной в параграфе 3.1. Для каждого набора значений параметров пятно контакта будет локализовано по-своему и значения контактного давления будут отличаться. Чтобы выбрать один набор значений параметров модификации, в работе предлагается определять такие значения, при которых контактное давление в передаче будет минимальным, а пятно контакта будет локализовано. Поэтому в диссертации поставлена и решена задача условной оптимизации контактного давления.

#### **3.2.1 Постановка задачи условной оптимизации**

Выбор значений параметров модификации является задачей оптимизации, от решения которой будет зависеть степень локализации контакта и нагрузочная способность передачи. Рассмотрим один из вариантов решения этой задачи.

Максимальное контактное давление на рассматриваемой фазе  $\theta_1$  зацепления в решении Герца зависит от формы боковых поверхностей зубьев и является функцией параметров модификации и крутящего момента на шестерне  $T_1$ , т.к.

$$\sigma_H(\theta_1) = \sigma_H(L_c, d, a_0, C, \theta_1, T_1) = \frac{3P}{2S}, \quad (3.9)$$

где  $P$  – нормальная сила;

$S$  – площадь мгновенного контактного эллипса.

Решая контактную задачу на каждой фазе зацепления, получаем зависимость  $\sigma_H(\theta_1)$  максимального контактного давления от фазы зацепления. Также определяем наибольшее значение из максимальных контактных давлений

$$\sigma_{Hmax} = \max_{\theta_1} \sigma_H(\theta_1). \quad (3.10)$$

Дополнительно рассчитывается местоположение на боковой поверхности зуба точки, в которой контактное давление равно  $\sigma_{Hmax}$ .

Выбор значений параметров модификации является важной технологической задачей. С одной стороны, в передаче не должно быть кромочного контакта. С другой стороны, от степени локализации контакта будет зависеть нагрузочная способность передачи. Следует так подбирать значения параметров модификации, чтобы наибольшее контактное давление было минимальным с учетом отсутствия кромочного контакта. Поэтому для определения значений параметров модификации необходимо решить задачу условной оптимизации.

Сформулируем задачу условной минимизации целевой функции  $\sigma_{Hmax}$  за счет подбора значений параметров модификации [23]. Требуется найти минимум целевой функции

$$f(L_c, a_0, d, C) = \sigma_{Hmax} \quad (3.11)$$

с ограничениями вида

$$g_i(L_c, a_0, d, C) > 0, (i = 1 \dots s), \quad (3.12)$$

где  $s$  – число ограничений.

Значения функций  $g_i$  равны расстояниям от пятна контакта до границ зуба. Будем считать расстояния  $g_i$  положительными, если пятно расположено внутри контура зуба, и отрицательными, если пятно контакта выходит за пределы контура зуба.

Таким образом, целевая функция – зависимость наибольшего контактного давления от параметров модификации. Ограничением выступает отсутствие

кромочного контакта. Для этого расстояния от пятна контакта до кромок зуба должны быть положительными. При этом размеры зубчатой передачи остаются неизменными. Решение аналогичной задачи для конических передач с круговыми зубьями дано в работах [19; 86].

Поскольку целевая функция зависит от четырёх параметров и на целевую функцию наложены ограничения, то многократно возрастает число итераций, необходимых для получения решения. Так, в симплексном методе Нелдера – Мида у симплекса будет пять вершин. Для проверки условия окончания работы алгоритма на каждой итерации необходимо вычислять значения функций в вершинах симплекса. Также над каждой из вершин симплекса необходимо будет производить преобразования, что может повлиять на число итераций, необходимых для получения решения. В комплексном методе Бокса у симплекса также пять вершин, над которыми совершаются операции. При использовании метода Хука – Дживса [65] в задаче присутствует четыре независимых направления, по которым производится поиск по образцу. При использовании метода покоординатного спуска поочерёдно анализируются направления, из-за чего возрастает число итераций.

Проанализируем характер влияния параметров модификации на целевую функцию. Если увеличивать значение параметра  $L_c$  при фиксированных значениях остальных параметров модификации, то пятно контакта будет смещаться к внешнему торцу и кривизна поверхности будет уменьшаться, поэтому контактное давление будет уменьшаться. Если увеличивать значение параметра  $a_0$  при фиксированных значениях остальных параметров модификации, то пятно контакта будет увеличиваться и контактное давление будет уменьшаться. Зависимость контактного давления от параметров  $L_c$  и  $a_0$  монотонная. Зависимость контактного давления от параметров  $d$  и  $C$  неизвестна, поэтому их необходимо подбирать совместно, и это обстоятельство должно учитываться при их подборе.

Таким образом, существующие методы оптимизации не могут в полной мере обеспечить получение решения за достаточное время. В этой связи было принято решение о разработке эвристического метода оптимизации.

### 3.2.2 Эвристический алгоритм условной оптимизации

Для решения задачи условной оптимизации было принято решение разработать эвристический алгоритм.

Такой алгоритм позволил учесть особенности решаемой задачи, в частности, особенности влияния параметров модификации на максимальное контактное давление в прямозубой конической передаче. Для прямозубых конических передач, используемых в дифференциалах транспортных средств, не требуется большой точности при расчете контактных давлений. Поскольку целевая функция зависит от четырёх параметров модификации, то эвристический алгоритм позволяет получить решение за приемлемое время. Так как в данной задаче нет возможности корректно вычислить производные, то и в эвристическом алгоритме они не используются.

### 3.2.3 Выбор начальных значений и ограничений на значения параметров модификации

Суть эвристического алгоритма заключается в следующем.

Пусть требуется найти минимум функции (3.11) с ограничениями (3.12). В качестве начального приближения выбирается некоторая точка  $(L'_c, a'_0, d', C')$ , для которой выполняются ограничения (3.12). На размер пятна контакта под нагрузкой влияет заданный момент, поэтому точное значение параметров в начальном приближении рассчитать невозможно. Для выбора можно воспользоваться методикой подбора значений параметров модификации без нагрузки, которая рассмотрена в параграфе 3.1.

Для параметров модификации установлены границы допустимых значений:

$$L_c \in \left[ R_e - \frac{b}{2}, R_e \right], \quad (3.13)$$

$$d \in [\min\{0, \Delta z\}; \max\{0, \Delta z\}], \quad (3.14)$$

$$a_0 \in \left[ \frac{b}{10}, 2 * b \right], \quad (3.15)$$



$$C \in [0.001, 0.9]. \quad (3.16)$$

В работе алгоритма используются три стратегии подбора [25]:

- подбор параметра  $L_c$ ;
- подбор параметра  $a_0$ ;
- подбор параметров  $d$  и  $C$ .

### 3.2.4 Алгоритм стратегии подбора параметров в общем виде

Рассмотрим выполнение алгоритма во время выполнения стратегии подбора. На каждой стратегии подбор проходит в несколько итераций.

В начале итерации на основе текущего приближения подготавливаются наборы значений параметров модификации. Для каждого значения параметра из наборов проверяется, вышел ли параметр за установленную границу допустимых значений. Если параметр вышел за границу, то для него устанавливается ближайшее значение из области допустимых значений.

Затем для каждого набора значений параметров модификации выполняется проверка ограничений  $g_i(L_c, a_0, d, C) > 0$ . Для стратегий подбора параметров  $d$  и  $C$  выполняется расчёт целевой функции  $f(L_c, a_0, d, C)$ , а для стратегий подбора параметра  $L_c$  и  $a_0$  выполняется расчёт вспомогательных функций. Среди наборов ищется такой, для которого выполняются ограничения (3.12) и при котором значение целевой функции будет минимальным, либо где будет получен ноль вспомогательной функции. Полученное решение становится текущим приближением.

На основании полученных результатов происходит уточнение подбираемого стратегией параметра. Если уточнённое значение параметра выходит за границу допустимых значений, то вместо него выбирается ближайшее из области допустимых значений. В конце выполнения итерации проверяется возможность дальнейшей коррекции параметра с помощью данной стратегии. Если коррекция возможна, то начинается новая итерация подбора. Максимальное число

повторений для стратегии составляет 10 итераций. Если коррекция параметра с помощью данной стратегии невозможна, либо исчерпано число итераций, то алгоритм переходит к выполнению следующей стратегии.

Рассмотрим расчёт ограничений и отдельно особенности каждой из стратегий.

### 3.2.5 Проверка набора значений параметров модификации на ограничения

В каждой стратегии проверяется, будет ли выходить пятно контакта на кромку зуба при полученных значениях параметров модификации. Для этой проверки необходимо определить расстояния от пятна контакта до кромок зуба (см. рисунок 3.4) [9].

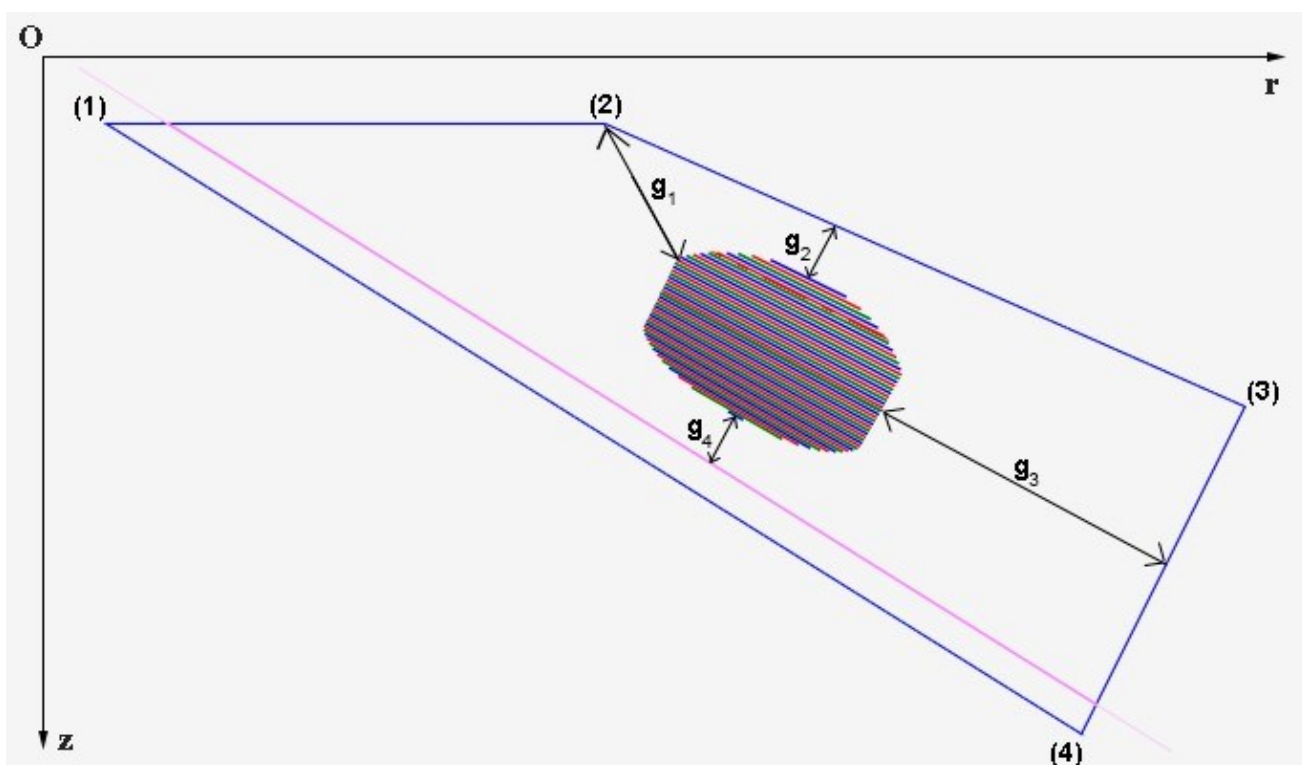


Рисунок 3.4 – Контур зуба с пятном контакта,  $g_{1-4}$  – обозначены расстояния от пятна контакта до кромок

Пятно контакта является объединением серии мгновенных контактных площадок. Каждая мгновенная контактная площадка представлена отрезком, у которого известны координаты его крайних точек. Для их описания рассмотрим ортогональную систему координат, расположенную в осевой плоскости. Начало  $O$  находится в вершине делительного конуса, ось  $z$  направлена по оси вращения (см. рисунок 3.4).

Таким образом, пятно контакта задано четырьмя массивами координат крайних точек:

$$\{r_{1j}\}, \{z_{1j}\}, \{r_{2j}\}, \{z_{2j}\}, \quad (3.17)$$

где  $j$  – порядковый номер мгновенной контактной площадки,  $j = 1, \dots, n$ ;

$n$  – количество мгновенных контактных площадок.

Требуется найти кратчайшие расстояния от пятна контакта до кромок зуба. Обозначим эти расстояния  $g_1, g_2, g_3, g_4$  (см. рисунок 3.4). Рассмотрим процесс нахождения расстояния  $g_1$ .

Основой работы алгоритма является расчёт расстояния от точки до отрезка. Рассмотрим мгновенную контактную площадку с номером  $j$  (см. рисунок 3.5).

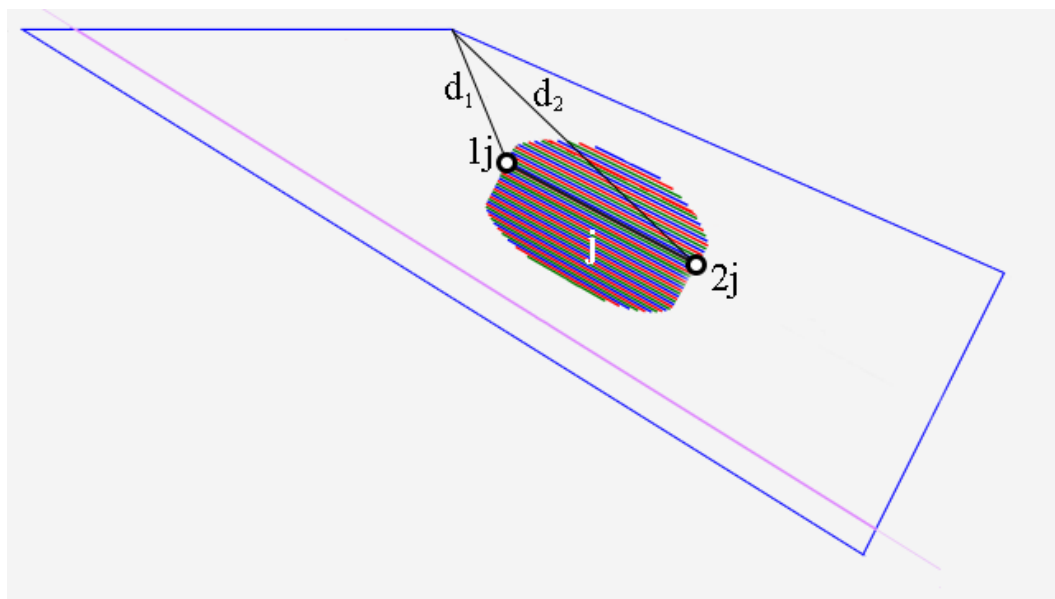


Рисунок 3.5 – Мгновенная контактная площадка с номером  $j$ , ограниченная точками  $1j$  и  $2j$

Эта площадка задана координатами своих крайних точек:  $1j(r_{1j}, z_{1j}), 2j(r_{2j}, z_{2j})$ . Сначала определяем расстояния  $d_1$  и  $d_2$  соответственно от точек  $1j$  и  $2j$  до кромки внутреннего торца. Расстояние  $d_j$  от  $j$ -ой контактной площадки до кромки внутреннего торца находим так

$$d_j = \min(d_1, d_2). \quad (3.18)$$

Минимальное среди расстояний от всех точек мгновенных контактных площадок до кромки внутреннего торца будет являться искомым расстоянием

$$g_1 = \min_j d_j. \quad (3.19)$$

Аналогично осуществляется поиск расстояний  $g_2, g_3$  и  $g_4$  от пятна контакта до других кромок зуба (см. рисунок 3.4). Таким образом выполняется проверка ограничений для некоторого набора значений параметров модификации.

Далее рассмотрим поочерёдно каждую из стратегий подбора параметров.

### 3.2.6 Подбор параметра $L_c$

Подбор параметра  $L_c$  происходит следующим образом.

Предполагается, что значения трёх остальных параметров модификации в процессе подбора не изменяются. Для параметра  $L_c$  установлена верхняя и нижняя граница, в пределах которых происходит распределение значений для наборов значений параметров:

$$L_c \in [L_l, L_r]. \quad (3.20)$$

На первой итерации подбора границы принимаются равными области допустимых значений

$$L_l = R_e - \frac{b}{2}; L_r = R_e. \quad (3.21)$$

Для определения того, как именно будет происходить уточнение параметра  $L_c$  на основании полученных наборов решений, будем учитывать расстояние до внешнего и внутреннего торцов. Введем обозначения:  $g_1(x)$  – расстояние до внешнего торца,  $g_3(x)$  – расстояние до внутреннего торца, расчёт которых дан в параграфе 3.2.5. Определим также вспомогательную функцию

$$h_1(x) = g_1(x) - g_3(x). \quad (3.22)$$

Эта функция будет равна нулю в том случае, если расстояния от пятна до внешнего и внутреннего торца одинаковы.

Смысл нахождения нуля вспомогательной функции заключается в следующем – сместить пятно на одинаковое расстояние от внутреннего и внешнего торца. Функция  $h_1(x)$  будет равна нулю в том случае, когда пятно находится в середине зуба, с учетом заданных ограничений на пятно контакта. В этом случае получится так, что на следующей стратегии подбора параметра  $a_0$  пятно можно будет максимально распространить по площади зуба, что приведёт к снижению контактного давления.

Нахождение нуля вспомогательной функции производится методом деления пополам. Найденное значение параметра становится новым значением параметра  $L_c$  в текущем приближении.

### 3.2.7 Подбор параметра $a_0$

Для параметра  $a_0$  устанавливаются верхняя и нижняя границы, в пределах которых распределяются значения для наборов значений параметров модификации:

$$a_0 \in [a_l, a_r]. \quad (3.23)$$

При первой итерации подбора границы принимаются равными области допустимых значений:

$$a_l = \frac{b}{10}, a_r = 2 * b. \quad (3.24)$$

, где  $b$  – ширина зубчатого венца.

Определим вспомогательную функцию

$$h_2(x) = b * b_{\text{отн.}} - b_{\text{н}}, \quad (3.25)$$

где  $b$  – ширина зубчатого венца;

$b_{\text{отн.}}$  – параметр, который задаёт требуемую ширину пятна относительно ширины зубчатого венца;

$b_H$  – расчётная ширина пятна контакта для текущего набора значений параметров модификации. Значение параметра  $b_{отн.}$  задаётся в соответствии с ГОСТ 1758-81 [30]. Рекомендуемое значение 0,7. Таким образом  $b * b_{отн.}$  – значение требуемой ширины пятна контакта, которая должна получиться в результате подбора.

Функция  $h_2(x)$  определяет разницу между требуемой шириной пятна контакта и расчётной. Смысл нахождения нуля вспомогательной функции заключается в следующем – найти такое значение параметра  $a_0$ , при котором пятно распространится максимально по ширине зуба и при этом не превысит некоторого установленного значения.

Уточнение значения  $a_0$  происходит с помощью метода деления пополам. С помощью этого метода ищется значение параметра  $a'_0$ , при котором функция  $h_2(x)$  равна нулю. Если такого значения нет, то берётся ближайшее к этому значение, для которого выполняются ограничения (3.13 - 3.16). Полученное значение  $a'_0$  становится значением параметра  $a_0$  в текущем приближении.

### 3.2.8 Подбор параметров $d$ и $C$

Рассмотрим стратегию подбора параметров  $d$  и  $C$ . В отличие от двух других параметров  $L_c$  и  $a_0$ , параметры  $d$  и  $C$  подбираются совместно.

На каждой итерации подбора рассматривается 12 кандидатов на продолжение поиска решения (см. рисунок 3.6).

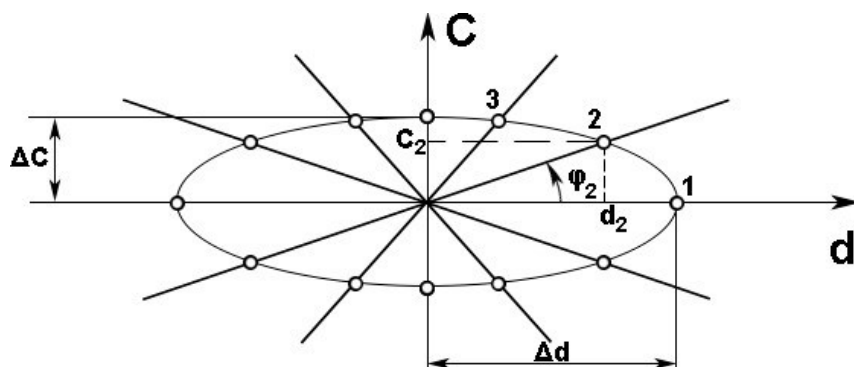


Рисунок 3.6 – Схема подбора параметров  $d$  и  $C$

Рассчитываются значения функции  $f(L_c, a_0, d_k, C_k)$ , где параметр  $L_c$  и  $a_0$  имеют фиксированное значение, а параметры  $d_k, C_k$  рассчитываются по формуле

$$\begin{cases} d_k = d' + \Delta d \cdot \cos\varphi_k \\ C_k = C' + \Delta C \cdot \sin\varphi_k \end{cases} \quad (3.26)$$

где  $d', C'$  – значения параметров в начальном приближении;

$\Delta d$  – шаг по координате  $d$ ;

$\Delta C$  – шаг по координате  $C$ ;

$\varphi_k$  – угол, определяемый на текущей итерации по формуле

$$\varphi_k = \frac{\pi}{6} * (k - 1), k = 1 \dots 12. \quad (3.27)$$

Среди рассчитанных по формуле (3.26) точек выбираются такие, которые удовлетворяют ограничениям (3.13–3.16). Для них вычисляется значение целевой функции  $f(d_k, C_k)$  и сравнивается со значением функции в точке начального приближения  $f(d', C')$ . Окончательно выбирается точка с наименьшим на данной итерации значением  $f(d_k, C_k)$ , для которой выполняется условие

$$f(d_k, C_k) < f(d', C'). \quad (3.28)$$

Она становится начальным приближением на следующей итерации:

$$d' = d_k, C' = C_k. \quad (3.29)$$

В случае, если на итерации не удалось найти точку, удовлетворяющую неравенствам (3.13–3.16) и условию (3.28), то шаги  $\Delta d$  и  $\Delta C$  уменьшаются вдвое, и итерация повторяется. В противном случае алгоритм переходит к проверке условия окончания работы стратегии.

Стратегия завершает работу при выполнении условий

$$\Delta d < \varepsilon, \text{ либо } \Delta C < \varepsilon, \quad (3.30)$$

где  $\varepsilon$  – некоторая заданная величина.

Таким образом, точка  $(d', C')$ , полученная в результате выполнения стратегии является решением задачи условной оптимизации при текущих значениях параметров  $L$  и  $a_0$ , т.к. каждое изменение параметров  $d$  и  $C$  приводит либо к росту контактного давления, либо к кромочному контакту.

### 3.2.9 Окончание работы алгоритма

После выполнения всех стратегий подбора среди полученных решений для каждого подбора параметров ищется решение с минимальным значением функции  $f$ . Для него выполняются проверка неравенств [26]:

$$|h_1(L_c, a_0, d, C)| < \varepsilon, \quad (3.31)$$

$$h_2(L_c, a_0, d, C) > -\varepsilon, \quad (3.32)$$

где  $\varepsilon$  – некоторая заданная величина.

Проверка неравенства (3.31) необходима, чтобы центр пятна контакта соответствовал заданному смещению  $\Delta L$ . В конце выполнения стратегии подбора  $L_c$  данное условие выполняется, однако после выполнения остальных стратегий, особенно стратегии подбора  $d$  и  $C$ , может происходить смещение пятна контакта, поэтому необходима соответствующая проверка.

Неравенство (3.32) заключается в следующем – ширина пятна контакта при текущих параметрах должна быть меньше либо равна расчётной ширине пятна контакта. Допускается уменьшение ширины пятна по сравнению с расчётной, поскольку в некоторых случаях расчётную ширину при текущих параметрах смещения  $\Delta L$  получить нельзя ни при каких значениях параметров модификации.

Алгоритм завершает работу в случае, когда решение удовлетворяет ограничениям (3.13–3.16) и неравенствам (3.31, 3.32). В результате работы алгоритма текущее приближение будет являться решением задачи условной оптимизации, т.к. каждое изменение параметра модификации приводит либо к росту контактного давления, либо к кромочному контакту.

В случае, если какое-либо из ограничений (3.13–3.16) или неравенств (3.31, 3.32) не выполняется, работа алгоритма продолжается с первой стратегии, а текущее приближение принимается в качестве начального.

В результате решения задачи условной оптимизации получается передача с локализованным контактом.



Работа алгоритма в виде блок-схемы представлена на рисунках 3.7–3.8. На рисунке 3.8 рассмотрена блок-схема подбора параметров  $d$  и  $C$ .

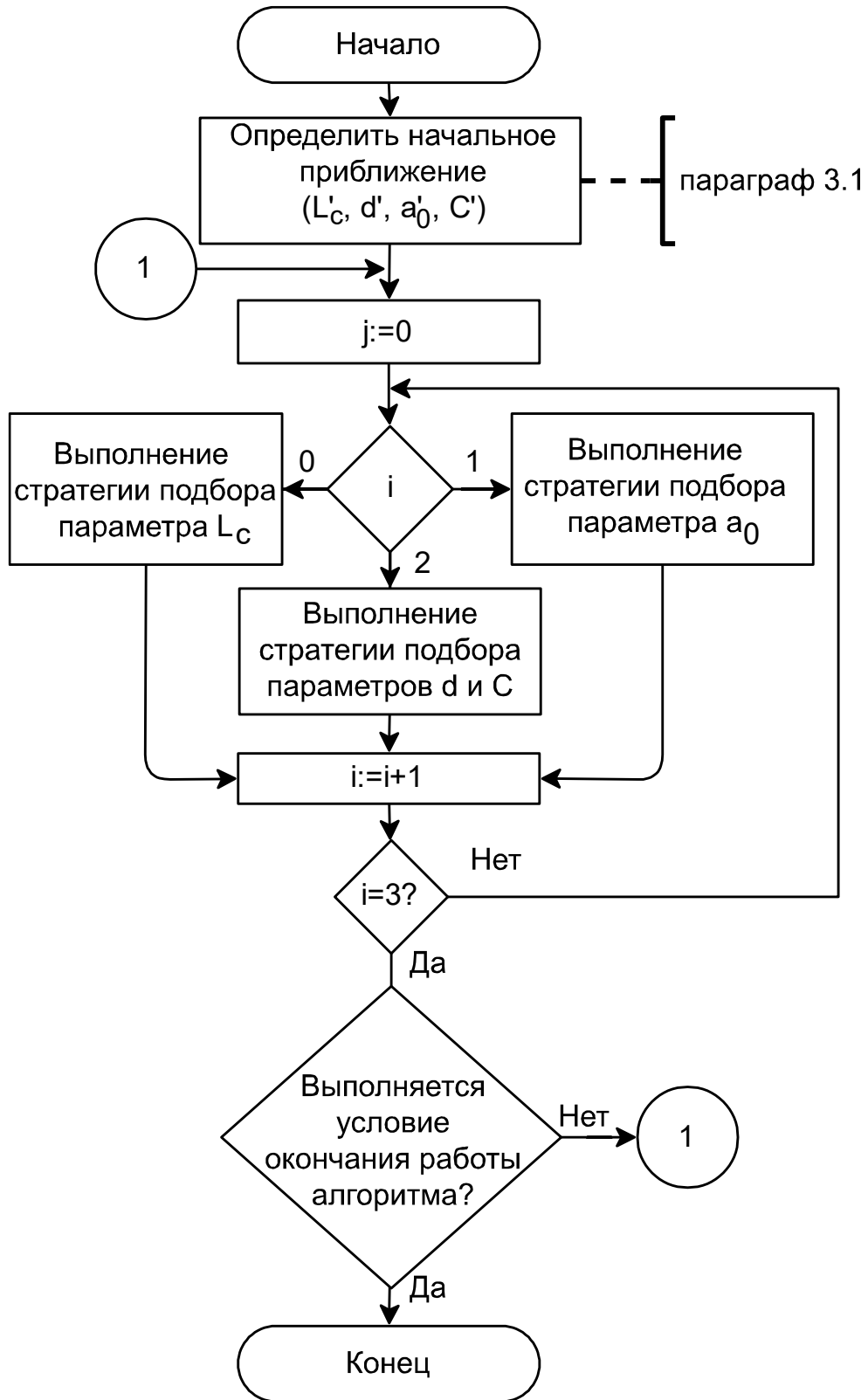


Рисунок 3.7 – Блок-схема алгоритма оптимизации

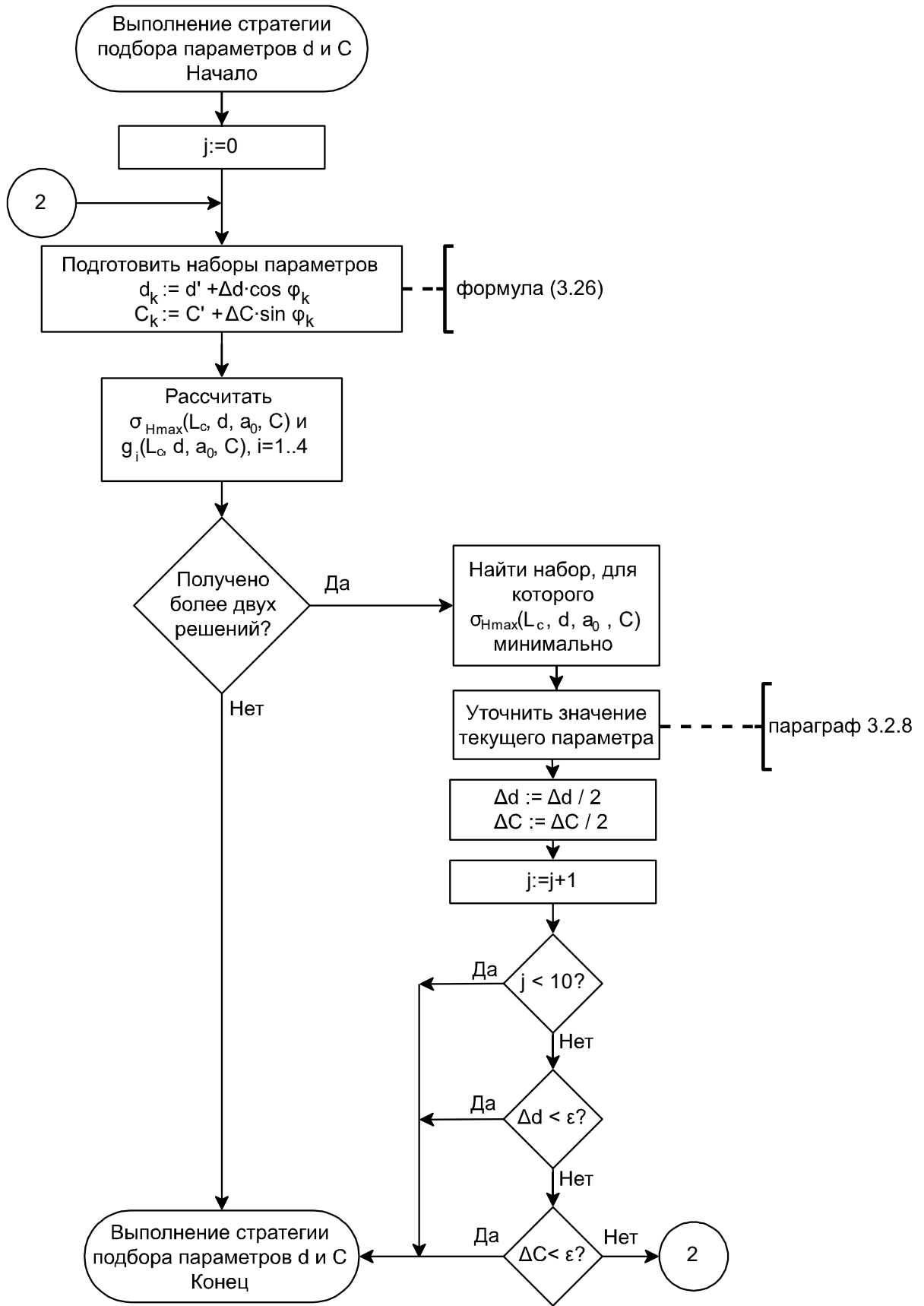


Рисунок 3.8 – Блок-схема процесса «Выполнение стратегии подбора параметров  $d$  и  $C$ »

### 3.3 Методика подбора значений параметров управления припуском

Изготовление зубчатых колёс производится как правило в несколько этапов, на каждом из которых происходит снятие некоторого слоя припуска с заготовки. При изготовлении зубчатых колёс методом штамповки требуется выбрать такие значения параметров управления припуском, чтобы металла, оставленного в заготовке, хватило для заполнения формы готового зуба.

Методика подбора значений параметров управления припуском представлена в виде блок-схемы на рисунке 3.9. Она может применяться, например, для финишной операции штамповки – холодной калибровке.

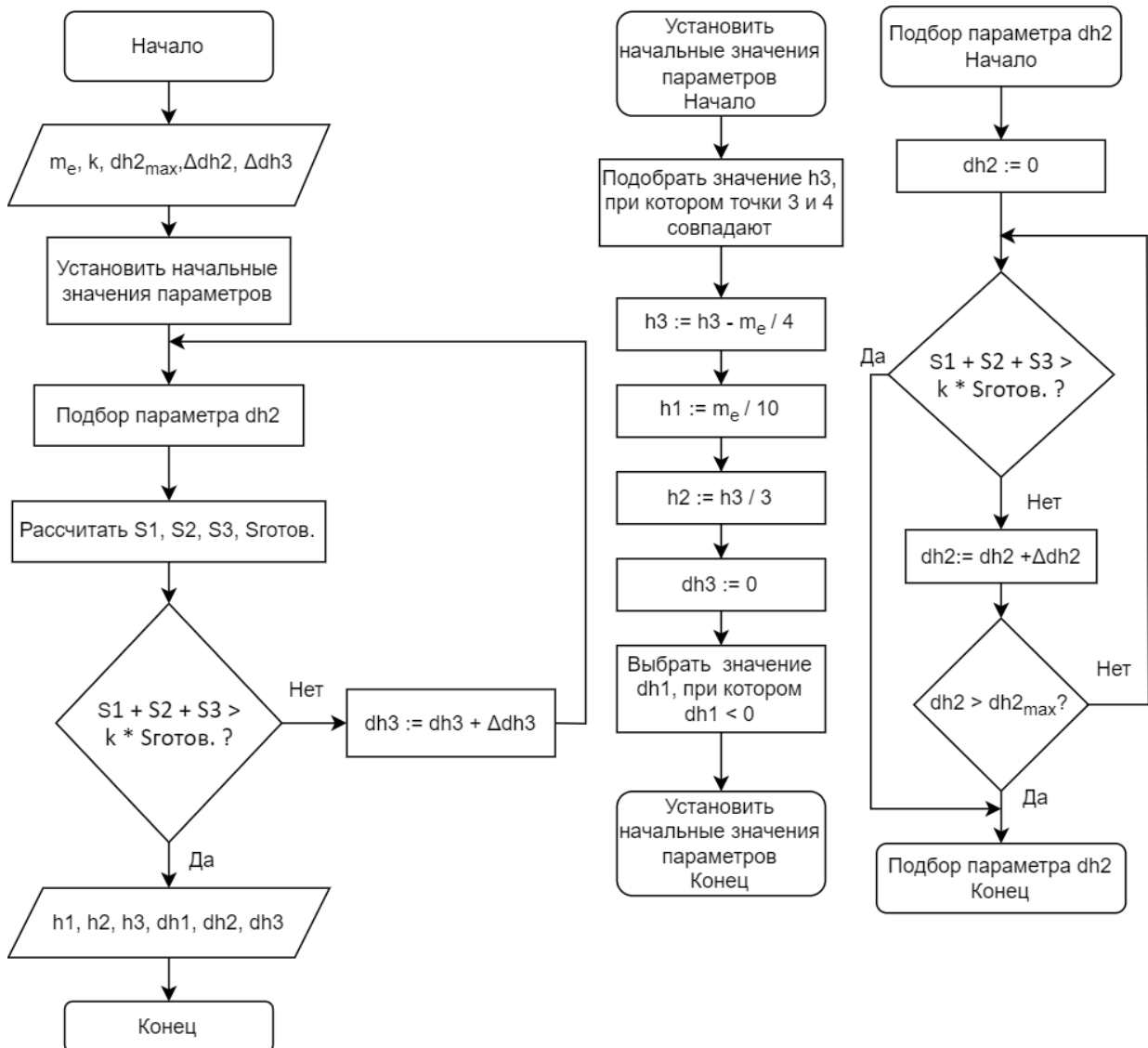


Рисунок 3.9 – Блок-схема подбора параметров управления припуском

Методика позволяет моделировать распределение припуска для получения трёхмерных моделей заготовок с учетом требуемого припуска. Исходными являются следующие величины:

- внешний окружной модуль  $m_e$ ;
- коэффициент  $k$ , устанавливающий минимально допустимое отношение площади припуска ( $S1 + S2 + S3$ ) к площади готового зуба ( $S_{\text{готов.}}$ ) в среднем сечении зуба;
- верхняя граница  $dh2_{\text{max}}$  варьирования параметра  $dh2$ ;
- шаг  $\Delta dh2$  варьирования параметра  $dh2$ ;
- шаг  $\Delta dh3$  варьирования параметра  $dh3$ .

Параметр  $k$  позволяет управлять количеством металла в заготовке, оставленного сверх значения для заполнения формы готового зуба. Значение параметра  $k$  устанавливается исходя из практического опыта штамповщиков.

Подбор производится следующим образом. В начале происходит выбор начальных значений параметров. Начальное значение параметра  $h3$  выбирается так, чтобы точки 3 и 4 примерно совпадали, а затем уменьшается на величину  $m_e / 4$ . Затем  $h1 = m_e / 10$ ,  $h2 = h3 / 3$  и  $dh3 = 0$ . Начальное значение  $dh1$  выбирается так, чтобы оно было отрицательным, например  $dh1 = -1$ .

Подбор необходимого распределения припуска осуществляется за счёт параметров  $dh2$  и  $dh3$ .

Сначала проводится подбор параметра  $dh2$ . Его значение в начале подбора равно нулю. На значение параметра  $dh2$  ограничено в пределах  $[0; dh2_{\text{max}}]$ . Например,  $dh2_{\text{max}} = 1$ . Рассчитываются значения участков площадей между пересечениями сечений готового зуба и зуба с припуском. Выполняется проверка условия корректности припуска

$$S1 + S2 + S3 > k * S_{\text{готов.}} \quad (3.33)$$

Затем проводится проверка выхода параметра  $dh2$  за границу диапазона. Подбор параметра  $dh2$  заканчивается, если условие (3.33) выполняется, либо значение параметра  $dh2$  вышло за границу допустимых значений.

После окончания подбора параметра  $dh_2$  происходит проверка условия (3.33). Если условие (3.33) не выполняется, то значение  $dh_3$  увеличивается на заданную величину  $\Delta dh_3$ , и подбор параметра  $dh_2$  проводится снова.

В результате алгоритм заканчивает работу, когда выполняется условие (3.33). Это позволяет определить значения параметров  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $dh_1$ ,  $dh_2$ ,  $dh_3$ , которые позволяют получить заготовку с достаточным распределением припуска.

### 3.4 Методика поддержки производства прямозубых конических передач путём автоматизированной технологической подготовки производства

По результатам анализа этапов технологической подготовки производства зубчатых колёс предложена методика, предназначенная для технологического синтеза передачи во время технологической подготовки производства [28]. Она представлена в виде блок-схемы на рисунке 3.10. Рассмотрим её этапы подробнее.

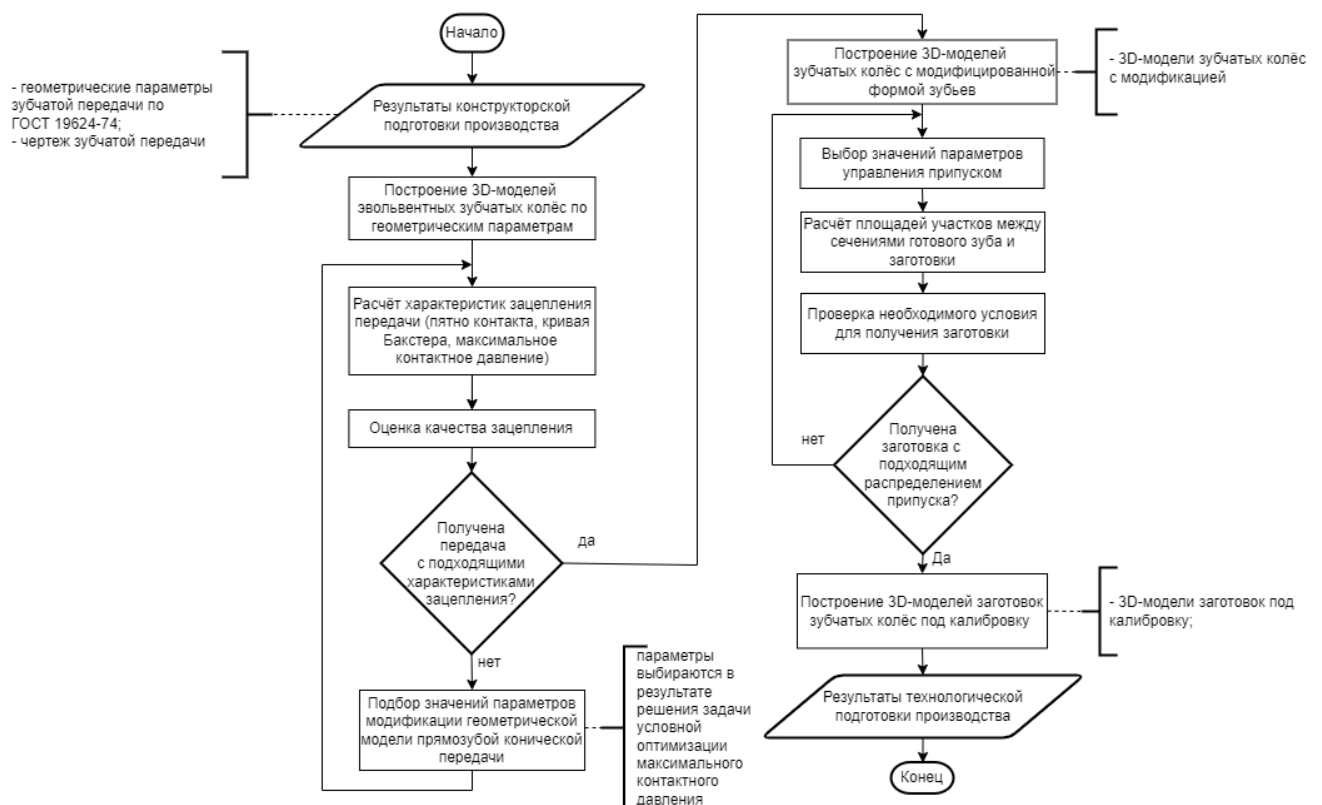


Рисунок 3.10 – Методика технологического синтеза передачи, применяемая на этапе технологической подготовки производства

Технолог получает от конструктора геометрические параметры эвольвентной конической передачи, рассчитанные согласно ГОСТ 19624-74 «Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии» [31], по которым могут быть рассчитана трёхмерная модель эвольвентного зубчатого зацепления. Ставится задача получить трёхмерные модели зубчатых колёс с локализованным контактом и заготовок с учетом припуска путём внесения изменений в трёхмерную модель эвольвентного зубчатого зацепления.

Технолог начинает работу с подбора параметров модификации 3D-модели. Выбор значений параметров модификации проводится путем подбора с помощью вышеописанной методики. В процессе подбора технолог оценивает качества полученной передачи по рассчитываемым характеристикам зацепления и контакта зубьев. После подбора параметров модификации проверяет, удовлетворяет ли передача заданным требованиям, и выполняет коррекцию параметров. Затем генерируются трёхмерные модели модифицированных зубчатых колёс.

После получения моделей зубчатых колёс, требуется подготовить модель для штамповки с учётом припуска. С помощью программного средства технолог оценивает разность площадей сечений готового зуба и заготовки и значения параметров управления припуском из следующего условия. Необходимо, чтобы в результате подбора была получена такая форма заготовки, в которой будет достаточно металла для заполнения формы готового зуба. В результате технологической подготовки производства зубчатой передачи будут получены оптимизированные трёхмерные модели зубчатых колёс с учетом локализации контакта и трёхмерные модели заготовок зубчатых колёс с учетом припуска под холодную калибровку.

### **3.5 Выводы по главе**

1. Разработанная методика подбора параметров модификации позволяет подобрать значения параметров модификации для получения пятна контакта с заданными размерами так, чтобы оно не выходило на кромку зуба.

2. Разработанный эвристический алгоритм решения задачи условной оптимизации максимального контактного давления в передаче позволяет подобрать значения параметров модификации, при которых обеспечивается минимум контактного давления и локализованный контакт. Предложенный алгоритм позволяет снизить вероятность получения неоптимального решения в точке на границе допустимых значений и снизить число итераций вычисления целевой функции, необходимых для получения решения.
3. Предлагаемая методика подбора значений параметров управления припуском может применяться для получения такого распределения припуска, при котором обеспечивается достаточное количество металла в заготовке для заполнения формы готового зуба.
4. Предлагаемая методика поддержки производства прямозубых конических передач позволяет технологу провести технологический синтез передачи и может быть использована при подготовке производства прямозубых конических передач.

## ГЛАВА 4 ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО СРЕДСТВА

### 4.1 Особенности реализации программного средства в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства

На основе вышеописанных разработанных математических моделей, методик и алгоритмов разработано программное средство в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства [3; 4; 5; 6; 7; 8; 24]. Разработка проводилась на языке Java в среде IntelliJ IDEA.

Архитектура разработанного программного средства в виде диаграммы компонентов изображена на рисунке 4.1. Каждый пакет в приложении, объединяющий классы в наборы, можно отнести к одному из трёх уровней – уровню хранения данных, модели или пользовательского интерфейса.

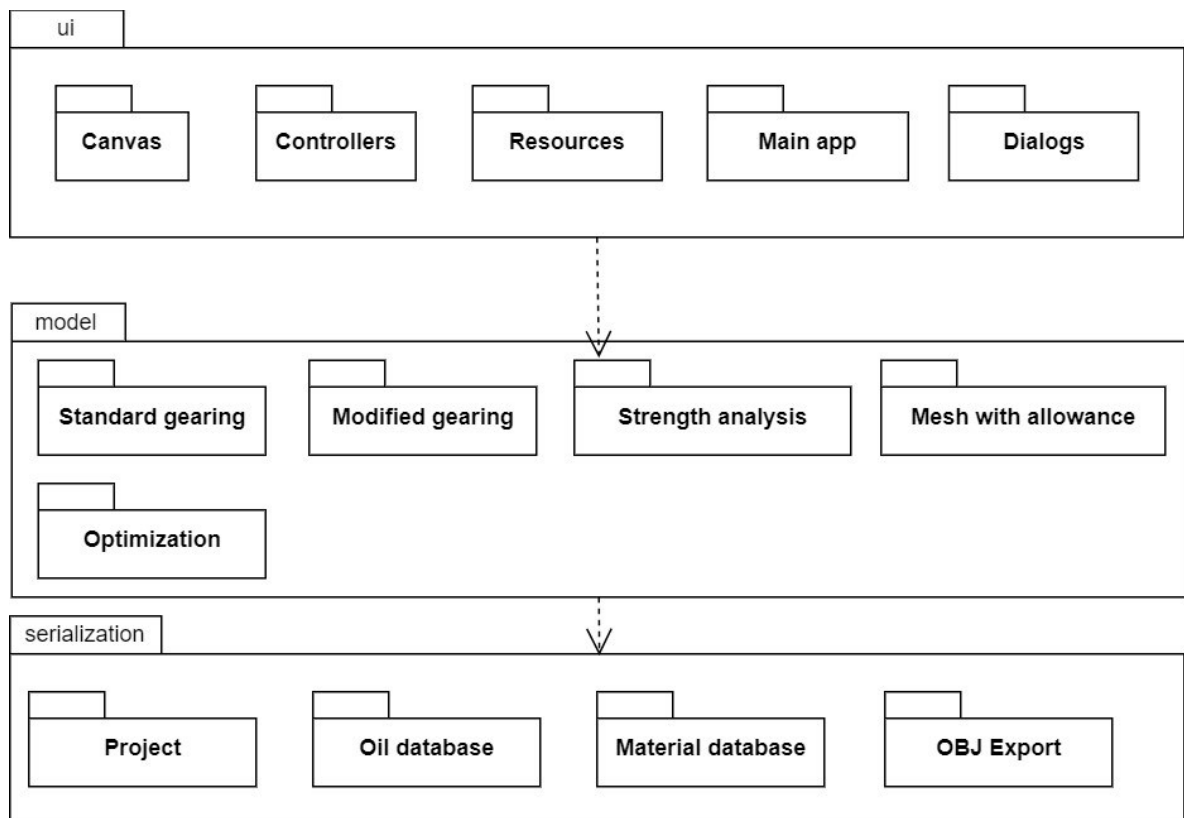


Рисунок 4.1 – Диаграмма компонентов разработанного программного средства



К самому нижнему слою относится слой хранения данных (serialization). Он включает в себя следующие пакеты:

- Project – содержит классы для чтения и записи исходных данных для расчёта.
- Oil Database – содержит классы для взаимодействия с базой данных масла.
- Material Database – содержит классы для взаимодействия с базой данных материалов.
- OBJ Export – предназначен для экспорта моделей в формате OBJ.

Второй уровень содержит пакеты для описания предметной области и выполнения расчетов:

- Standard gearing – расчёт 3D-модели эвольвентных зубчатых колёс.
- Modified gearing – расчёт трёхмерной модели зубчатых колёс с модификацией.
- Strength analysis – расчет характеристик зацепления передачи без нагрузки.
- Mesh with allowance – расчет трехмерной модели зубчатых колёс с припуском для финишной операции штамповки.
- Optimization – выполнение эвристического алгоритма минимизации максимального контактного давления.

К самому верхнему третьему уровню можно отнести классы, отвечающие за пользовательский интерфейс. В него входят следующие пакеты:

- Canvas – отрисовка элементов и фигур на чертеже. Здесь содержатся общие классы для отрисовки контура зуба, стрелок, текста и т.д.
- Controllers – включает классы контроллеры для подписки на события интерфейса и передачи управления в модель.
- Resources – включает в себя файлы ресурсов, такие как пользовательские строки, а также файлы для описания пользовательского интерфейса.
- Main app – содержит классы для обеспечения функционирования основного окна приложения.

- Dialogs – включает в себя классы диалоговых окон. К диалоговым окнам относятся выбора материалов, окно выбора масла, окно создания проекта и т.д.

Структуры данных в программном средстве представлены классами, которые содержат данные и функции, которые выполняют операции над данными и обеспечивают взаимодействие с другими классами.

Рассмотрим структуру классов, требуемых для проведения минимизации контактного давления. Укрупнённая диаграмма классов изображена на 4.2.

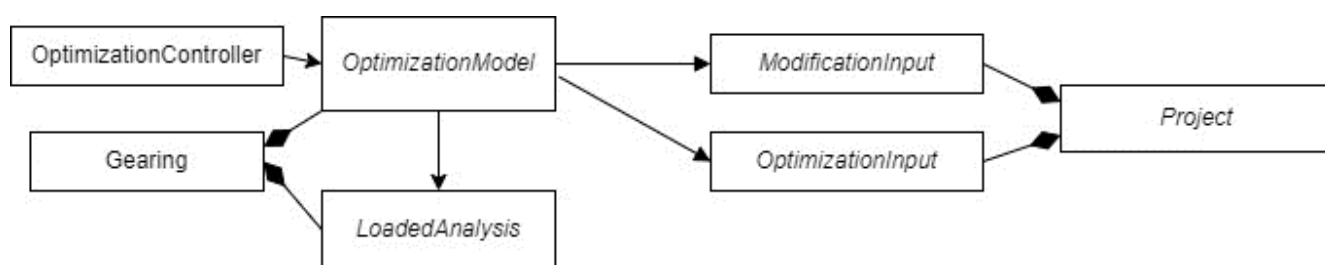


Рисунок 4.2 – Диаграмма классов для выполнения эвристического алгоритма подбора параметров модификации

Рассмотрим подробнее классы, описывающие объекты на этом уровне.

Класс «Project» предназначен для описания проекта. Он содержит исходные данные для расчёта, связанные с проектом. Его функциями является инициализация параметров по умолчанию, а также чтение и запись данных в файл проекта.

Классы «ModificationInput» и «OptimizationInput» агрегированы в классе «Project». Они содержат исходные данные для параметров модификации и исходных параметров для выполнения оптимизации соответственно.

Класс «Gearing» агрегирует различные классы для описания функций в системе. В частности, класс «StrengthAnalysis» предназначен для проведения прочностного анализа. Класс «OptimizationModel» предназначен для проведения подбора параметров модификации, запуска расчёта прочностного анализа, расчёта

размеров пятна контакта и расстояний от пятна до кромок зуба, возврата промежуточных и окончательных результатов оптимизации.

Класс «OptimizationController» предназначен для управления пользовательским интерфейсом, определённом в файле «OptimizationView.fxml». В нем описаны элементы интерфейса, такие как поле ввода относительного размера пятна контакта по ширине, кнопки запуска и остановки расчёта и т.д. В классе «OptimizationController» происходит подписка на событие нажатия на кнопку расчёта и обработка событий, которая включает вызов метода запуска оптимизации в классе «OptimizationModel». Также в классе происходит обработка вывода данных на форму, включая вывод результатов выполнения итерации методики в таблицу.

Как было указано выше, в разработанной системе можно выделить три уровня абстракции – уровень хранения данных, уровень модели, и уровень интерфейса. Рассмотрим подробнее классы на каждом из уровней абстракции.

Самый нижний уровень – уровень хранения данных (см. рисунок 4.1). Он включает в себя классы, которые содержат данные, которые используются для расчёта (см. рисунок 4.3). Классы из этого уровня поддерживают операции чтения и записи в файловый поток.

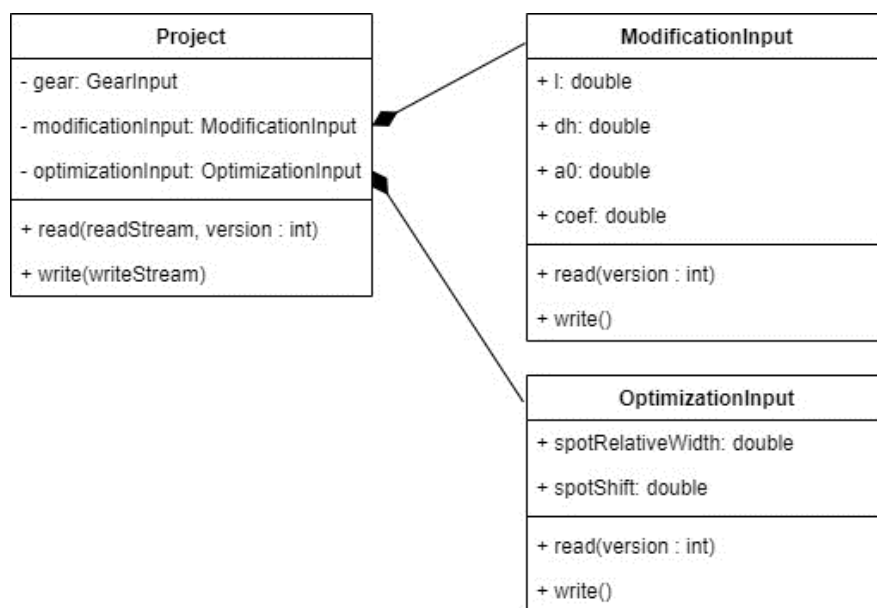


Рисунок 4.3 – Диаграмма классов. Классы на уровне хранения данных

Класс «Project» описывает проект как множество объектов и методов для их чтения/записи. Он включает в себя в том числе поле «gear» с общими параметрами передачи по ГОСТ, поле «modificationInput» с параметрами модификации передачи, поле «methodologyInput» с параметрами для управления оптимизацией. В состав его методов входят метод «read», предназначенный для чтения объектами данных из потока. В параметре «version» метода «read» передается версия файла для совместимости. Также в классе есть метод «write» для вызова методов записи в поток для всех составляющих класса «Project». При добавлении новых объектов в класс «Project» добавляется новое поле, увеличивается на один значение версии исходного проекта, и в соответствующие методы read/write добавляется вызов методов чтения и записи объекта. Это необходимо для обеспечения совместимости со проектами старых версий.

Помимо данных, хранящихся непосредственно в проекте, на уровне хранения есть классы для сохранения данных в базе данных [34]. Такая возможность требуется, когда нужно использовать повторяющиеся исходные данные в новом проекте и необходимо организовать совместную работу над проектами. К таким классам относятся материал и масло (см. рисунок 4.4).

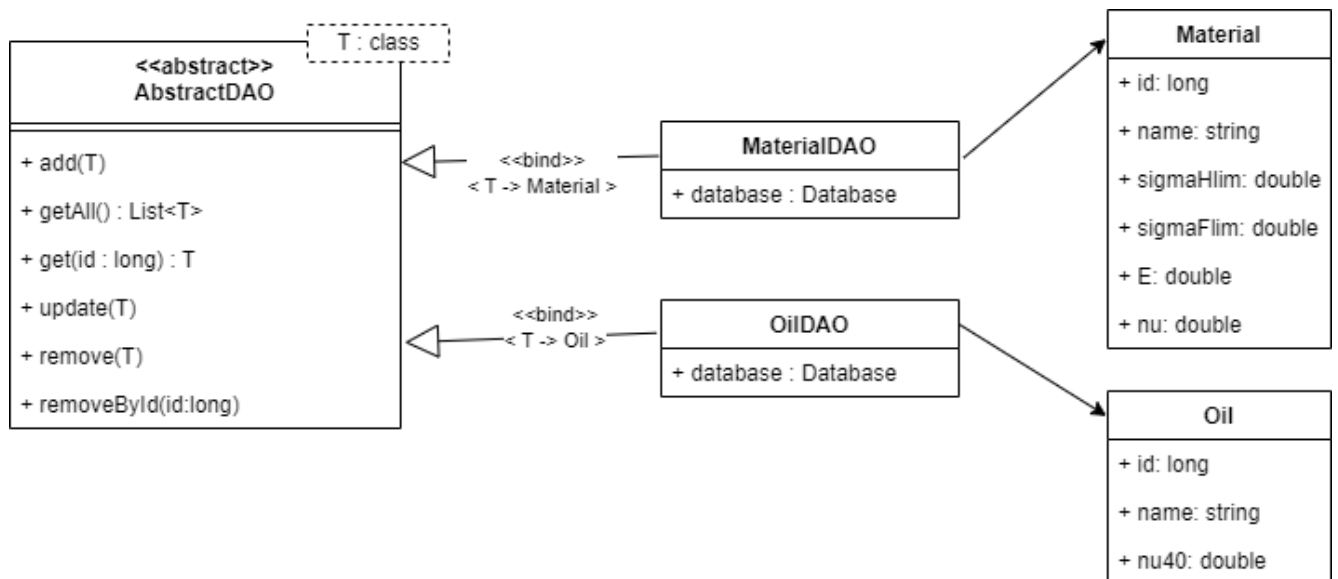


Рисунок 4.4 – Диаграмма классов. Классы для взаимодействия с базами данных

Класс «AbstractDAO» является абстрактным классом, определяющим операции для взаимодействия со слоем базы данных. Он реализует паттерн Data Access Object (DAO). Это класс определяет операции чтения, записи, обновления и удаления объектов независимо от того, какой механизм хранения был выбран.

Класс «Material» описывает характеристики материала, такие как модуль упругости и коэффициент Пуассона. Класс «Oil» описывает характеристики масла, используемого в прочностном расчёте. Для сущностей, описываемых классами «Material» и «Oil», в базе данных существуют соответствующие таблицы, заполнение которых происходит в классах «MaterialDAO» и «OilDAO».

Следующим уровнем является уровень модели (см. рисунок 4.5). На этом уровне происходит выполнение расчётов и функций из предметной области.

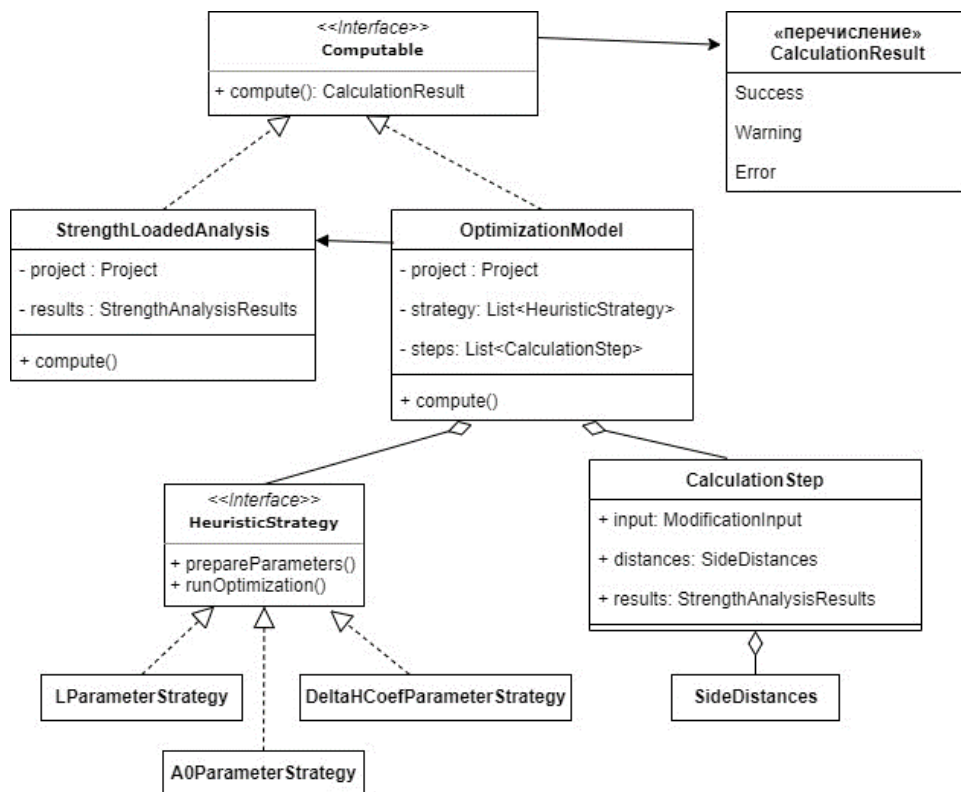


Рисунок 4.5 – Диаграмма классов. Классы на уровне модели

Интерфейс «Computable» предназначен для реализации классами, которые выполняют некоторый расчёт. Перечисление «CalculationResult» определяет состояние результата выполнения расчёта.

Класс «StrengthAnalysis» предназначен для выполнения прочностного расчёта характеристик зацепления передачи.

Класс «MethodologyModel» предназначен для выполнения методики подбора параметров модификации. В нём содержится перечень стратегий подбора параметров, каждая из которых реализует интерфейс «ParameterStrategy» для подбора параметров. Метод «run» стратегии выполняет подбор параметров в зависимости от текущего положения и размеров параметров пятна контакта.

Класс «CalculationStep» предназначен для описания результата выполнения шага методики. В нём содержатся исходные параметры модификации в поле «input», расстояния от пятна контакта до кромок в поле «distances», и результаты выполнения прочностного расчёта в поле «results». Эти данные требуются при выводе последовательных результатов расчёта в таблицу в процессе выполнения методики подбора параметров модификации.

Последним уровнем является уровень пользовательского интерфейса (см. рисунок 4.6). Этот уровень связан с тем, что отображается на экране пользователя.

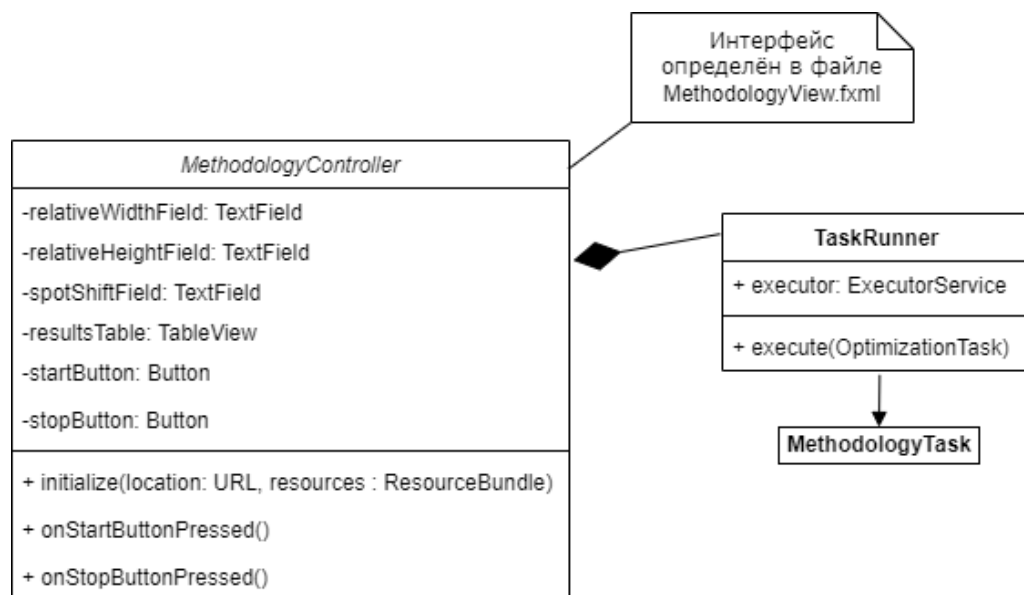


Рисунок 4.6 – Диаграмма классов. Классы на уровне интерфейса

Класс «OptimizationController» предназначен для обработки событий в пользовательском интерфейсе и ввода/вывода данных с интерфейсных форм

диалога выполнения методики. В методе `initialize` происходит подписка на события при изменении интерфейса и вызов методов в модели. В файле «`OptimizationView.fxml`» класс «`OptimizationController`» указан в теге «`fx:controller`», поэтому поля в классе «`OptimizationController`», соответствующие элементам интерфейса, инициализируются самой платформой JavaFX.

Класс «`TaskRunner`» предназначен для выполнения операций в фоновом потоке. Это необходимо для того, чтобы во время выполнения оптимизации продолжалась обработка событий интерфейса и не было зависаний в интерфейсе после запуска оптимизации. Класс «`OptimizationTask`» определяет задание по выполнению методики подбора параметров, которое будет выполняться в отдельном потоке.

Было разработано программное средство поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач, являющееся частью подсистемы АСТПП. Структура подсистемы АСТПП подготовки производства методом штамповки представлена на рисунке 4.7.



Рисунок 4.7 – Структура подсистемы технологического синтеза прямозубых конических передач в составе АСТПП

Программное средство позволяет:

- рассчитывать характеристики зацепления и контакта прямозубой конической передачи (пятно контакта, кривая неравномерности передачи вращения, максимальное контактное давление);
- подбирать параметры модификации трёхмерной модели эвольвентного зубчатого зацепления для получения требуемого локализованного контакта и минимизации контактного давления;
- проводить расчёт трёхмерных моделей зубчатых колёс;
- подбирать припуск на заготовке под калибровку;
- рассчитывать трёхмерную модель заготовки под калибровку.

На рисунке 4.8 представлен пример функционирования разработанного программного средства поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач.



Рисунок 4.8 – Пример функционирования программного средства



В нижней части программы расположено информационное окно (см. рисунок 4.9). В нем указываются сообщения пользователю, а именно, ошибки и предупреждения, возникающие при расчете. На каждую ошибку или предупреждение выдается сообщение пользователю с указанием возможных действий.


	Тип	Значение▼	Описание
	ошибка	31	"Угол профиля" должен удовлетворять условию: $14^\circ < \alpha < 30^\circ$

Рисунок 4.9 – Информационное окно с сообщением об ошибке

Взаимодействие с разработанным программным средством и системой управления данными об изделии (PDM-системой) организовано следующим образом.

Технолог создаёт новый проект с нуля, либо создаёт проект на базе уже сохраненной передачи в PDM-системе. Затем технолог вносит изменения в проект и подбирает значения параметров модификации, оценивая полученные характеристики зацепления передачи.

При определении значений параметров модификации технолог принимает решение об использовании оптимизации максимального контактного давления в зубчатой передаче. В параметрах оптимизации можно ограничить максимальную ширину пятна контакта и задать смещение пятна контакта от внешнего торца. После выполнения оптимизации технолог анализирует получившиеся характеристики зацепления (пятно контакта, кривую неравномерности вращения, максимальное контактное давление) и может скорректировать параметры модификации вручную. В случае получения требуемых результатов по качеству зацепления, технолог сохраняет изменения в проекте в PDM-системе.

Для изготовления зубчатой передачи на станке с ЧПУ потребуются сгенерировать файлы 3D-моделей зубчатых колёс. Для этого технолог настраивает параметры генерируемой модели (число сечений, и др.) и сохраняет 3D-модели в формате OBJ. Полученные файлы 3D-моделей также загружаются в PDM-систему

и используются в САМ-системе для генерации программы обработки зубчатых колёс на станке с ЧПУ.

При изготовлении зубчатой передачи методом штамповки дополнительно потребуется подготовить трёхмерные модели зубчатых колёс с припуском для предварительной обработки. Для этого технолог варьирует параметры управления припуском. При подборе припуска металла, оставленного перед калибровкой в заготовке, должно хватить для заполнения формы готового зуба. После подбора параметра управления припуском, технолог выгружает 3D-модели заготовок в PDM-систему.

Важным этапом является оформление конструкторской документации на изделие. В программном комплексе предусмотрена генерация отчёта в формате pdf. В отчёте выводятся следующие сведения:

- Исходные данные для расчета (число зубьев, внешний окружной модуль, межосевой угол).
- Параметры внешнего торцевого исходного контура (угол профиля, коэффициент высоты головки, коэффициент радиального зазора, коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля).
- Результаты расчёта основных геометрических параметров передачи, полученных по формулам ГОСТ 19624-74 «Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии».

Сгенерированный отчёт также помещается в PDM-систему.

#### **4.2 Оценка эффективности работы эвристического алгоритма оптимизации**

Оценка эффективности работы эвристического алгоритма проводится на примере четырёх ортогональных прямозубых конических передач (см. таблицу 4.1). Приводятся результаты работы эвристического алгоритма, которые затем сравниваются с результатами, полученными с помощью других методов.

Таблица 4.1 – Параметры зубчатых передач

Величина	Обозн.	Пример				
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Число зубьев шестерни	$z_1$	15	11	11	9	
Число зубьев колеса	$z_2$	30	22	20	16	
Передаточное число	$u$	2	2	1,82	1,78	
Угол профиля, град.	$\alpha$	20°	22° 30'	22° 30'	24°	
Модуль окружной внешний, мм	$m_e$	5	6,35	5	8,57	
Модуль окружной средний, мм	$m$	4,25	5,41	4,39	7,32	
Ширина зубчатого венца, мм	$b$	25	23	14	23	
Средняя высота головки зуба шестерни, мм	$h_{am1}$	5,81	6,01	4,62	9,28	
Средняя высота головки зуба колеса, мм	$h_{am2}$	2,40	3,28	3,20	5,99	
Средний делит. диаметр шестерни, мм	$d_1$	63,819	59,56	48,29	65,84	
Момент на валу шестерни, Нм	$T_1$	120	90	40	110	150
Окружная скорость на среднем делительном диаметре шестерни, м/с	$V$	0,4	0,1871	0,48	0,38	0,52

Прочностные характеристики материала  $E = 210000$  МПа;  $\nu = 0,3$ .

**Пример – 1.** В соответствии с требованиями норм контакта ГОСТ 1758-81 и рекомендациями (3.13–3.16) выбраны следующие начальные значения параметров модификации:  $L_c = 71,353$  мм;  $d = -0,847$  мм;  $a_0 = 6,25$  мм;  $C = 0,02$  (см. рисунок 4.10).

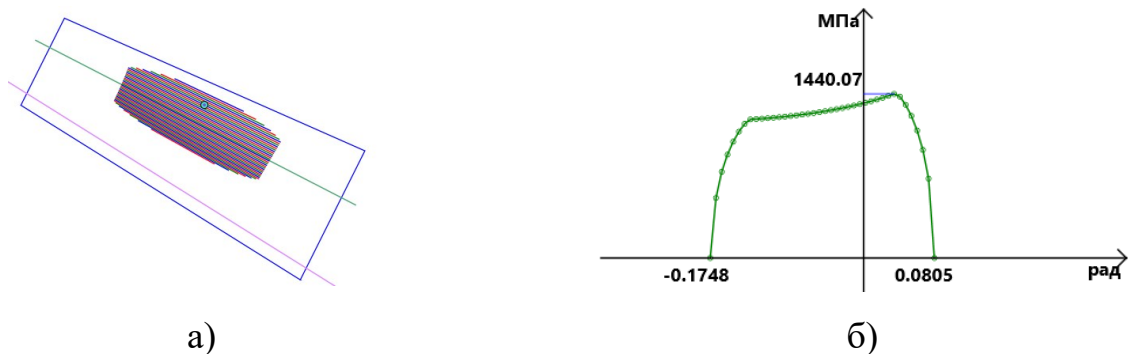


Рисунок 4.10 – Характеристики контакта до решения оптимизационной задачи а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

В этом случае пятно контакта занимает примерно 70% по длине зуба (см. рисунок 4.10а). Кружок в верхней части пятна контакта показывает положение точки с наибольшим контактным давлением. При начальных значениях параметров модификации целевая функция принимает значение  $\sigma_{Hmax} = 1440,07$  МПа (см. рисунок 4.10б).

В результате решения задачи оптимизации получены следующие значения параметров модификации  $L_c = 71,36$  мм;  $a_0 = 9,366$  мм;  $d = -1,322$  мм и  $C = 0,01$ . Значение целевой функции составило  $\sigma_{Hmax} = 1148$  МПа, кромочный контакт отсутствует (см. рисунок 4.11а). Таким образом, в результате использования эвристического алгоритма давление в передаче уменьшилось на 20,3% .

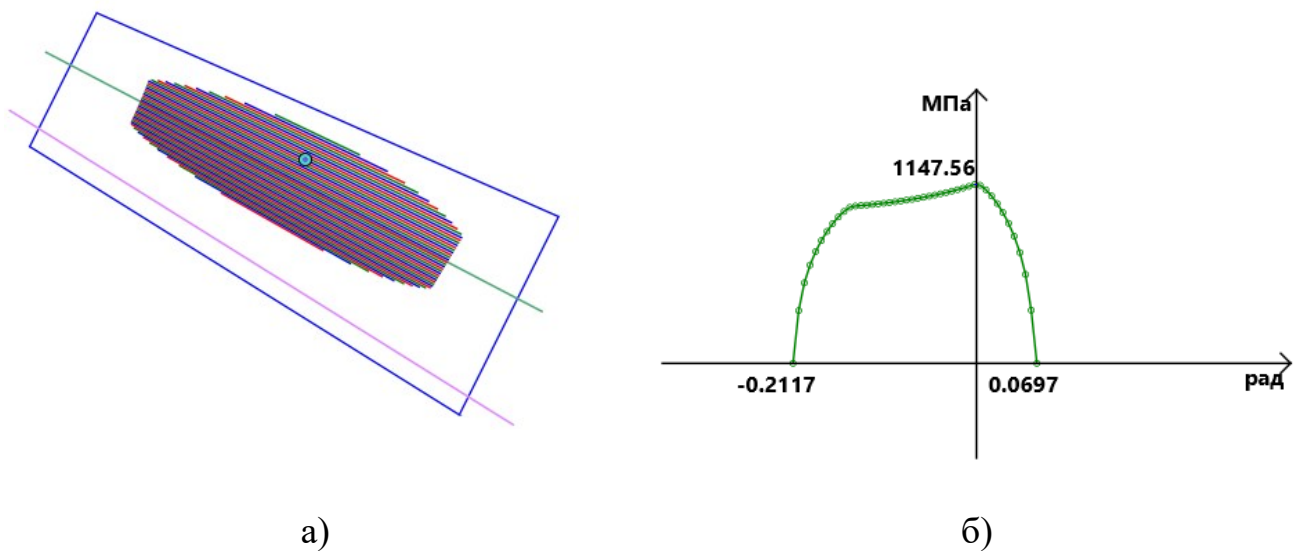


Рисунок 4.11 – Характеристики контакта после оптимизации а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

**Пример – 2.** Выбраны следующие начальные значения параметров модификации:  $L_c = 66,595$  мм;  $d = -0,6911$  мм;  $a_0 = 5,75$  мм;  $C = 0,02$ . В этом случае пятно контакта занимает примерно 70% по длине зуба (см. рисунок 4.12а). Кружок в верхней части пятна контакта показывает положение точки с наибольшим контактным давлением. При начальных значениях параметров модификации целевая функция принимает значение  $\sigma_{Hmax} = 1506$  МПа (см. рисунок 4.12б).

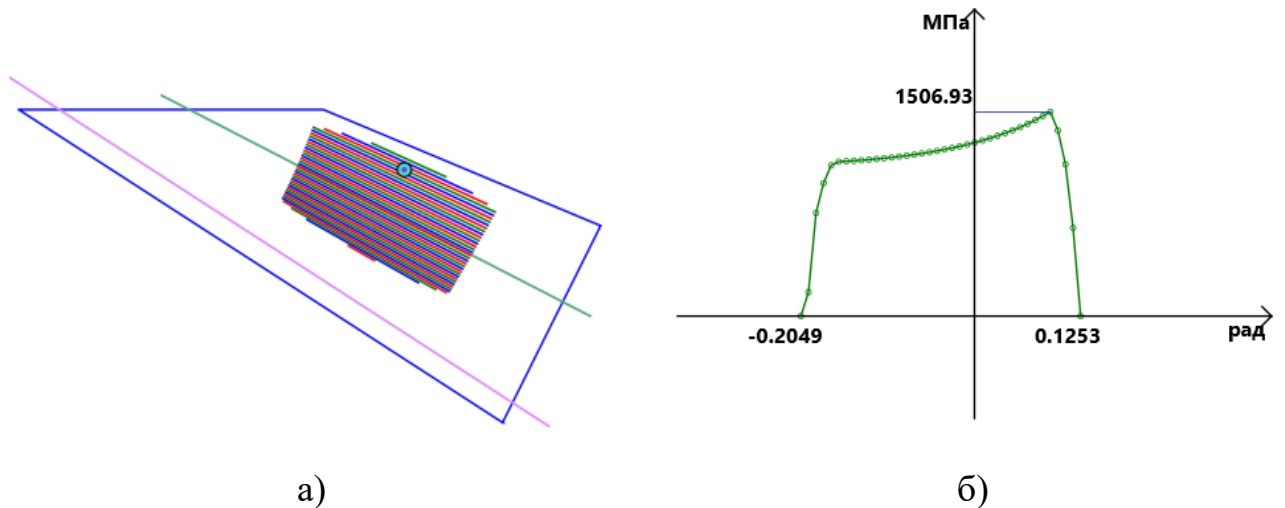


Рисунок 4.12 – Характеристики контакта до решения оптимизационной задачи  
 а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

В результате решения задачи оптимизации получены следующие значения параметров модификации  $L_c = 68,895$  мм;  $a_0 = 9,374$  мм;  $d = -0,746$  мм и  $C = 0,006$ , для которых значение целевой функции составило  $\sigma_{Hmax} = 1145$  МПа (см. рисунок 4.13б). В результате решения задачи условной оптимизации кромочный контакт отсутствует (см. рисунок 4.13а). Таким образом, в результате использования эвристического алгоритма давление в передаче уменьшилось на 24,1%.

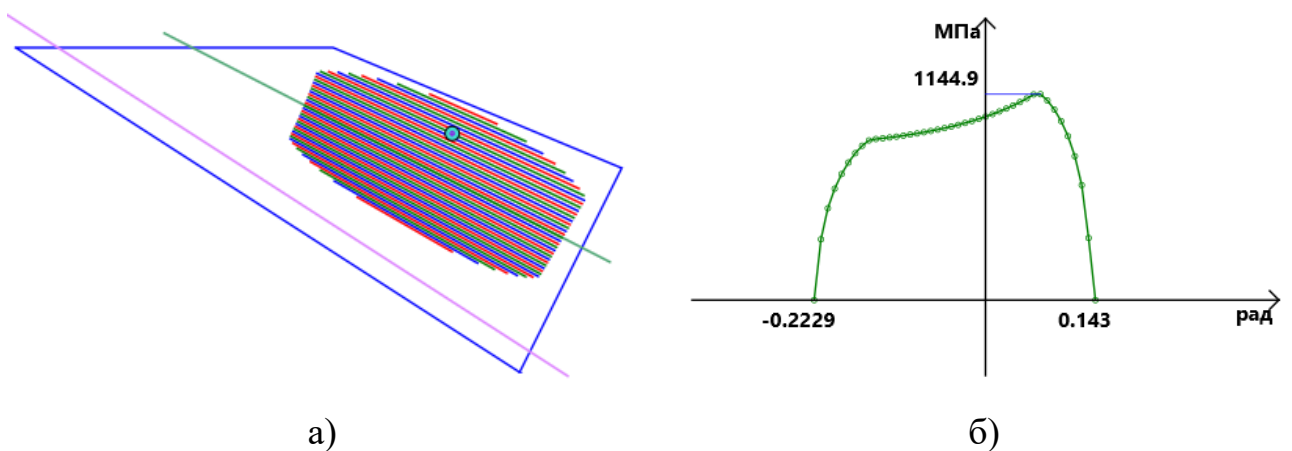


Рисунок 4.13 – Характеристики контакта после оптимизации а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

**Пример – 3.** В соответствии с требованиями норм контакта ГОСТ 1758-81 выбраны следующие начальные значения параметров модификации:  $L_c = 50,064$  мм;  $d = -0,566$  мм;  $a_0 = 3,5$  мм;  $C = 0,02$ . В этом случае пятно контакта занимает примерно 70% по длине зуба (см. рисунок 4.14а). Кружок в верхней части пятна контакта показывает положение точки с наибольшим контактным давлением. При начальных значениях параметров модификации целевая функция принимает значение  $\sigma_{Hmax} = 1438$  МПа (см. рисунок 4.14б).

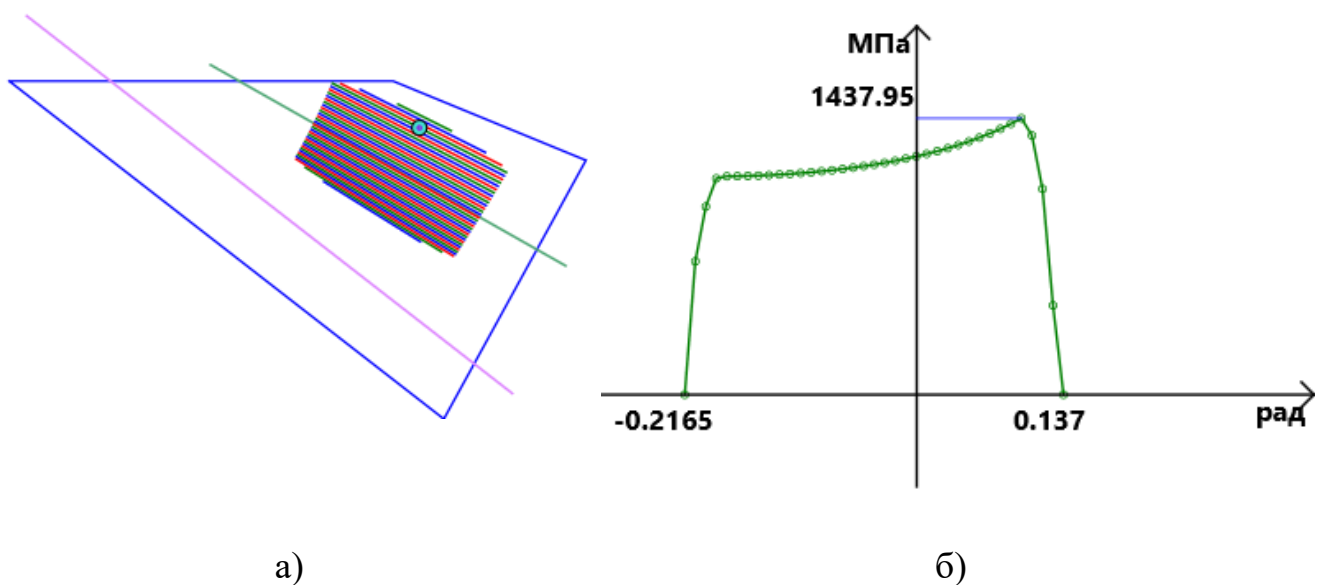


Рисунок 4.14 – Характеристики контакта до решения оптимизационной задачи а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

В результате решения задачи оптимизации получены следующие значения параметров модификации  $L_c = 51,464$  мм;  $a_0 = 4,375$  мм;  $d = -0,949$  мм и  $C = 0,008$ , для которых значение целевой функции составило  $\sigma_{Hmax} = 1194$  МПа (см. рисунок 4.15б). В результате решения задачи условной оптимизации кромочный контакт отсутствует (см. рисунок 4.15а). Из рисунка видно, что кромочный контакт отсутствует. Таким образом, в результате использования эвристического алгоритма давление в передаче уменьшилось на 17 %.

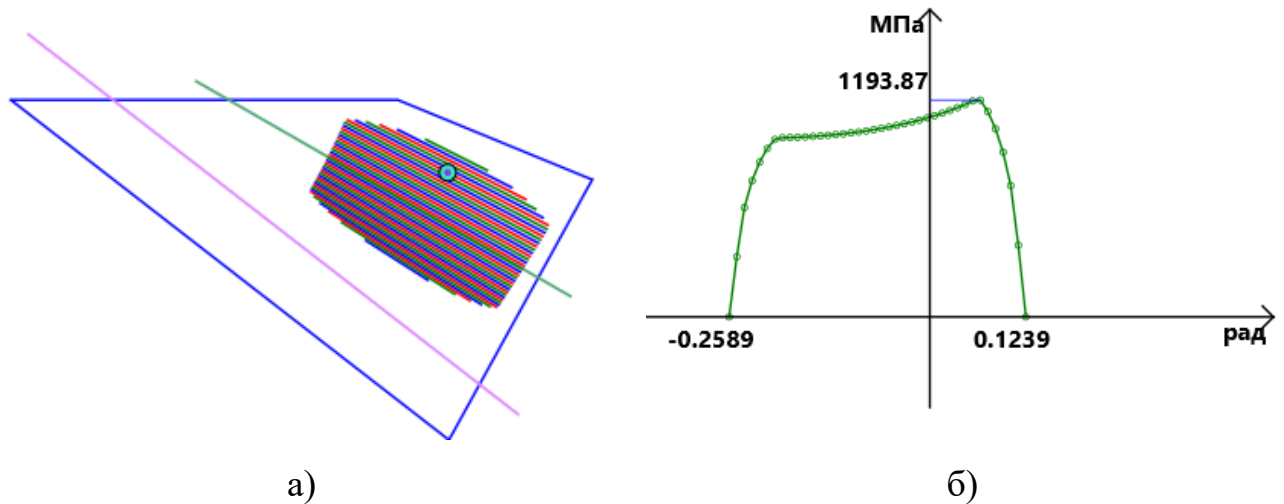


Рисунок 4.15 – Характеристики контакта после оптимизации а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

**Пример – 4.** В соответствии с требованиями норм контакта ГОСТ 1758-81 выбраны следующие начальные значения параметров модификации:  $L_c = 67,144$  мм;  $d = -0,831$  мм;  $a_0 = 5,75$  мм;  $C = 0,02$ . В этом случае пятно контакта занимает примерно 70% по длине зуба (см. рисунок 4.16а). При начальных значениях параметров модификации целевая функция принимает значение  $\sigma_{Hmax} = 1359$  МПа (см. рисунок 4.16б).

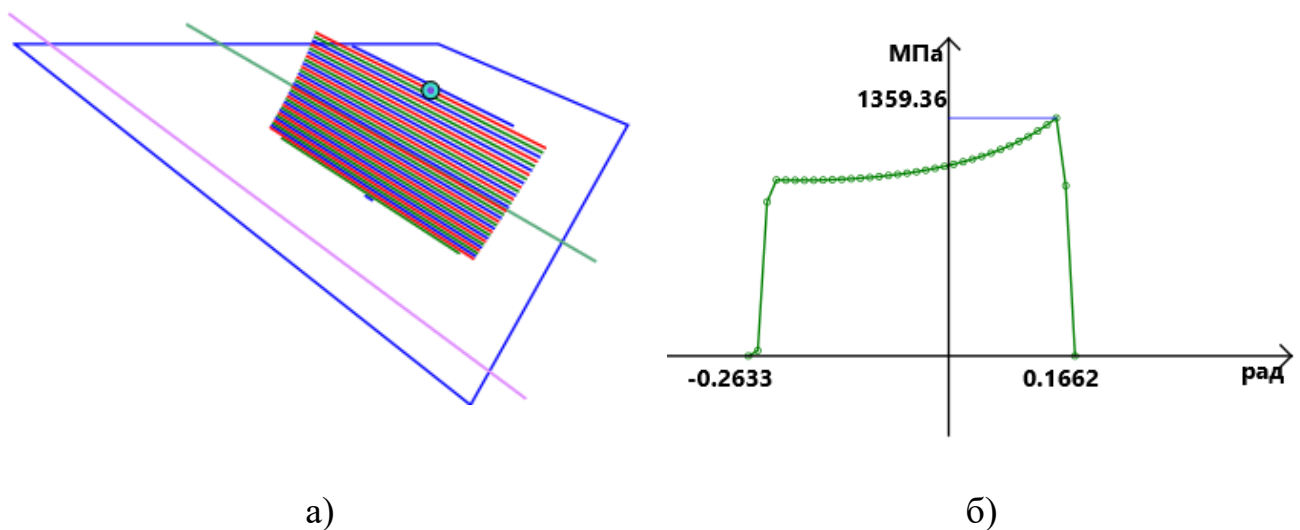


Рисунок 4.16 – Характеристики контакта до решения оптимизационной задачи а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

В результате решения задачи оптимизации контактного давления получены следующие значения параметров модификации  $L_c = 69,444$  мм;  $a_0 = 6,332$  мм;  $d = -1,671$  мм и  $C = 0,006$ . Значение целевой функции составило  $\sigma_{Hmax} = 1126$  МПа (см. рисунок 4.17б). В результате использования эвристического алгоритма давление в передаче уменьшилось на 17,2%. В результате решения задачи условной оптимизации пятно контакта локализовано, кромочный контакт отсутствует (см. рисунок 4.17а).

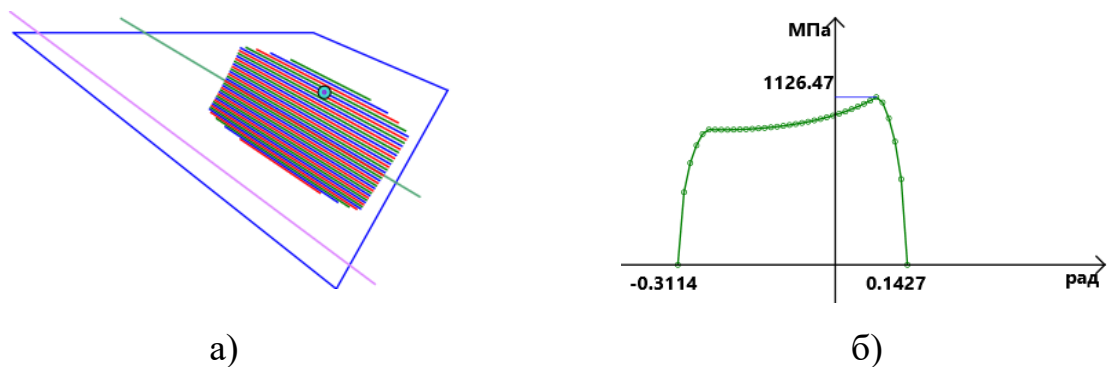


Рисунок 4.17 – Характеристики контакта после оптимизации а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

**Пример – 5.** Для пары 9:16 примем передаваемый момент на валу колеса равным 150 Нм. Пятно контакта при данном моменте приведено на рисунке 4.18, максимальное контактное давление составляет 1464 МПа (см. рисунок 4.18б).

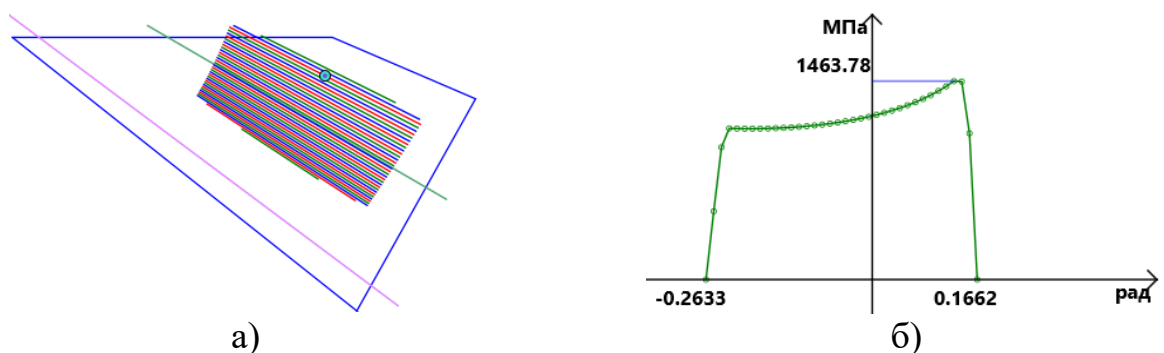


Рисунок 4.18 – Характеристики контакта до решения оптимизационной задачи а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления



В результате решения задачи оптимизации контактного давления получены следующие значения параметров модификации  $L_c = 69,4438$  мм;  $a_0 = 5,5244$  мм;  $d = -1,4274$  мм и  $C = 0,0048$ . Значение целевой функции составило  $\sigma_{Hmax} = 1298$  МПа (см. рисунок 4.19б). В результате использования эвристического алгоритма давление в передаче уменьшилось на 11,3%. Пятно контакта локализовано, кромочный контакт отсутствует (рисунок 4.19а).

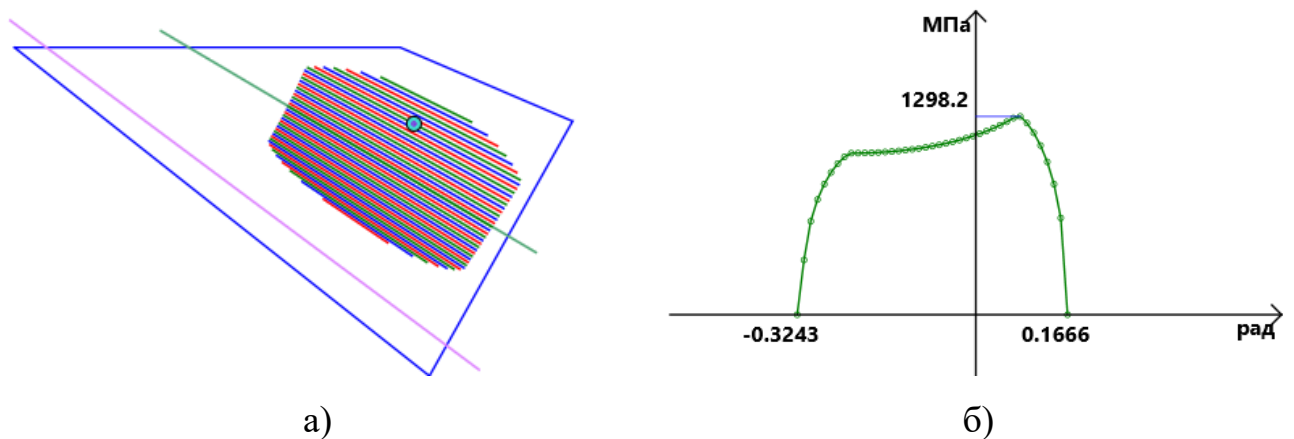


Рисунок 4.19 – Характеристики контакта после оптимизации а) пятно контакта б) график зависимости максимального контактного давления от фазы зацепления

Результат работы алгоритма на разных зубчатых передачах представлен в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Результат работы эвристического алгоритма

Передача	Передаваемый момент на валу ведущего колеса, Нм	Начальное значение $\sigma_{Hmax}$ , МПа	Конечное значение $\sigma_{Hmax}$ , МПа	Снижение $\sigma_{Hmax}$ , %
15-30	120	1440	1148	20,3
11-22	90	1507	1144	24,1
11-20	40	1438	1194	17,0
9-16	110	1359	1126	17,2
9-16	150	1464	1298	11,3

Для оценки эффективности работы эвристического алгоритма было проведено его сравнение с другими методами оптимизации. Для сравнения выбраны метод сопряжённых направлений, метод Нелдера — Мида и метод условной оптимизации с помощью квадратичного приближения.

Метод сопряжённых направлений (метод Пауэлла) [90] является прямым методом поиска. Поиск минимума производится относительно начальной точки вдоль линейно независимых направлений, которые могут совпадать с координатными осями. Затем в зависимости от выполнения условий текущее направление отбрасывается. Вместо него в конец списка добавляется новое направление, равное направлению из предыдущей точки в текущую точку минимума. Поиск продолжается относительно новой точки минимума.

Метод деформируемого многогранника (метод Нелдера – Мида) является прямым методом поиска. Для поиска экстремума строится симплекс, над которым проводятся различные операции – сжатие, растяжение, отражение и редукцию. Метод особенно эффективен при оптимизации «овражных» функций, т.е. таких, где наблюдаются слабые изменения первой производной по одному направлению, и сильные изменения по остальным.

Метод условной оптимизации с помощью квадратичного приближения (Bound Optimization by Quadratic Approximation – BOBYQA) [91] относится к методам доверительной области и не требует вычисления производных. Суть метода заключается в последовательном приближении целевой функцией квадратичной функцией внутри некоторой области вокруг текущей точки (доверительной области).

Для учёта ограничений в виде отсутствия кромочного контакта при оптимизации в качестве целевой функции выступает

$$f(L_c, a_0, d, C) = \sigma_{Hmax}(L_c, a_0, d, C) + \sum_1^4 k_i * |\min(g_i, 0)| + k_5 * b * b_{отн.} \quad (4.1)$$

где  $k_i$  – штрафной коэффициент;

$g_i$  – величина, равная по модулю расстоянию до кромки зуба (см. рисунок 3.4), принятая отрицательной в случае выхода пятна на кромку;

$b_{отн.}$  – параметр, который задаёт требуемую ширину пятна относительно ширины зубчатого венца.

В последующих примерах, если не указано иное, приняты значения штрафных коэффициентов  $k_1 = 50$ ;  $k_2 = 75$ ;  $k_3 = 75$ ;  $k_4 = 50$ ;  $k_5 = 50$ .

В сравнении участвуют четыре прямозубые конические передачи. Их геометрические параметры приведены в таблице 4.1. Прочностные характеристики материала зубчатых колес таковы  $E = 210000$  МПа;  $\nu = 0,3$ . Сравнение производится с результатами, приведёнными в таблице 4.2.

В таблицах приняты следующие обозначения методов оптимизации: (1) – метод сопряжённых направлений, (2) – метод Нелдера – Мида, (3) – метод условной оптимизации с помощью квадратичного приближения, (4) – эвристический метод условной оптимизации, предложенный в работе.

Результаты сравнения приведены в таблицах 4.3 - 4.6.

Таблица 4.3 – Результаты работы алгоритма оптимизации для передачи 15:30

Параметр	Исходные данные	Метод оптимизации			
		(1)	(2)	(3)	(4)
$\sigma_{Hmax}$ , МПа	1440	1081,16	1088	1252,07	1148
Время выполнения, с	–	223	23	26	19
$L_c$ , мм	71,35	75,12	75,06	73,57	71,36
$d$ , мм	-0,847	-1,57	-1,82	-1,62	-1,322
$a_0$ , мм	6,25	9,731	9,701	7,027	9,37
$C$	0,02	0,0115	0,019	0,0159	0,01
$g_1$ , мм	6,07	7,53	7,48	7,84	3,85
$g_2$ , мм	0,83	0	0,01	0,05	0,02
$g_3$ , мм	6,08	0	0,07	3,4	3,83
$g_4$ , мм	0,64	1,06	1,46	1,16	0,76

Таблица 4.4 – Результаты работы алгоритма оптимизации для передачи 11:22

Параметр	Исходные данные	Метод оптимизации			
		(1)	(2)	(3)	(4)
$\sigma_{Hmax}$ , МПа	1506	1126	1119,73	1142	1145
Время выполнения, с	–	78	33	14	28
$L_c$ , мм	66,595	70,47	70,05	69,77	68,9
$d$ , мм	-0,6911	-1,3519	-1,39	-1,3537	9,374
$a_0$ , мм	5,75	8,7176	9,256	9,212	-0,746
$C$	0,02	0,0121	0,0228	0,0721	0,006
$g_1$ , мм	1,02	2,69	2,15	2,06	1,33
$g_2$ , мм	0,7	-0,26	0	0,43	0,02
$g_3$ , мм	5,78	0	0,02	0,28	1,05
$g_4$ , мм	0,42	0,77	0,96	1,19	0,2

Таблица 4.5 – Результаты работы алгоритма оптимизации для передачи 11:20

Параметр	Исходные данные	Метод оптимизации			
		(1)	(2)	(3)	(4)
$\sigma_{Hmax}$ , МПа	1438	1170	1152	1474	1193
Время выполнения, с	–	109	15	7	38
$L_c$ , мм	50,064	52,1156	51,9524	50,0675	51,3471
$d$ , мм	-0,566	-1,0894	-1,3041	-0,5682	-0,943
$a_0$ , мм	3,5	6,2844	6,2608	3,8451	4,3498
$C$	0,02	0,0115	0,0233	0,0061	0,0076
$g_1$ , мм	0,1	1,17	1,24	0,54	0,88
$g_2$ , мм	0,85	0,1	0	0,08	0,42
$g_3$ , мм	2,77	0	0,17	3,56	0,27
$g_4$ , мм	0,4	0,69	1	0,13	0,21

Таблица 4.6 – Результаты работы алгоритма оптимизации для передачи 9:16

Параметр	Исходные данные	Метод оптимизации			
		(1)	(2)	(3)	(4)
$\sigma_{Hmax}$ , МПа	1359	1142	1083	1433	1126
Время выполнения, с	–	122	25	10	29
$L_c$ , мм	67,1440	70,6187	70,68	67,50	69,444
$d$ , мм	-0,8310	-1,6168	-2,501	-0,52	-1,671
$a_0$ , мм	5,75	8,6843	8,73	6,176	6,332
$C$	0,02	0,1038	0,03	0,1806	0,006
$g_1$ , мм	-0,68	2,07	2,26	0,65	1,28
$g_2$ , мм	2,31	1,69	0	3,4	0,44
$g_3$ , мм	3,71	0	0,03	4,75	1,04
$g_4$ , мм	0,11	1,14	1,3	0,75	0,33

В некоторых случаях проведение оптимизации с помощью рассмотренных алгоритмов потребовало несколько итераций подбора коэффициентов штрафной функции, чтобы пятно не выступало на кромку. Так, в таблице 4.3 для пары 15:30 для метода (1) принято  $k_2 = 120$ ; для метода (3)  $k_2 = 120$ . В таблице Таблица 4.4 для пары 11:22 для метода (1) принято  $k_2 = 170$ . В таблице Таблица 4.5 для пары 11:20 для методов (1), (2), (3) принято  $k_2 = 170$ ,  $k_3 = 50$ . В таблице 4.6 для пары 9:16 для метода (2) принято  $k_2 = k_3 = 120$ ; для метода (3)  $k_2 = k_3 = 120$ ,  $k_4 = 400$ .

Среди рассмотренных существующих методов (1) – (3) нельзя однозначно выбрать метод, который бы обеспечивал минимальное контактное давление за оптимальное время для всех рассмотренных пар. Использование эвристического алгоритма позволяет получить контактное давление в целом близкое к оптимальному за приемлемое время. Эвристический алгоритм также обеспечивает ненулевое расстояние до кромок. С помощью эвристического алгоритма получены решения, при которых расстояние до внутреннего торца  $g_3$  больше, чем в решениях с меньшим контактным давлением, где пятно контакта близко подходит к внутреннему торцу.

### 4.3 Пример выполнения методики подбора значений параметров распределения припуска

Работа методики подбора значений параметров распределения припуска рассмотрена на зубчатых передачах, основные параметры которых приведены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – Параметры зубчатых передач

Величина	Обозн.	Значение	
Число зубьев шестерни	$z_1$	15	8
Число зубьев колеса	$z_2$	30	14
Передаточное число	$u$	2	1,75
Угол профиля, град.	$\alpha$	20°	22° 30'
Модуль окружной внешний, мм	$m_e$	5	10
Модуль окружной средний, мм	$m$	4,25	8,51
Ширина зубчатого венца, мм	$b$	25	24
Средняя высота головки зуба шестерни, мм	$h_{am1}$	5,81	12,02
Средняя высота головки зуба колеса, мм	$h_{am2}$	2,40	4,41
Средний делит. диаметр шестерни, мм	$d_1$	63,819	68,09

**Пример – 1.** Для пары 15-30 в качестве исходных параметров были установлены  $k = 0,01$ ;  $dh2_{\max} = 0,5$ ;  $\Delta dh2 = 0,1$ ;  $\Delta dh3 = 0,1$ . Полученное распределение припуска приведено на рисунке 4.20.

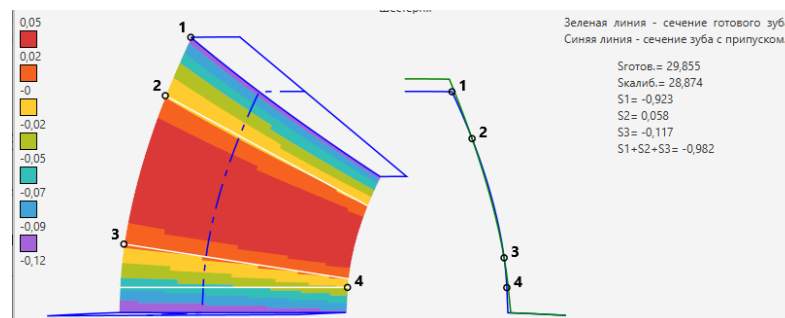


Рисунок 4.20 – Распределение припуска при начальных значениях параметров

В начале выполнения методики значения параметров  $h_1 = 0,5$ ;  $h_2 = 2,35$ ;  $h_3 = 7,05$ ;  $dh_1 = -0,1$ ;  $dh_2 = 0$ ;  $dh_3 = 0$ . Затем был проведён подбор параметров  $dh_2$  и  $dh_3$ . В результате подбора получено  $dh_2 = 0,4$ ;  $dh_3 = 0$ . Запас металла составил  $S_1 + S_2 + S_3 = 0,322$  (см. рисунок 4.21). При текущем значении  $S_{\text{готов.}} = 296855$  и  $k = 0.01$  минимально требуемое значение площади припуска в сечении при составляет  $0.01 * 29,855 = 0,29$ . Таким образом, условие корректности припуска (3.33) выполняется ( $0,322 > 0,29$ ).

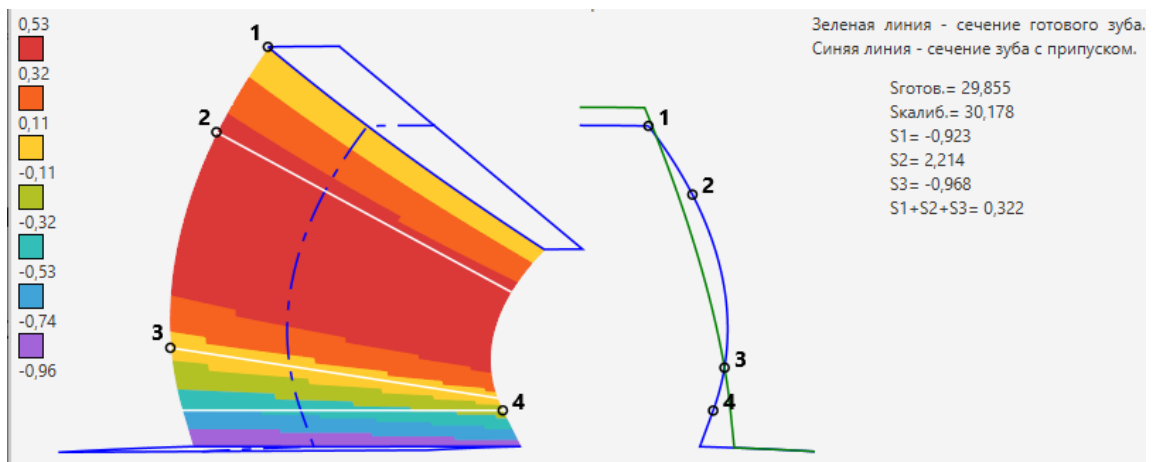


Рисунок 4.21 – Распределение припуска в результате выполнения методики

**Пример – 2.** Для пары 8-14 В качестве исходных параметров установлены  $m_c = 5$ ;  $k = 0,01$ ;  $dh_{2\text{max}} = 0,5$ ;  $\Delta dh_2 = 0,1$ ;  $\Delta dh_3 = 0,1$ . Полученное распределение припуска приведено на рисунке 4.22.

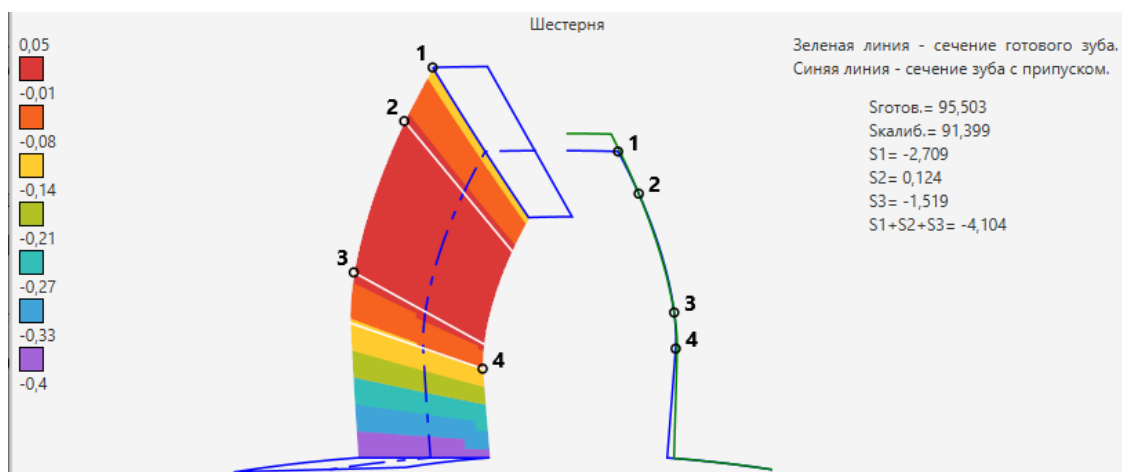


Рисунок 4.22 – Распределение припуска при начальных значениях параметров

После установки начальных значений параметров  $h_1 = 1$ ;  $h_2 = 3,5$ ;  $h_3 = 10,5$ ;  $dh_1 = -0,1$ ;  $dh_2 = 0$ ;  $dh_3 = 0$ . Затем был проведён подбор параметров  $dh_2$  и  $dh_3$ . При  $dh_2 = 0,5$  и  $dh_3 = 0$  условие корректности припуска (3.33) не выполняется (см. рисунок 4.23).

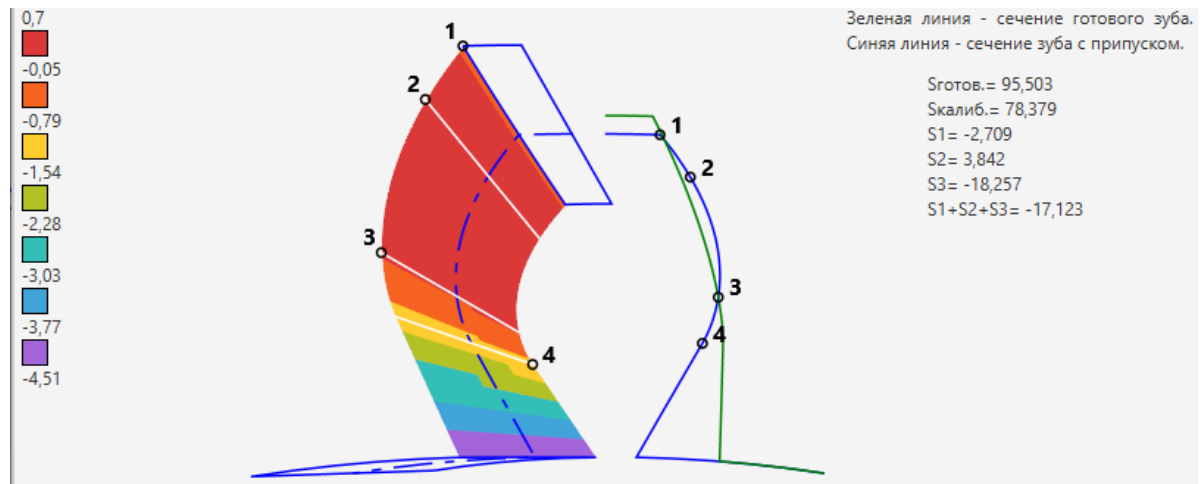


Рисунок 4.23 – Распределение припуска при  $dh_2 = 0,5$ ;  $dh_3 = 0$ .

Значение параметра  $dh_3$  было увеличено на 0,1 и подбор  $dh_2$  проводился заново. В результате подбора получены  $dh_2 = 0,3$ ,  $dh_3 = 0,5$  (см. рисунок 4.24).

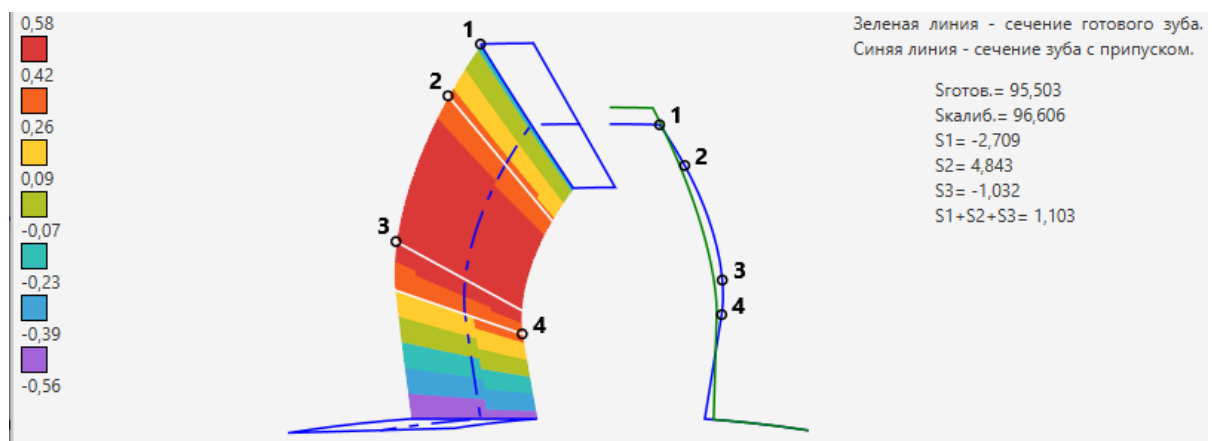


Рисунок 4.24 – Распределение припуска в результате выполнения методики

В результате выполнения методики  $S_{\text{готов.}} = 95,503$ , а минимальное требуемое значение площади припуска при  $k = 0,01$  составило  $0,01 * 95,503 = 0,95$ .



При полученных параметрах управления припуском площадь припуска составила  $S_1 + S_2 + S_3 = 1,103$ . Таким образом, условие корректности припуска (3.33) выполняется ( $1,103 > 0,95$ ).

#### 4.4 Особенности внедрения разработанного программного средства на ПАО «КАМАЗ»

Разработанное программное средство технологического синтеза прямозубых конических передач было внедрено на ПАО «КАМАЗ» в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства.

До внедрения программного средства на ПАО «КАМАЗ» прямозубые конические передачи изготавливались способом кругового протягивания «Revacycle» (см. рисунок 4.25). Этот способ подходит для массового производства, однако для каждой передачи требовалось рассчитать геометрию инструмента – фрезы-протяжки. Расчёт сложной формы фрезы-протяжки занимает значительное время и требует высококвалифицированного и опытного специалиста. Кроме этого, непростой задачей является дальнейшее изготовление фрезы-протяжки по рассчитанным параметрам.



Рисунок 4.25 – Фреза-протяжка Revacycle

С внедрением разработанного программного средства прямозубые конические передачи стали изготавливать методами штамповки. Преимуществом такого метода является то, что для штамповки не требуется сложного расчёта геометрии фрезы-протяжки, а достаточно 3D-моделей готового изделия. Использование разработанного программного средства сокращает время на технологическую подготовку производства за счёт сокращения времени на синтез и анализ зубчатых колёс с требуемыми эксплуатационными характеристиками.

Для финишного этапа штамповки – холодной калибровки – программное средство позволяет оценить распределение припуска и подготовить 3D-модели заготовок с требуемым припуском.

Для апробации работы были проведены испытания зубчатой передачи с числами зубьев 9:16. Основные геометрические параметры передачи были рассчитаны конструктором и приведены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Геометрические параметры передачи

Величина	Обозначение	Значение
Число зубьев шестерни	$z_1$	9
Число зубьев колеса	$z_2$	16
Передаточное число	$u$	1,78
Угол профиля, град.	$\alpha$	24
Модуль окружной внешний, мм	$m_e$	8,57
Модуль окружной средний, мм	$m$	7,32
Ширина зубчатого венца, мм	$b$	23
Средняя высота головки зуба шестерни, мм	$h_{am1}$	9,28
Средняя высота головки зуба колеса, мм	$h_{am2}$	5,99
Средний делит. диаметр шестерни, мм	$d_1$	65,84
Момент на валу шестерни, Нм	$T_1$	110
Окружная скорость на среднем делительном диаметре шестерни, м/с	$V$	0,655

В рамках технологической подготовки производства зубчатой передачи была проведена оптимизация контактного давления. До оптимизации значения параметров модификации были следующие:  $L_c = 67,144$  мм;  $d = -0,831$  мм;  $a_0 = 5,75$  мм;  $C = 0,02$ , пятно контакта представлено на рисунке 4.26а.

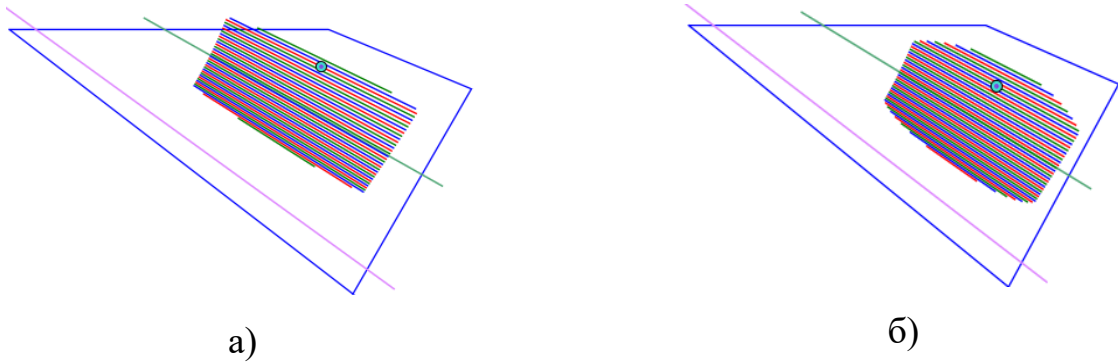


Рисунок 4.26 – Расположение пятен контакта на контуре зуба шестерни  
а) до б) после выполнения оптимизации контактного давления

В результате оптимизации контактного давления с помощью эвристического алгоритма пятно контакта на шестерне стало локализованным (см. рисунок 4.26б). Значения параметров модификации  $L_c = 69,444$  мм;  $a_0 = 6,332$  мм;  $dh = -1,671$  мм,  $C = 0,006$ . По полученным параметрам были подготовлены 3D-модели зубчатых колёс и заготовки с припуском, по которым была изготовлена зубчатая пара (см. рисунок 4.27).



а)



б)

Рисунок 4.27 – Изготовленные в металле а) шестерня б) колесо

На рисунке 4.27а показана шестерня после чистовой обработки, т.е. калибровки, на рисунке 4.27б показано колесо после некоторого времени работы. Испытание изготовленной зубчатой передачи подтвердило соответствие теоретических результатов практическим. Получен акт о внедрении отдельных результатов научно-исследовательской работы на ПАО «КАМАЗ» при подготовке производства прямозубых конических передач заднего моста автомобиля (см. приложение А). Получено заключение об успешном испытании зубчатых колёс, изготовленных по 3D-моделям колёс, которые были рассчитаны с помощью разработанного программного средства (см. приложение Б). Разработанное программное средство используется при подготовке производства зубчатых колёс, что подтверждается заключением о вводе программы в эксплуатацию (см. приложение В).

#### **4.5 Выводы по главе**

1. Разработанное программное средство в составе АСТПП для технологического синтеза прямозубых конических передач позволяет повысить качество изготавливаемых шестерен и сократить сроки и трудоемкость технологической подготовки производства.
2. Применение разработанного эвристического алгоритма оптимизации позволяет получить приемлемое решение и снизить контактное давление в передаче в среднем на 18 %.
3. Апробация разработанного программного средства подтвердила возможность его использования при подготовке производства прямозубых конических передач.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение научной задачи повышения эффективности технологической подготовки производства прямозубых конических передач за счёт разработки метода и средств поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства.
2. На основе проведённого обзора литературы, анализа автоматизированных систем конструкторско-технологической подготовки производства прямозубых конических передач были установлены связи между эксплуатационными требованиями к характеристикам зацепления прямозубой конической передачи и структурой технологической подготовки производства прямозубых конических передач.
3. На основе установленных взаимосвязей разработан метод технологического синтеза прямозубых конических передач в составе автоматизированной системы технологической подготовки производства. Для него была разработана математическая модель модифицированной прямозубой конической передачи и математическая модель построения трёхмерной модели заготовки с припуском для финишной операции штамповки. Отличительной особенностью метода технологического синтеза является возможность расчёта трёхмерных моделей зубчатых колёс с требуемой локализацией контакта, расчёта характеристик зацепления передачи под нагрузкой, расчёта трёхмерных моделей заготовок зубчатых колёс с требуемым распределением припуска. Для управления степенью локализации введены параметры модификации трёхмерной модели. Для управления припуском введены параметры распределения припуска.
4. Разработан эвристический алгоритм условной оптимизации максимального контактного давления за счёт подбора значений параметров модификации при условии недопущения кромочного контакта. Алгоритм отличается

возможностью получения удовлетворительного результата за приемлемое время.

5. Разработана методика подбора значений параметров модификации для получения локализованного контакта. Полученные с её помощью значения параметров модификации могут быть использованы в качестве начальных приближений для последующей условной оптимизации контактных давлений. Разработана методика подбора значений параметров распределения припуска, при которых обеспечивается достаточное количество металла в заготовке для заполнения формы готового зуба. Предложена методика технологического синтеза прямозубых конических передач, которая позволяет получить трёхмерные модели зубчатых колёс для прямозубой конической передачи с требуемым локализованным контактом и трёхмерные модели заготовок с припуском, изготавливаемых методами штамповки.
6. Разработано программное средство поддержки технологического синтеза прямозубых конических передач в составе АСТПП. Оно включает программные модули расчёта модифицированной 3D-модели зубчатых колёс, расчёта характеристик зацепления и контакта, оптимизации максимального контактного давления в передаче и расчёта 3D-модели заготовок с припуском под финишную операцию штамповки. Разработанное программное средство позволяет повысить эффективность технологической подготовки производства за счёт сокращения сроков и трудоёмкости технологической подготовки производства и повышения качества изготавливаемых шестерен.
7. Работа программного средства была протестирована на более чем 20 передачах, результаты по четырём из них приведены в работе. Одна из этих передач изготовлена на ПАО «КАМАЗ», где разработанное программное средство прошло экспериментальную проверку. Испытание зубчатых колёс, изготовленных по 3D-моделям, рассчитанным для данной зубчатой передачи с помощью программного средства, дало положительные результаты, что

подтверждено соответствующими актами. По результатам испытаний программное средство было внедрено на ПАО «КАМАЗ».

8. Проведенная на ПАО «КАМАЗ» экспериментальная проверка результатов диссертационной работы подтвердила соответствие теоретических результатов практическим и возможность использования разработанных математических моделей, методик и программных средств для подготовки производства прямозубых конических передач методами штамповки в различных отраслях промышленности. Внедрение результатов диссертационной работы может обеспечить значительный экономический эффект.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Байков, К.И. Нарезание конических прямозубых колес методом кругового протягивания / К.И. Байков, С.П. Петухов // Станки и инструмент. – 1955. – № 8, с.11-13. – № 10. – с.27–29.
2. Большаков, В.П. Твердотельное моделирование деталей в САД-системах. AutoCAD, КОМПАС-3D, SolidWorks, Inventor, Creo / В.П. Большаков, А.Л. Бочков, Ю. Лячек. – СПб. : Питер, 2015. – 480 с.
3. Бирюков, С.С. Современные тенденции и стандарты в области разработки САПР / С.С. Бирюков // Проблемы и перспективы студенческой науки. – 2017. – № 2(2). – 78 с.
4. Бирюков, С.С. Проектирование ПО для САПР прямозубых конических передач / С.С. Бирюков // Материалы 1-го тура Международной студенческой научно-практической конференции «Автоматизация и информационные технологии» (АИТ-2018). Сборник докладов института информационных систем и технологий. Под общей редакцией д.т.н., проф. Позднеева Б.М. – М. : МГТУ «Станкин». – 2018. – 150 с.
5. Бирюков, С.С. Проектирование специализированной САПР прямозубых конических передач / С.С. Бирюков // Материалы заключительного этапа международной студенческой научно-практической конференции «Автоматизация и информационные технологии (АИТ-2018)». Сборник докладов. Под ред. Е.С. Сотовой. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», 2018. – 107 с.
6. Бирюков, С.С. Разработка программного комплекса для проектирования конических зубчатых передач / С.С. Бирюков, А.Э. Волков // Техническое творчество молодежи. – 2019. – №6(118). – 64 с.
7. Бирюков, С.С. Разработка специализированной САПР прямозубых конических передач / С.С. Бирюков // Материалы 1-го тура Международной студенческой научно-практической конференции «Автоматизация и информационные технологии» (АИТ-2019). Сборник докладов института



- информационных систем и технологий. Под общей редакцией д.т.н., проф. Позднеева Б.М. – М. : МГТУ «Станкин». – 2019. – 141 с.
8. Бирюков, С.С. Разработка специализированной САПР прямозубых конических передач с отштампованным зубом / С.С. Бирюков // Материалы заключительного этапа международной студенческой научно-практической конференции «Автоматизация и информационные технологии (АИТ-2019)». Сборник докладов. Под ред. Е.С. Сотовой. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН». – 2019. – 100 с.
  9. Бирюков, С.С. Задача условной оптимизации контактных давлений в прямозубой конической передаче / С.С. Бирюков, А.Э. Волков // Материалы XIII всероссийской конференции с международным участием «Машиностроение: традиции и инновации (МТИ – 2020)». Сборник докладов. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», 2020. – 444 с.
  10. Волков, А.Э. Автоматизированный расчет зубопротяжных головок для обработки прямозубых конических колес / А.Э. Волков, Г.И. Шевелева // Станки и инструмент. – 1990. – № 11. – С. 20-22.
  11. Волков, А.Э. Анализ нагруженной зубчатой передачи с учетом одновременной работы трех пар зубьев / А.Э. Волков // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2000. – № 6. – С. 92-100.
  12. Волков, А.Э. Повышение эффективности моделирования процессов формообразования и анализ работы конических и гипоидных зубчатых передач на стадии подготовки производства [Текст] / А.Э. Волков. дис. ... д.т.н. Москва. – 2001. – 460 с.
  13. Волков, А.Э. Алгоритм геометро-кинематического анализа зацепления зубчатых колес / А.Э. Волков, Г.И. Шевелева, В.И. Медведев // Вестник машиностроения. – 2004. – № 8.
  14. Волков, А.Э. Комплекс программ для подготовки производства конических передач с круговыми зубьями / А.Э. Волков, В.И. Медведев // V межд. конгресс КТИ-2005: сб. тр. конф. – М. : Изд-во ГОУ МГТУ «Станкин». – 2005. – С. 104–107.

15. Волков, А.Э. Прочностной расчет спирально-конических зубчатых передач / А.Э. Волков, В.И. Медведев // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2006. – № 3. – С. 44-50.
16. Волков, А.Э. Проектировочные и технологические расчеты конических передач с круговыми зубьями : учеб. пособие / А.Э. Волков, В.И. Медведев. – М. :МГТУ «Станкин» . – 2007. – 151 с.
17. Волков, А.Э. Уравнения эвольвентных конических поверхностей прямозубых конических колес / А.Э. Волков, В.И. Медведев, С.С. Бирюков // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Цифровая экономика: технологии, управление, человеческий капитал». Сборник докладов в области экономики и менеджмента, а также производственных технологий, информационных технологий и технологического менеджмента. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН». – 2017. – С. 10-13.
18. Волков, А.Э. Оптимизация формы круговых зубьев конических колес / А.Э. Волков, В.И. Медведев, Д.С. Матвеевков // Теория механизмов и машин. – Т.16. – 2018. – № 1(37). – С. 6-12.
19. Волков, А.Э. Алгоритм оптимизационного синтеза спирально-конических зубчатых передач / А.Э. Волков, В.И. Медведев, Д.С. Матвеевков // Материалы 7-й Международной научно-практической конференции «Современное машиностроение: Наука и образование (ММЕSE-2018)» [под ред. А. Н. Евграфова и А. А. Поповича]. – Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2018. – С.693-709.
20. Волков, А.Э. Аналитические методики расчета контактных напряжений в прямозубых конических передачах / А.Э. Волков, В.И. Медведев, С.С. Бирюков // Автоматизация и управление в машиностроении. – 2018. – № 3 (32). – С. 3-9.
21. Волков, А.Э. Построение поверхности отштампованного прямого зуба конического колеса с учетом припуска под финишную обработку / А.Э. Волков, В.И. Медведев, С.С. Бирюков // Научноёмкие технологии в

- машиностроении. – Брянск : ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет». – 2019. – №10(100). – 48 с.
22. Волков, А.Э. Методика подбора параметров модификации для локализации контакта в прямозубой конической передаче / А.Э. Волков, В.И. Медведев, С.С. Бирюков // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Цифровая экономика: технологии, управление, человеческий капитал». Сборник докладов в области экономики и менеджмента, а также производственных технологий, информационных технологий и технологического менеджмента. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», 2019. – с. 261-266.
23. Волков, А.Э. Постановка задачи условной оптимизации при исследовании контакта в прямозубой конической передаче / А.Э. Волков, С.С. Бирюков // Наука сегодня: вызовы, перспективы и возможности [Текст]: материалы международной научно-практической конференции, г. Вологда, 11 декабря 2019 г.: в 2 частях. Часть 1. – Вологда : ООО «Маркер», 2019. – 128 с.
24. Волков, А.Э. Программный комплекс для расчета прямозубых конических передач с локализованным контактом / А.Э. Волков, С.А. Лагутин, С.С. Бирюков // Интеллектуальные системы в производстве. – 2020. – Том 18, № 3. – с. 77-84.
25. Волков, А.Э. Алгоритм условной оптимизации контактных давлений в прямозубой конической передаче с локализованным контактом / А.Э. Волков, С.С. Бирюков // Автоматизированное проектирование в машиностроении. – Санкт-Петербург : НИЦ МС, 2020. – №9. – 96 с.
26. Волков, А.Э. Алгоритм оптимизации для управления локализацией контакта на этапе технологической подготовки производства прямозубых конических передач / А.Э. Волков, С.С. Бирюков // Материалы XIV всероссийской конференции с международным участием «Машиностроение: традиции и инновации (МТИ – 2021)». Сборник докладов. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН». 2021. С. 107-113.

27. Волков, А.Э. Построение трёхмерной модели прямозубого конического колеса с припуском под калибровку / А.Э. Волков, С.С. Бирюков // Материалы XV всероссийской конференции с международным участием «Машиностроение: традиции и инновации (МТИ – 2022)». Сборник докладов. – М. : ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН». – 2022. – 337 с.
28. Волков, А.Э. Технологическая подготовка производства прямозубых конических передач для изготовления методом штамповки / А.Э. Волков, С.С. Бирюков // Автоматизированное проектирование в машиностроении: Материалы X международной научно-практической конференции. – Санкт-Петербург : НИЦ МС. – 2022. – № 13. – 174 с.
29. Вулгаков, Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. / Э.Б. Вулгаков. – М. : Машиностроение. – 1995. – 320 с.
30. ГОСТ 1758-81 Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические и гипоидные. Допуски. – М. : Изд-во стандартов. – 1987. – 43 с.
31. ГОСТ 19624-74 Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии. – М. : Изд-во стандартов, 1974. – 26 с.
32. Гуляев, К.И. О пятне контакта и коэффициенте перекрытия приближенных передач / К.И. Гуляев, Г.А. Лившиц // Известия ВУЗов. – Машиностроение. – 1973. – № 9.
33. Данилов, Ю.В. Практическое использование NX / Ю.В. Данилов, И.А.Артамонов. – М. : ДМК Пресс. – 2011. – 332 с.
34. Дейт, К. Дж. Введение в системы баз данных, 8-е издание. : Пер. с англ / К. Дж. Дейт. – М. : Издательский дом "Вильямс". – 2005. – 1328 с.
35. Елисеев, Ю.С. Деформации и погрешности в зацеплении и их роль в работе зубчатой передачи / Ю.С. Елисеев, И.П. Нежурин // Вестник машиностроения. – 1999. – №8. – С. 28-31.
36. Жилинскас, А. Поиск оптимума / А. Жилинскас, В. Шалтянис– М. : Наука. – 1989. – 128 с.
37. ИСО 10300-1:2001 «Расчет допустимой нагрузки для конических зубчатых передач. Часть 1. Введение и основные воздействующие факторы».

38. ИСО 10300-2:2001 «Расчет допустимой нагрузки для конических зубчатых передач. Часть 2. Расчет критической выносливости поверхностей (образование раковин)».
39. ИСО 10300-3:2001 «Расчет допустимой нагрузки для конических зубчатых передач. Часть 3. Расчет прочности ножки зуба».
40. Кедринский, В.Н. Станки для обработки конических зубчатых колес. / В.Н. Кедринский, К.М. Писманик. – М. : Машиностроение. – 1967. – 580 с.
41. Колчин, Н.И. Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений (с приложением к профилированию режущего инструмента и расчету погрешностей в зацеплениях) / Н.И. Колчин. – М.-Л. : Машгиз. – 1949. – С. 19-95.
42. Лагутин, С.А. Технологический синтез червячных передач с локализованным контактом / С.А. Лагутин, С.В. Долотов // Вестник машиностроения. – 2005. – № 4. – С. 10-14.
43. Литвин, Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л. Литвин. – М. : Наука. – 1968. – 584 с.
44. Лопато, Г.А. Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями / Г.А. Лопато, Н.Ф. Кабатов, М.Г. Сегаль. – М. : Машиностроение. – 1977. – 423 с.
45. Медведев, В.И. Синтез конических зубчатых передач на основе теории квазилинейного контакта / В.И. Медведев, Г.И. Шевелева // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1996. – № 2. – С. 25–32.
46. Медведев, В.И. Алгоритм анализа зацепления конических зубчатых пар с круговыми зубьями / В.И. Медведев // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000. – № 5. – С. 22–30.
47. Медведев, В.И. Алгоритмы синтеза и анализа зацепления эвольвентных прямозубых конических колес с локализованным контактом / В.И. Медведев, А.Э. Волков, С.С. Бирюков // Вестник МГТУ "Станкин". – 2019. – № 1 (48). – С. 98-105.
48. Некрасов, А.Я. Методология автоматизированного управления статическим нагружением элементов силовых механических многоконтактных систем /

- А.Я. Некрасов, М.О. Арбузов, А.Н. Соболев // СТИН. – 2014. – № 12. – С. 2–6.
49. Новиков, М.П. Основы технологии сборки машин и механизмов / М.П. Новиков. – М. : Машиностроение. – 1980. – 592 с.
50. Проектирование трансмиссий автомобилей : Справочник [под общ. ред. А.И. Гришкевича] . – М. : Машиностроение. – 1984. – 272 с.
51. Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М. : Наука. – 1979. – 744 с.
52. Решетов, Д.Н. Детали машин / Д.Н. Решетов. – М. : Машиностроение. – 1989. – 496 с.
53. Росливер Е.Г. Руководство по наладке зубострогальных станков для нарезания мелко модульных прямозубых конических пар с бочкообразными зубьями // Саратов. – 1968.
54. Сегаль, М.Г. Влияние погрешностей на условия контакта пространственной зубчатой передачи / М.Г. Сегаль // Машиноведение. – 1975. – № 5. – с.49-54.
55. Сегаль, М.Г. Расширение области применения метода кругового протягивания прямозубых конических колес / М.Г. Сегаль, Л.К. Семенов, Д.С. Уткин // Станки и инструмент. 1987. – № 2. – с.21-23.
56. Семенов Л.К., Прилепский В.И. Регулирование конусности производящего колеса при фрезеровании и шлифовании прямозубых конических колес // Станки и инструмент. – 1979. – №8. – С. 12-14.
57. Сильвестров, Б. Н. Справочник молодого зуборезчика / Б. Н. Сильвестров. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Высш. шк.. — 1988. — 230 с.
58. Справочник технолога-машиностроителя : В 2 т. / Под ред. д-ра техн. наук проф. В. М. Кована. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва. – Машгиз. – 1963.
59. Сызранцев, В.Н. Оценка возможности изготовления конических и гипоидных пар в условиях жестких технологических ограничений / В.Н. Сызранцев, Э.В. Ратманов, В.Я. Котликова // Техника машиностроения. – 2001. – № 2. – с. 52-56.

60. Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач: Учеб. пособие / В. Е. Антонюк, В. Е. Старжинский, Е. В. Шалобаев и др.; Под ред. В. Е. Старжинского и М. М. Кане. СПб : Профессия. – 2007. – 832 с.
61. Технология тяжелого машиностроения / С. И. Самойлов, В. М. Горелов, В. М. Браславский и др.; Под ред. проф. С. И. Самойлова. - Москва; Свердловск : Машгиз. – 1962. – 590 с.
62. Трубачев, Е.С. К расчету геометро-кинематических показателей зацепления спироидных передач при произвольном расположении осей / Е.С. Трубачев // Межд. конф. «Теория и практика зубчатых передач»: сб. тр. конф. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ. 1996. – С. 381–384.
63. Трубачев, Е.С. Синтез многопарной нагруженной спироидной передачи / Е.С. Трубачев // Сборник трудов Международного симпозиума «Теория и практика зубчатых передач», Ижевск : Изд-во ИжГТУ имени М.Т.Калашникова. – 2014. – с. 359-366.
64. Трубачев, Е.С. Некоторые результаты проектирования и освоения серийного производства ответственной червячной передачи / Е. С. Трубачев [и др.] // Вестник Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова. – 2017. – № 2. – С. 76-81.
65. Хук Р. Прямой поиск решения для числовых и статических проблем / Р. Хук, Т. А. Дживс. – 1961. – С. 212-219.
66. Шевелева, Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел: монография / Г.И. Шевелева. – М. : Издательство "Станкин". – 1999. – 494 с.
67. Шевелева, Г.И. Сопоставление отечественного и зарубежного программных комплексов для синтеза и анализа конических передач с круговыми зубьями / Г.И. Шевелева, А.Э. Волков, Ю.Т. Гайлит, В.И. Медведев // Конверсия в машиностроении. – 2002. – № 5.
68. Шевелева, Г.И. Программный комплекс для подготовки производства спирально-конических зубчатых передач / Г.И. Шевелева, А.Э. Волков, В.И. Медведев // Вестник машиностроения. – 2005. – № 9. – С. 6-14.

69. Akimov, V.V. New Approach to the Local Synthesis of Spiral Bevel Gears / V.V. Akimov, S.A. Lagutin, A.E. Volkov // Proc. of the 10th Int. ASME Power Transmission and Gearing Conference, September 4-7, Las Vegas, Nevada, USA. – 2007. – pp. 13-17.
70. Baxter, M.L. Basic Geometry and Tooth Contact of Hypoid Gears / M.L. Baxter // Industrial Mathematics. – 1961. – Vol. 11. Part 2. – pp.19-42.
71. Brulinsky V.V. CAD/CAM system for gear drives in heavy machinebuilding. / V.V. Brulinsky, S.A. Lagutin, V.N. Lunev, V.G. Usachev // International Conference “Power Transmissions”. – 2003.
72. Cao, X. Topological structure design of high order transmission error tooth surface of aviation spiral bevel gear based on conjugate tooth surface modification / X. Cao, X. Deng, S. Nie // J. Aerospace Power. – 2015. – 30(1). – pp. 195–200.
73. Ding, H. A multi-objective correction of machine settings considering loaded tooth contact performance in spiral bevel gears by nonlinear interval number optimization / H. Ding, J. Tang, Y.Zhou, J. Zhong, G. Wan // Mechanism and Machine Theory 113. – 2017. – pp. 85–108.
74. Dudley, D. W. Gear Handbook, 1st Edition / D. W. Dudley. – McGraw-Hill, New York. – 1962.
75. Goldfarb, V. Manufacturing synthesis of spiroid gearing / V. Goldfarb, E. Trubachov // In: Proceedings of the Eleventh World Congress in Mechanisms and Machine Science, vol. 2, China Machine Press, Tianjin. – 2004. – pp. 901–905.
76. Klingelberg Group: Geometry, process, and tool design for bevel gears [Электронный ресурс]. – URL: <https://klingelberg.com/en/business-divisions/bevel-gear-technology/software/kimos> (дата обращения: 01.03.2024).
77. Klingelberg Group: Klingelberg Software for Bevel Gear Technology [Электронный ресурс]. – URL: <https://klingelberg.com/en/business-divisions/bevel-gear-technology/software> (дата обращения: 01.03.2024).
78. Krivosheya A. Design of Shaping Machine and Tooling Systems for Gear Manufacturing / A. Krivosheya, Ju. Danilchenko, M. Storchak, S. Pasternak // Theory and Practice of Gearing and Transmissions. In Honor of Professor Faydor



- L. Litvin / Series: Mechanisms and Machine Science. – 2016. – Vol. 34. Chapter 21. – pp. 425-450.
79. Lagutin, S.A. Predesigned Function of Transmission Errors for Double Modified Helical Gearing / S.A. Lagutin // Proc. 9-th Nat. Congr. Theor. Appl. Mech., Vol.1, Varna, Bulgaria. – 2001. – pp. 253-261.
80. Lagutin, S. Technological Design of Worm Gears with a Localized Contact. / S. Lagutin, A. Verhovski, S. Dolotov // Proc. of 2nd International Conference “Power Transmissions 2006”, Novi Sad, Serbia. – 2006. – pp. 177-182.
81. Li, XY Machining deformation of single-sided component based on finishing allowance optimization. / XY Li, L Li, YF Yang, GL Zhao, N He, XC Ding, et al. // Chin J Aeronaut. – 2020. – 33(9). – pp. 2434–44.
82. Litvin, F.L. Development of Gear Technology and Theory of Gearing / F.L. Litvin. – NASA Reference Publication 1406, ARL-TR-1500. – 1998. – 124 p.
83. Litvin, F.L., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory/ F.L. Litvin. – Cambridge: Univer. press. – 2004. – 800 p.
84. Medvedev, V.I. Synthesis of Spiral Bevel Gear Transmissions with a Small Shaft Angle / V.I. Medvedev, A.E. Volkov // Journal of Mechanical Design. – 2007. – Vol. 129, № 9. – pp. 949-959.
85. Medvedev, V. Synthesis of contact-optimal spiral bevel gears / V. Medvedev, D. Matveenkov, A. Volkov // Russ. Eng. Res. – 2015. – 35(1). – pp. 51–56.
86. Medvedev, V. Reduction of Contact and Bending Stresses in the Bevel Gear Teeth While Maintaining the Same Overall Dimensions / V. Medvedev, D. Matveenkov, A. Volkov // Advanced in Mechanical Engineering, Lecture Notes in Mechanical Engineering, Springer Nature Switzerland AG 51. – 2019. – pp. 35-52.
87. Medvedev, V. Automation of Technological Preproduction of Straight Bevel Gears. / V. Medvedev, A. Volkov, S. Biryukov // «New Approaches to Gear Design and Production», Mechanisms and Machine Science, Springer Nature Switzerland AG. – 2020. – V. 81. – pp. 133-155.
88. NX Advanced Simulation. Инженерный анализ. / П.С. Гончаров [и др.]. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 504 с.

89. NX для конструктора-машиностроителя. / П.С. Гончаров [и др.]. – Москва: ИД ДМК Пресс. – 2009. – 376 с.
90. Powell, M. J. D. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives / M. J. D. Powell // The computer journal. – 7(2). – pp. 155–162. – 1964.
91. Powell, M. J. D. The BOBYQA algorithm for bound constrained optimization without derivatives / M. J. D. Powell // Cambridge NA Report NA2009/06. – University of Cambridge. – Cambridge 26. – 2009.
92. Qi Fan New developments in tooth contact analysis (TCA) and loaded TCA for spiral bevel and hypoid gear drives / Qi Fan, Lowell Wilcox. – AGMA. – 2005.
93. Sandler, A. Technique of Profile Localization of Bearing Contact in Worm Gears / A. Sandler, S. Lagutin // Proc. of the Intern. Conference on Gears, Munich, Germany, VDI-Berichte 2108.2. – 2010. – pp. 1233-1244.
94. Shih, Y. Flank correction for spiral bevel and hypoid gears on a six-axis CNC hypoid gear generator / Y. Shih, Z. Fong // J. Mech. Des. – 2008. – 130(6), 062604–1–11.
95. Simon, V. Generation of hypoid gears on CNC hypoid generator / V. Simon // J. Mech. Des. – 2011. – 133(12), 121003–1–9.
96. Stadtfeld, H.J. Handbook of Bevel and Hypoid Gears—Calculation, Manufacturing, Optimization / H.J Stadtfeld. – Rochester Institute of Technology, Rochester, New York. – 1993.
97. Syzrantsev, V. Geometrical synthesis of high-speed transmissions with a closed system of rolling bodies / V. Syzrantsev, S. Golofast, E. Fedchenko // Int. J.Mech. Eng. Comput. Appl. (IJMCA). – 2014. – 2(2). – pp. 19–27.
98. Syzrantsev V. Research on Geometrical Characteristics of Straight Bevel Gears with a Small Shaft Angle with a Non-Generated Gear and Generated Pinion / V. Syzrantsev, K. Syzrantseva, A. Pazyak, M. Milanovic // FME Transactions. – 2017. Vol. 45. № 4. – pp. 661–669.
99. T-FLEX CAD. Трехмерное моделирование. Руководство пользователя. – М. : АО Топ Системы. – 2019.

100. T-FLEX Анализ [Электронный ресурс]. – URL: <http://tflex.ru/products/raschet/analiz/> (дата обращения: 17.03.2024).
101. Volkov, A. Computer Calculation of Tooth-broaching Heads for Machining of Straight-tooth Bevel Gears / A. Volkov, G. Sheveleva // Soviet Engineering Research. – 1990. – Vol.10, Number 11. – pp.97-101
102. Volkov, A.E. Algorithms for analysis of meshing and contact of spiral bevel gears / A.E. Volkov, G.I. Sheveleva, V.I. Medvedev // Mechanism and Machine Theory. – February 2007. – Vol. 42, No 2.
103. Zhang, F. The modification design of involute straight bevel gear / F. Zhang, X. Tian, H. Cui // IERI Procedia. – 2012. – 3. – pp. 52–59.

## Приложение А

### Акт о внедрении

А К Т № 18-213-43-048-2019

Настоящий акт подтверждает, что на ПАО «КАМАЗ» используются отдельные результаты научно-исследовательской работы, проведенной аспирантом ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН» Бирюковым Сергеем Сергеевичем.

Бирюков С.С. разработал 3D-модели прямозубых конических колес в двух вариантах: для финишной обработки и для предварительной обработки с учетом припуска под калибровку.

3D-модели шестерни и сателлита рекомендованы к внедрению на ПАО «КАМАЗ» для подготовки производства прямозубых конических передач дифференциала заднего моста автомобиля.

Зам. главного технолога  
ПАО «КАМАЗ» по НР и ИМ



М.В. Пашков

## Приложение Б

### Акт о результатах испытаний штампованных шестерен



УТВЕРЖДАЮ  
 Главный технолог ПАО  
 «КАМАЗ» – директор ТЦ  
 Ф.Л. Назаров  
 « 8 » июля 20\_\_ г.

АКТ № А-215-15-10-2010 от 08.07.2010

Настоящий акт подтверждает, что испытания штампованных зубчатых колес, изготовленных в рамках НИОКиТР «Прецизионная штамповка конических шестерен», дали положительные результаты.

Зубчатый венец был спроектирован с помощью программы «Contour», разработанной д.т.н. Волковым Андреем Эриковичем, д.т.н. Медведевым Владимиром Ивановичем и аспирантом Бирюковым Сергеем Сергеевичем

Зам. главного технолога ПАО  
 «КАМАЗ» по НРИИМ

М.В. Пашков

Согласовано:

Главный конструктор по  
 испытаниям – руководитель службы

Р.Н. Гиниятуллин

## Приложение В

### Заключение на программное обеспечение

УТВЕРЖДАЮ  
 Главный конструктор ПАО  
 «КАМАЗ» - директор НТЦ  
*Е.Г. Макаров*  
 Е.Г. Макаров  
 «22» 06 2020 г.

УТВЕРЖДАЮ  
 Главный технолог ПАО  
 «КАМАЗ» - директор ТЦ  
*Ф.Л. Назаров*  
 Ф.Л. Назаров  
 «14» 06 2020 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ  
 № 18-213-43-109-2020

#### 1. Объект анализа

Программное обеспечение (далее - ПО) «Contour».

#### 2. Описание

ПО «Contour» было разработано в рамках выполнения этапа № 3 Договора №985 от 28.12.2016г., НИОКиТР «Прецизионная штамповка поковок конических шестерен».

Данное ПО предназначено для проектирования прямозубых конических передач, изготавливаемых методом прецизионной штамповки, и позволяет производить:

- расчет основных величин в соответствии с ГОСТ 19624-74;
- модификацию контура зуба;
- проверку возможных пересечений контуров зубьев шестерни и сателлита при зацеплении;
- вычисление радиального зазора;
- моделирование пятно контакта без нагрузки и под нагрузкой;
- прочностной расчет передачи;
- расчет формы зубьев сателлита и шестерни с учетом припуска под калибровку;
- расчет контура и формы зуба калибровочного инструмента;
- генерацию файлов для построения 3D моделей зубьев сателлита и шестерни;
- генерацию файлов для построения 3D моделей зубьев сателлита и шестерни с учетом припуска под калибровку;

Рисунок В.1 – Заключение на программное обеспечение


- генерацию файлов для построения 3D модели калибровочного инструмента.

### 3. Заключение

1. ПО используется в Конструкторском отделе трансмиссии.
2. Ввести в эксплуатацию ПО «Contour» для проектирования прямозубых конических передач, изготавливаемых методом прецизионной штамповки.


Заключение подготовил:

Начальник ЛОМ ТЦ

 14.06.2020 Д.Р. Ахкиямов

Согласовано:

Зам. главного технолога  
ПАО «КАМАЗ» по НР и ИМ

 17.06.2020 М.В. Пашков

Начальник конструкторского  
отдела трансмиссии


 17.06.2020 Ю.М. Козлов



Рисунок В.2 – Заключение на программное обеспечение