

Программа
вступительного испытания
по математике
для поступающих на 1 курс по программе бакалавриата,
по программе специалитета МГТУ «СТАНКИН»
в 2019 г.

Программа письменного вступительного испытания

Алгебра

Числа, корни и степени

Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Свойства степени с действительным показателем.

Основы тригонометрии

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла

Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.

Логарифмы

Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования выражений

Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа.

Уравнения и неравенства

Уравнения

Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения.

Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Неравенства

Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Функции

Определение и график функции

Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Элементарное исследование функций

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции

Основные элементарные функции

Линейная функция, её график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Квадратичная функция, её график. Степенная функция с натуральным показателем, её график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, её график. Логарифмическая функция, её график.

Начала математического анализа

Производная

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и её физический смысл.

Исследование функций

Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Первообразная и интеграл

Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Геометрия

Планиметрия

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого

многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Прямые и плоскости в пространстве

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Многогранники

Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения.

Измерение геометрических величин

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь

поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Координаты и векторы

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трём некомпланарным векторам. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

Элементы статистики

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Элементы теории вероятностей

Вероятности событий. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

УМЕТЬ:

Выполнять вычисления и преобразования

Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных

выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Решать уравнения и неравенства

Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функции и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

Выполнять действия с функциями

Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций. Вычислять производные и первообразные элементарных функций. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

Выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

Строить и исследовать простейшие математические модели Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения. Моделировать реальные ситуации на

языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках. Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения.